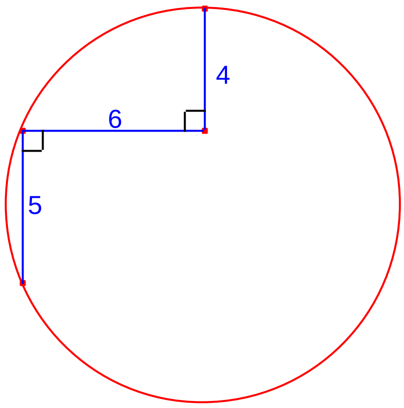
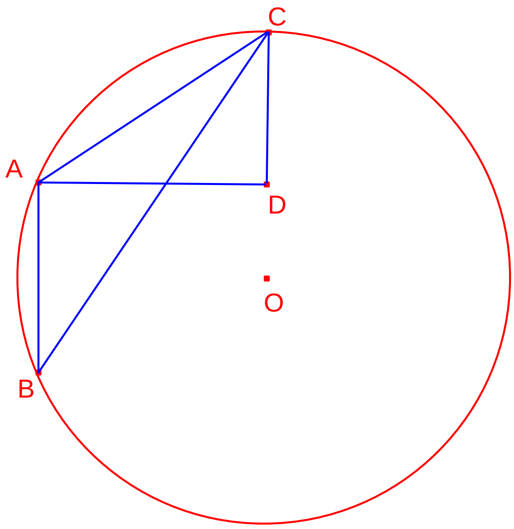
3831.- La figura està formada per una circumferència i tres segments perpendiculars que mesuren 4, 6, 5.
Calculeu el radi de la circumferència.



Solució:



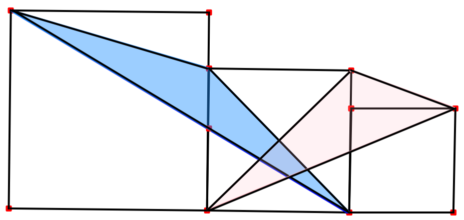
OA=R
AC=2·sqrt(13)

AngleCAD=x
sin x=2/sqrt(13)
Teorema cosinus ABC:
BC=3·sqrt(13)

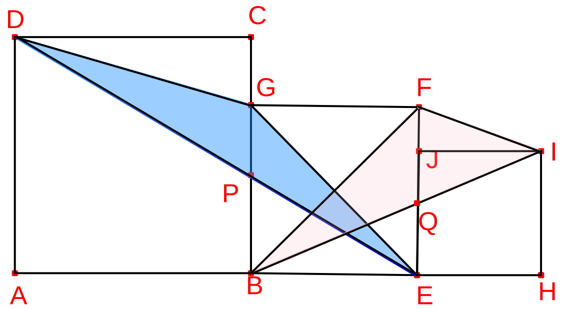
AngleABC=y
Teorema cosinus ABC:
cos y=3/sqrt(13)

Teorema dels sinus ABC
AC/sin y=2R
R=13/2

3832.- La figura està formada per tres quadrats i dos triangles ombrejats.
Calculeu la proporció entre l'àrea dels dos triangles ombrejats.



Solució:



Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = a$
Siga el quadrat $BEFG$ de costat $\overline{BE} = b$
Siga el quadrat $EHIJ$ de costat $\overline{EH} = c$

$\overline{CG} = a - b, \overline{FJ} = b - c$

Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{DAE}, \overset{\Delta}{PBE}$ són semblants.
Aplicant el teorema de Tales:

$$\overline{PB} = \frac{ab}{a+b}$$

$$\overline{PG} = a - (a-b) - \frac{ab}{a+b} = \frac{b^2}{a+b}$$

L'àrea blava és:

$$S_{DGE} = \frac{1}{2}\overline{PG} \cdot (a+b) = b^2$$

Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{BHI}, \overset{\Delta}{BEQ}$ són semblants.
Aplicant el teorema de Tales:

$$\overline{QE} = \frac{bc}{b+c}$$

$$\overline{FQ} = b - \frac{bc}{b+c} = \frac{b^2}{b+c}$$

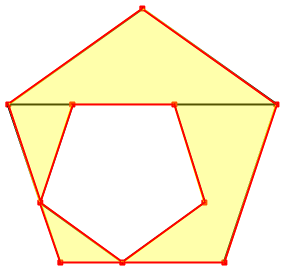
L'àrea rosa és:

$$S_{BIF} = \frac{1}{2}\overline{FQ} \cdot (b+c) = b^2$$

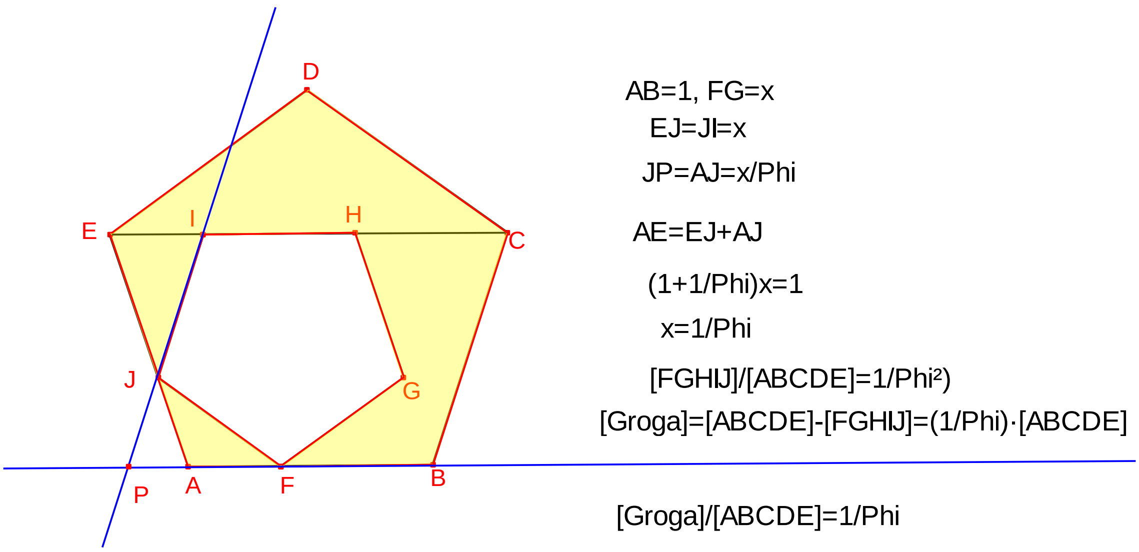
Aleshores:

$$\frac{S_{DGE}}{S_{EIF}} = 1$$

3833.- La figura està formada per dos pentàgons regulars.
Calculeu la proporció entre l'àrea groga i l'àrea del pentàgon exterior.



Solució:



AB=1, FG=x

EJ=JI=x

JP=AJ=x/Phi

AE=EJ+AJ

(1+1/Phi)x=1

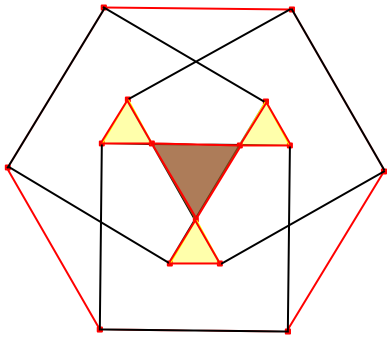
x=1/Phi

[FGHIJ]/[ABCDE]=1/Phi²)

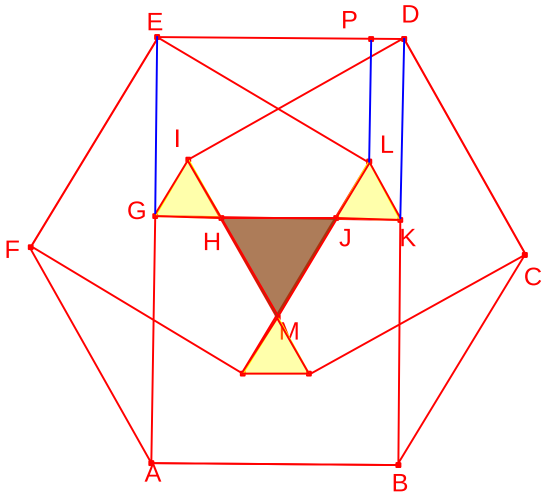
[Groga]=[ABCDE]-[FGHIJ]=(1/Phi)·[ABCDE]

[Groga]/[ABCDE]=1/Phi

3834.- La figura està formada per un hexàgon regular i tres quadrats sobre tres costats de l'hexàgon.
Calculeu la proporció entre l'àrea groga i l'àrea marró.



Solució:



AB=1

GH=x, HJ=y

2x+y=1

AE=sqrt(3)

EP=1-x/2

PL=(sqrt(3)-1)-sqrt(3)/2·x

angleLEP=30º

EP=PL·sqrt(3)

1-x/2=sqrt(3)·((sqrt(3)-1)-sqrt(3)/2·x)

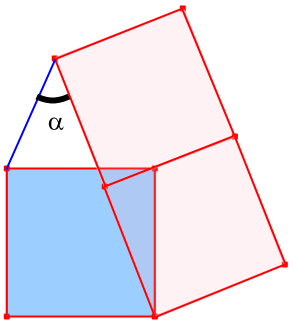
x=2-sqrt(3)

y=-3+2·sqrt(3)

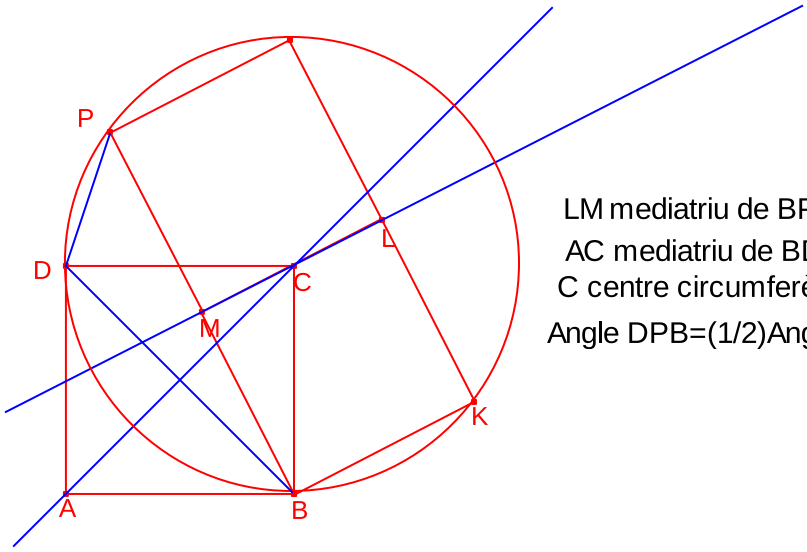
La proporció és:

[Groga]/[Marró]=$3 \cdot x^2/y^2=1$

3835.- La figura està formada per tres quadrats.
Calculeu l'angle α



Solució:



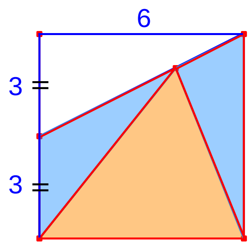
LM mediatriu de BP

AC mediatriu de BD

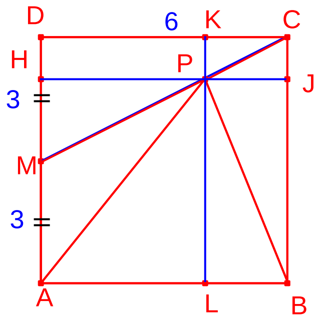
C centre circumferència circumscrita BPD

Angle DPB=(1/2)Angle BCD=45º

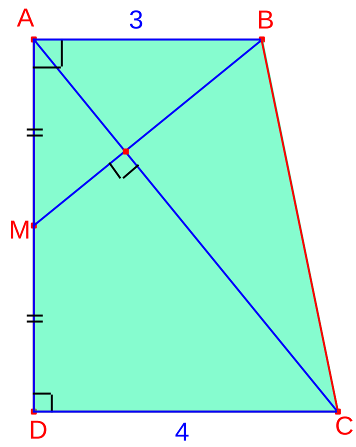
3836.- La figura està formada per un quadrat de costat 6, dos triangles blaus d'igual àrea i un triangle taronja. Calculeu l'àrea del triangle taronja.



Solució:
Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = 6$
Siga M el punt mig del costat $\overline{AD}$
Els triangles blaus tenen la mateixa àrea:
$\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \overline{PJ} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (6 - \overline{PJ})$
Resolent l'equació:
$\overline{PJ} = 2$
Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{CKP}, \overset{\Delta}{CDM}$ són semblants.
aplicant el teorema de Tales:
$\frac{\overline{PK}}{3} = \frac{2}{6}$
$\overline{PK} = 1$
$\overline{PL} = 5$
L'àrea del triangle groc és:
$S_{APL} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 = 15$



3837.- Els costats paral·lels del trapezi rectangle $ABCD$ són $\overline{AB} = 3, \overline{CD} = 4$.
Siga M el punt mig del costat $\overline{AD}$. Els segments $\overline{AC}, \overline{BM}$ són perpendiculars.
Calculeu l'àrea del trapezi $ABCD$.



Solució:
Siga $\overline{AM} = \overline{DM} = x$

Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{BAM}, \overset{\Delta}{ADC}$ són semblants.
Aplicant el teorema de Tales:

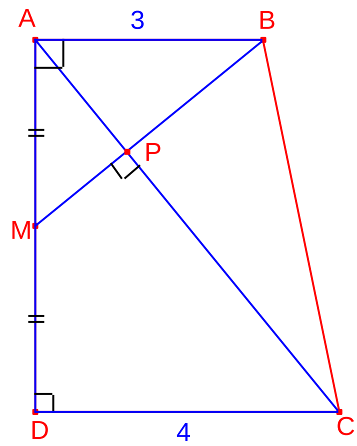
$$\frac{4}{2x} = \frac{x}{3}$$

Resolent l'equació:

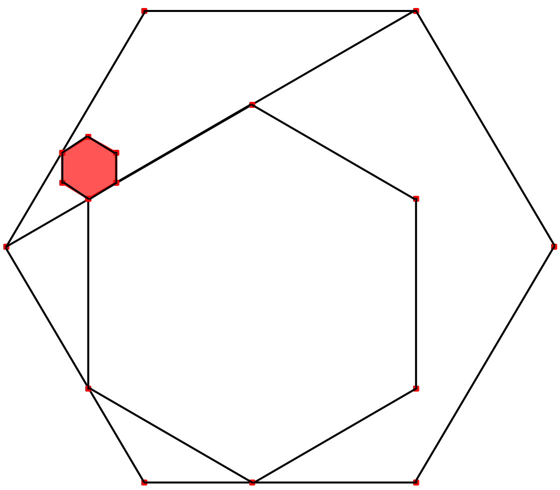
$$x = \sqrt{6}$$

L'àrea del trapezi és:

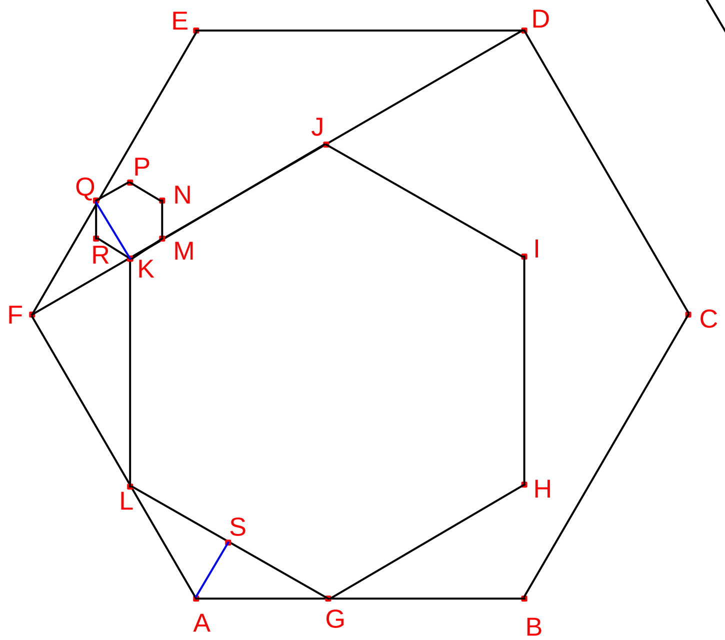
$$S_{ABCD} = \frac{3+4}{2} \cdot 2\sqrt{6} = 7\sqrt{6}$$



3838.- La figura està formada per tres hexàgons regulars.
Calculeu la proporció entre l'àrea de l'hexàgon menut i l'àrea del gran.



Solució:



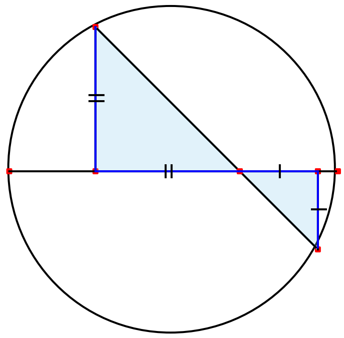
Siga l'hexàgon regular $ABCDEF$ de costat $\overline{AB} = 1$
Siga l'hexàgon regular $GHIJKL$ de costat $\overline{GH} = x$
Siga l'hexàgon regular $KMNPQR$ de costat $\overline{KM} = c$

$$\overline{FK} = \frac{1}{2}x, \overline{FL} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$$
$$\overline{LS} = \frac{1}{2}x, \overline{AL} = \frac{\sqrt{3}}{3}x$$
$$\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{3}x = 1$$
$$c = \frac{2\sqrt{3}}{5}$$
$$\overline{KQ} = c\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}\frac{1}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{15}$$

La proporció d'àrees és:

$$\frac{S_{KMNPQR}}{S_{ABCDEF}} = \left(\frac{c}{1}\right)^2 = \frac{1}{75}$$

3839.- En una circumferència de radi 2 s'han dibuixat sobre el diàmetre dos triangles isòsceles. Calculeu la suma de les àrees dels dos triangles rectangles.



Solució:

Siga la circumferència de centre O i diàmetre $\overline{AB} = 4$

Siga el triangle rectangle $\overset{\Delta}{KLM}$ de catets $\overline{KL} = \overline{LM} = a$

Siga el triangle rectangle $\overset{\Delta}{KPQ}$ de catets $\overline{KP} = \overline{PQ} = b$

Siga $\alpha = \angle PQO$

$\angle OQK = \angle OMK = 45° - \alpha$

Aleshores, $\angle BOM = \alpha$

Aleshores els triangles rectangles $\overset{\Delta}{QPO}, \overset{\Delta}{OLM}$ són iguals.

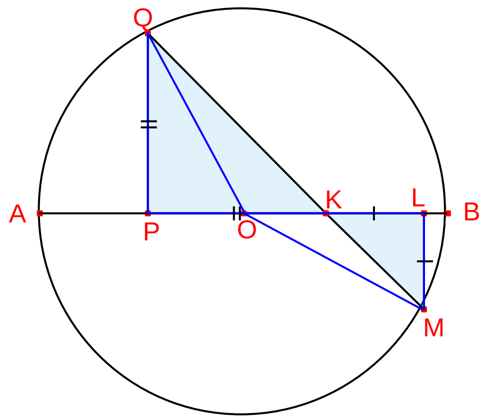
$\overline{OP} = \overline{LM} = a$

aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{QPO}$:

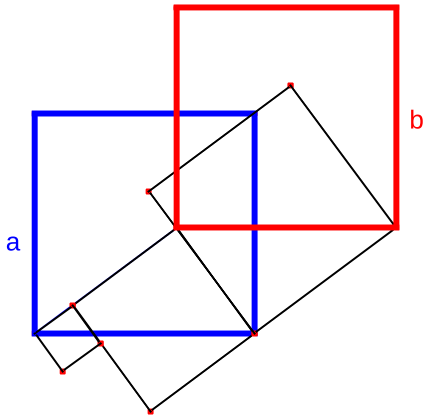
$a^2 + b^2 = 4$

La suma de l'àrea ombrejada és:

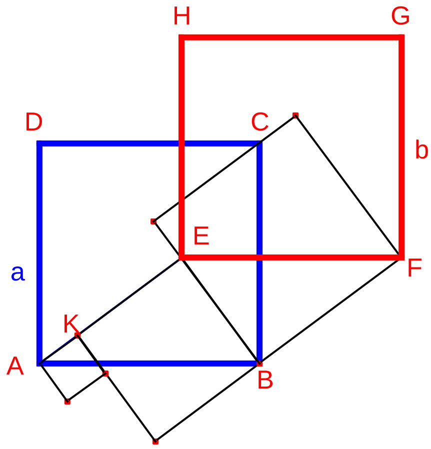
$$S_{ombrejada} = \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2 = 2$$



3840.- La figura està formada per cinc quadrats.
Calculeu la proporció dels costats $a : b$



Solució:



AB=a, EF=b
AK=x, KE=y

Els triangles AEB, FBE són iguals

AB=EF

a : b = 1: 1