Les coordenades inicials de dos mòbils A i B són $(0,0),(250,0)$, respectivament i 1 km és la distància des de l'origen de coordenades a cadascun dels punts $(1,0),(0,1)$

El mòbil A es desplaça sobre l'eix OY des de l'origen al punt $\left(0,\frac{375}{2}\right)$ amb una velocitat de 30 km/h i, simultàniament, el mòbil B es desplaça sobre l'eix OX, des de la seua posició inicial fins a l'origen de coordenades amb una velocitat de 40 km/h

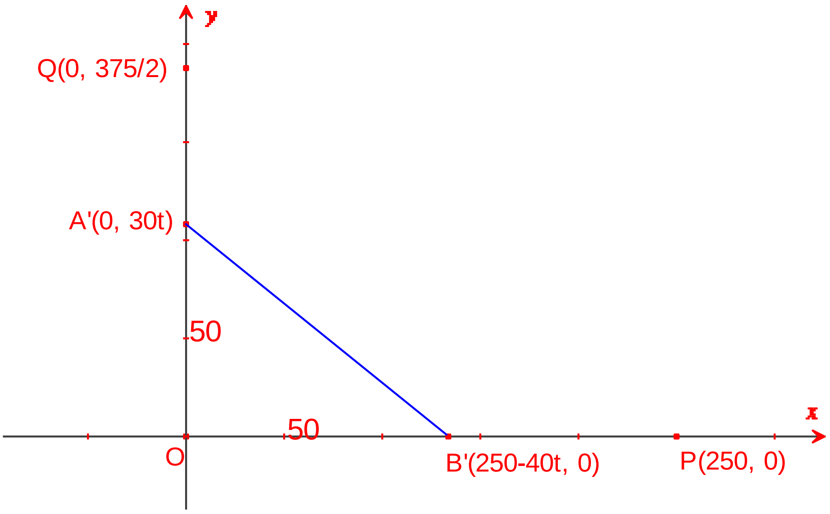
Obtingueu raonadament escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

a) La distància f(t) entre els dos mòbils A i B durant el desplaçament en funció del temps en hores des que van començar a desplaçar-se

b) El temps T que tarden els mòbil en desplaçar-se des de la seua posició inicial a la seua posició final, i els intervals de creixement i de decreixement de la funció f(t) al llarg del trajecte.

c) Els valors de t per als quals la distància dels mòbils, és màxima i mínima durant el desplaçament, i aquestes distàncies màxima i mínima.

Solució:



Siga $Q\left(0,\frac{375}{2}\right)$ el punt final del mòbil A

Siga $P(250,0)$ el punt inicial del mòbil B.

Els dos mòbils ixen simultàniament.

En l'instant t el mòbil A es trobarà en el punt $A'(0,30t)$e

En l'instant t el mòbil B es trobarà en el punt $B'(250-40t,0)$

a)

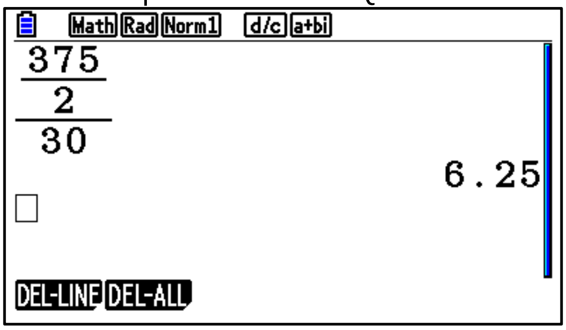
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{A'OB'}$:

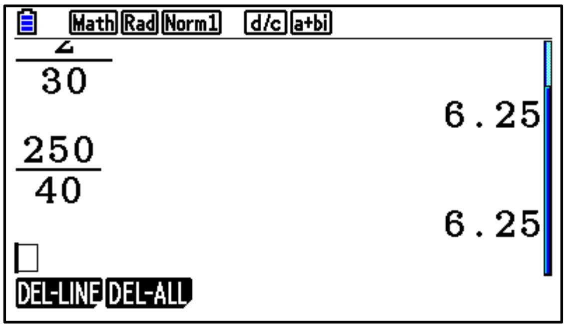
$f(t)=\sqrt{(30t)^2+(250-40t)^2}$

$f(t)=\sqrt{2500t^2-20000t+62500}$

b)

El mòbil A per anar de O a Q tarda:





$$T_A = \frac{\frac{375}{2}}{30} = 6.25\ h$$

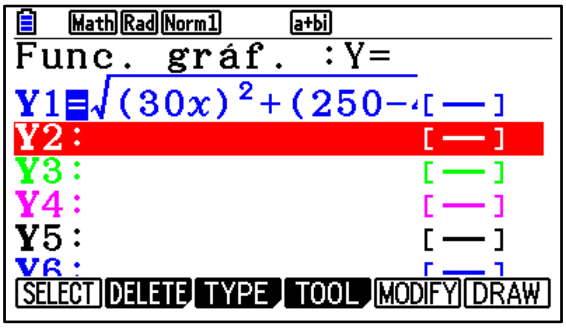
El mòbil B per anar de P a O tarda:

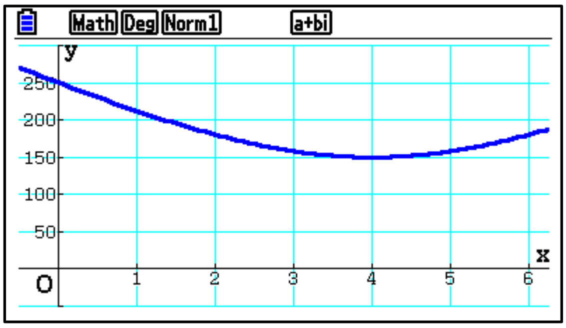
$$T_B = \frac{250}{40} = 6.25\ h$$

Totsdós mòbils tarden el mateix temps en fer el recorregut.

Representem la funció:

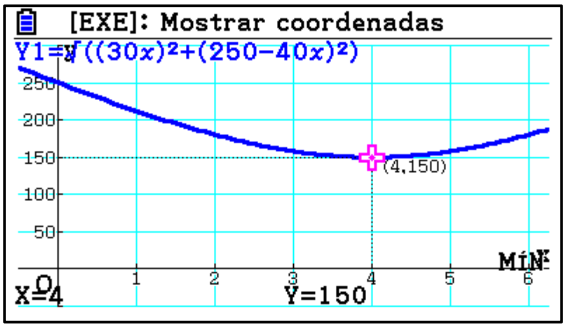
$f(t) = \sqrt{2500t^2 - 20000t + 62500} \quad t \in [0, 6.25]$





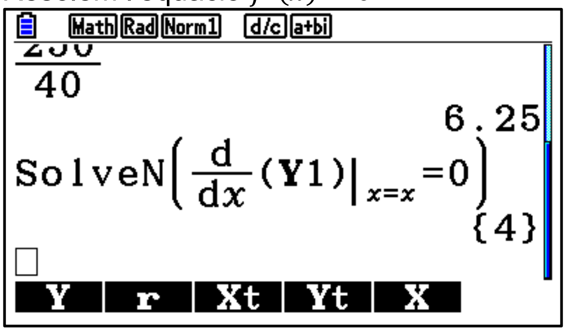
c)

Per calcular el mínim de la funció $f(t) = \sqrt{2500t^2 - 20000t + 62500}$ utilitzem la funció *G-Solv*



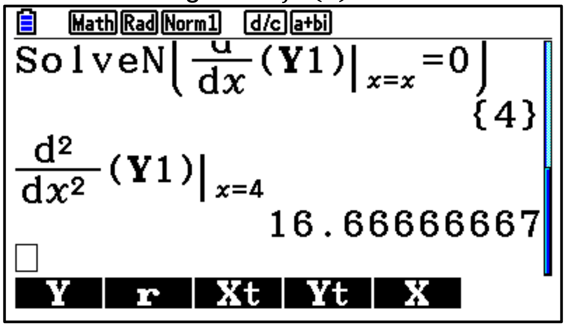
Analíticament:

Resolem l'equació $f'(x) = 0$



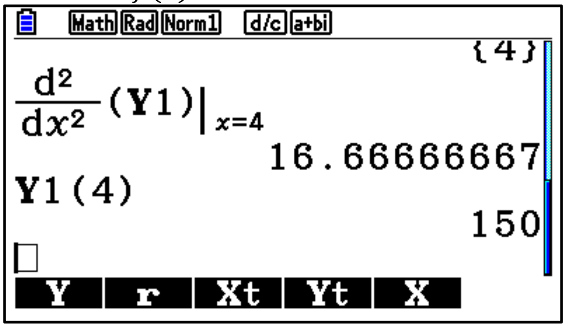
$x = 4$

Calculem el signe de $f"(4)$



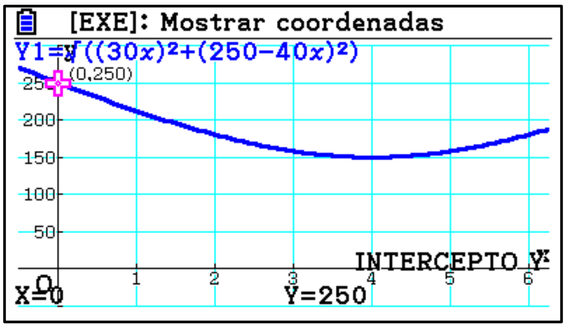
$x = 4$ és el mínim de la funció.

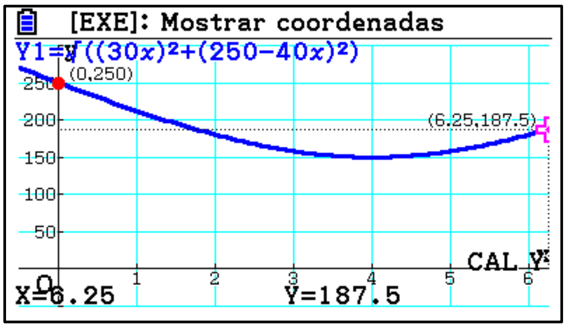
Calculem $f(4)$



$t = 4h$
La distància mínima és $f(4) = 150\ km$

El màxim de la funció $f(t) = \sqrt{2500t^2 - 20000t + 62500}$ s'assoleix en algun dels extrems del domini de la funció:
Els calculem amb la funció *G-Solv*:





El màxim s'assoleix quan $t = 0$
El màxim de la funció és $f(0) = 250\ km$

c)
$f(t) = \sqrt{2500t^2 - 20000t + 62500} \quad t \in [0, 6.25]$
Calculem el màxim i el mínim de la funció derivant-la:

$$f'(t) = \frac{5000t - 20000}{2\sqrt{2500t^2 - 20000t + 62500}}$$

$f'(t) = 0$
$5000t - 20000 = 0$
Resolent l'equació:
$t = 4\ h$
La funció és creixent quan $t \in]4, 6.25[$

La funció és decreixent quan $t \in]0,4[$
El mínim s'assoleix quan $t = 4h$.
La distància mínima és
$f(4) = \sqrt{2500 \cdot 4^2 - 20000 \cdot 4 + 62500} = 150\ km$

El màxim de la funció $f(t) = \sqrt{2500t^2 - 20000t + 62500}$ s'assoleix en algun o els dos extrems de l'interval de definició:
$f(0) = 250, f(6.25) = \dfrac{375}{2}$
El màxim s'assoleix quan $t = 0$
El màxim de la funció és $f(0) = 250\ km$

Funció $f(x) = \sqrt{(30x)^2 + (250 - 40x)^2}$i la seua derivada