Equacions trigonomètriques de la selectivitat russa.

1.- Resoleu l'equació:
$\cos 5x + \cos x + 2\cos 3x \cdot \sin 2x = 12\cos 3x$.
Selectivitat russa 1971 1.1.

Solució:
$\cos 5x + \cos x + 2\cos 3x \cdot \sin 2x = 12\cos 3x$. Transformant sumes amb productes.
$2\cos 3x \cdot \sin 2x + 2\cos 3x \cdot \sin 2x = 12\cos 3x$.
$4\cos 3x \cdot \sin 2x = 12\cos 3x$.
$\cos 3x \cdot \sin 2x = 3\cos 3x$.
$\cos 3x(\sin 2x - 3) = 0$.
$\cos 3x = 0$, $3x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}k$, $k \in Z$.
$\sin 2x = 3$, no té solució real.

Solucions en radians en la primera volta de circumferència:
$x = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$.
Solucions en sistema sexagesimal, en la primera volta de circumferència:
$x = 30^\circ, 90^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 270^\circ, 330^\circ$.

2.- Resoleu l'equació:
$\cos 2x + 4\sin x \cdot \cos^2 2x - 2\sin x \cdot \cos 4x = 0$.
Selectivitat russa 1971 2.1.

Solució:
$\cos 2x + 4\sin x \cdot \cos^2 2x - 2\sin x \cdot \cos 4x = 0$. Raons angle doble.
$\cos 2x + 4\sin x \cdot \cos^2 2x - 2\sin x \cdot \left(\cos^2 2x - \sin^2 2x\right) = 0$.
$\cos 2x + 4\sin x \cdot \cos^2 2x - 2\sin x \cdot \cos^2 2x + 2\sin^3 2x = 0$.
$\cos 2x + 2\sin x \cdot \left(\cos^2 2x + \sin^2 2x\right) = 0$.
$\cos 2x + 2\sin x = 0$. Raons angle doble.
$1 - 2\sin^2 x + 2\sin x = 0$. Resolent l'equació de segon grau en $\sin x$.
$\sin x = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$.
$x = \arcsin\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi k$, $x = \pi - \arcsin\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi k$, $k \in Z$

Solucions aproximades en el sistema sexagesimal, en la primera volta de circumferència:
$\arcsin\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right) \approx -21^\circ 28' 15''$
$x \approx 201^\circ 28' 15'', 338^\circ 31' 45''$.

3.- Resoleu l'equació:

$$\cos 3x \cdot \sin x + 2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 1.$$

Selectivitat russa 1972 1.1.

Solució:

$\cos 3x \cdot \sin x + 2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 1.$

$\cos 3x \cdot \sin x = 1 - 2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$. Raons angle doble:

$\cos 3x \cdot \sin x = -\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$. Raons angles complementaris:

$\cos 3x \cdot \sin x = -\sin 2x$.

$\cos 3x \cdot \sin x + \sin 2x = 0$. Raons angle doble:

$\cos 3x \cdot \sin x + 2\sin x \cdot \cos x = 0$.

$\sin x(\cos 3x + 2\cos x) = 0$.

$\sin x(\cos(x + 2x) + 2\cos x) = 0$.

$\sin x(\cos x \cdot \cos 2x - \sin 2x \cdot \sin x + 2\cos x) = 0$. Raons angle doble:

$\sin x(\cos x \cdot \cos 2x - 2\sin^2 x \cdot \cos x + 2\cos x) = 0$.

$\sin x \cdot \cos x(\cos 2x - 2\sin^2 x + 2) = 0$. Raons angle doble:

$\sin x \cdot \cos x(1 - 2\sin^2 x - 2\sin^2 x + 2) = 0$.

$\sin x \cdot \cos x(3 - 4\sin^2 x) = 0$. Raons angle doble:

$\frac{1}{2}\sin 2x(3 - 4\sin^2 x) = 0$.

$\sin 2x = 0$. $2x = k\pi$, $x = \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.

$3 - \sin^2 x = 0$, $\sin x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$. $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi$, $x = \pm\frac{5\pi}{3} + 2k\pi$, $k \in Z$.

Solucions en radians en la primera volta de circumferència:

$x = 0, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}$.

Solucions en sistema sexagesimal, en la primera volta de circumferència:

$x = 0^o, 60^o, 90^o, 120^o, 180^o, 240^o, 270^o, 300^o$.

4.- Resoleu l'equació:

$\cos\frac{3x}{2}-\cos\frac{x}{2}=3(1+\cos x)$.

Selectivitat russa 1972 2 .1.

Solució:

$\cos\frac{3x}{2}-\cos\frac{x}{2}=3(1+\cos x)$. Raons de l'angle meitat:

$\cos\frac{3x}{2}-\cos\frac{x}{2}=3\cdot 2\cos^2\frac{x}{2}$. Transformant sumes amb productes:

$-2\sin x\cdot\sin\frac{x}{2}=6\cos^2\frac{x}{2}$. Raons de l'angle doble:

$-2\cdot 2\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}\cdot\sin\frac{x}{2}=6\cos^2\frac{x}{2}$.

$-4\sin^2\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}=6\cos^2\frac{x}{2}$.

$2\sin^2\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}+3\cos^2\frac{x}{2}=0$

$\left(2\sin^2\frac{x}{2}+3\cos\frac{x}{2}+\right)\cos\frac{x}{2}=0$. Relacions fonamentals:

$\left(2-2\cos^2\frac{x}{2}+3\cos\frac{x}{2}+\right)\cos\frac{x}{2}=0$.

$\left(2\cos^2\frac{x}{2}-3\cos\frac{x}{2}-2\right)\cos\frac{x}{2}=0$.

$\cos\frac{x}{2}=0$, $\frac{x}{2}=\frac{\pi}{2}+\pi k$, $x=\pi+2\pi k$, $k\in Z$.

$2\cos^2\frac{x}{2}-3\cos\frac{x}{2}-2=0$. Resolent l'equació:

$\cos\frac{x}{2}=\frac{-1}{2}$, $\frac{x}{2}=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k$, $x=\pm\frac{4\pi}{3}+4\pi k$, $k\in Z$.

Solucions en radians en la primera volta de circumferència:

$x=\frac{2\pi}{3},\pi,\frac{4\pi}{3}$.

Solucions en sistema sexagesimal, en la primera volta de circumferència:

$x=120^{o},180^{o},240^{o}$.

5.- Resoleu l'equació:

$2\sin x + \cos 2x = 1$.

Selectivitat russa 1973 1.1.

Solució:

$2\sin x + \cos 2x = 1$. Raons de l'angle doble:

$2\sin x + \cos^2 x - \sin^2 x = 1$.

$\sin x - \sin^2 x = 0$.

$\sin x(1 - \sin x) = 0$.

$\sin x = 0$. $x = k\pi$, $k \in Z$.

$\sin x = 1$. $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in Z$.

Solucions en radians en la primera volta de circumferència:

$x = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$.

Solucions en sistema sexagesimal, en la primera volta de circumferència:

$x = 0^o, 90^o, 180^o$.

6.- Resoleu l'equació:

$2\cos x - \text{ctg}x = 0$.

Selectivitat russa 1973 2.1.

Solució:

$2\cos x - \text{ctg}\, x = 0$.

$2\cos x - \frac{\cos x}{\sin x} = 0$, aleshores, $x \neq k\pi$, $k \in Z$.

$2\cos x \cdot \sin x - \cos x = 0$.

$\cos x(2\sin x - 1) = 0$

$\cos x = 0$, $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$.

$\sin x = \frac{1}{2}$, $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$, $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$, $k \in Z$.

Solucions en radians en la primera volta de circumferència:

$x = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$.

Solucions en sistema sexagesimal, en la primera volta de circumferència:

$x = 30^o, 90^o, 120^o, 270^o$.

7.- Resoleu l'equació:

$\dfrac{\mathrm{ctgx}}{\cos 2x} = 2 + \mathrm{tg}2x$.

Selectivitat russa 1974 1.1.

Solució:

Els domini d'existència de solucions és:

$x \neq k\pi$, $k \in Z$ ja que $\mathrm{ctg}(k\pi) = \infty$.

$2x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in Z$ ja que $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} + k\pi\right) = 0$, $\mathrm{tg}\left(\dfrac{\pi}{2} + k\pi\right) = \infty$.

Aleshores, $x \neq k\pi, \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.

$\dfrac{\mathrm{ctgx}}{\cos 2x} = 2 + \mathrm{tg}2x$.

$\dfrac{\cos x}{\sin x} = 2\cos 2x + \cos 2x \cdot \mathrm{tg}2x$.

$\dfrac{\cos x}{\sin x} = 2\cos 2x + \sin 2x$.

$\cos x = 2\sin x \cdot \cos 2x + \sin x \cdot \sin 2x$. Transformacions productes amb sumes:

$\cos x = 2\sin x \cdot \cos 2x + \dfrac{1}{2}\cos x - \dfrac{1}{2}\cos 3x$.

$\dfrac{1}{2}(\cos x + \cos 3x) = 2\sin x \cdot \cos 2x$. Transformant sumes amb productes:

$\cos 2x \cdot \cos x = 2\sin x \cdot \cos 2x$.

$\cos 2x(\cos x - 2\sin x) = 0$, $\cos 2x \neq 0$

$\cos x - 2\sin x = 0$.

$\mathrm{tgx} = \dfrac{1}{2}$.

$x = \mathrm{arctg}\left(\dfrac{1}{2}\right) + k\pi$, $k \in Z$.

Solucions aproximades en el sistema sexagesimal, en la primera volta de circumferència:

$\mathrm{arctg}\left(\dfrac{1}{2}\right) \approx 26^{o}33'54''$

$x \approx 26^{o}33'54'', 206^{o}33'54''$.

8.- Resoleu l'equació:

$$\operatorname{ctg}\left(x+\frac{5\pi}{4}\right)=\operatorname{ctg}x-1.$$

Selectivitat russa 1974 2.1.

Solució:

$$\operatorname{ctg}(\alpha+\beta)=\frac{\operatorname{ctg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\beta-1}{\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta}.$$

El domini de les solucions és:

$x\neq k\pi$, $k\in Z$ ja que $\operatorname{ctg}(k\pi)=\infty$.

$x+\frac{5\pi}{4}\neq k\pi$, $k\in Z$ ja que $\operatorname{ctg}(k\pi)=\infty$.

$$\operatorname{ctg}\left(x+\frac{5\pi}{4}\right)=\operatorname{ctg}x-1.$$

$$\frac{\operatorname{ctg}x-1}{\operatorname{ctg}x+1}=\operatorname{ctg}x-1.$$

$$\operatorname{ctg}x-1=(\operatorname{ctg}x-1)(\operatorname{ctg}x-1).$$

$$(\operatorname{ctg}x-1)\operatorname{ctg}x=0.$$

$\operatorname{ctg}x=0$, $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in Z$.

$\operatorname{ctg}x=1$, $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in Z$.

Solucions en radians en la primera volta de circumferència:

$$x=\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{4},\frac{3\pi}{2}.$$

Solucions en sistema sexagesimal, en la primera volta de circumferència:

$x=45^{\circ},90^{\circ},225^{\circ},270^{\circ}$.

9.- Resoleu l'equació:

$$\sin(x+7)+\sin(3x-1)=\cos(x-4).$$

Selectivitat russa 1975 1.1.

Solució:

$\sin(x+7)+\sin(3x-1)=\cos(x-4)$. Transformant sumes amb productes:

$$2\sin(2x+3)\cdot\cos(x-4)=\cos(x-4).$$

$$\cos(x-4)(2\sin(2x+3)-1)=0.$$

$\cos(x-4)=0$, $x-4=\frac{\pi}{2}+\pi k$. Aleshores, $x=4+\frac{\pi}{2}+\pi k$ $k\in Z$.

$\sin(2x+3)=\frac{1}{2}$, $2x+3=\frac{\pi}{6}+2k\pi$, $2x+3=\frac{5\pi}{6}+2k\pi$, $k\in Z$.

$x=\frac{-3}{2}+\frac{\pi}{12}+k\pi$, $x=\frac{-3}{2}+\frac{5\pi}{12}+k\pi$, $k\in Z$.

10.- Resoleu l'equació:

$2\sin(2x-3)\cdot\cos(x+1)-\sin(3x-2)=0$.

Selectivitat russa 1975 2.1.

Solució:

$2\sin(2x-3)\cdot\cos(x+1)-\sin(3x-2)=0$. Transformant productes amb sumes:

$\sin(x-4)+\sin(3x-2)-\sin(3x-2)=0$

$\sin(x-4)=0$. $x-4=k\pi$, $k\in Z$.

$x+4+k\pi$, $k\in Z$.

11.- Resoleu l'equació:

$1-2\sqrt{2}\cos^3 3x+\cos 6x=0$.

Selectivitat russa 1976 1.1.

Solució:

$1-2\sqrt{2}\cos^3 3x+\cos 6x=0$. Raons angle doble:

$1-2\sqrt{2}\cos^3 3x+2\cos^2 3x-1=0$.

$-\sqrt{2}\cos^3 3x+\cos^2 3x=0$.

$\left(-\sqrt{2}\cos 3x+1\right)\cos^2 3x=0$.

$\cos 3x=0$, $3x=\dfrac{\pi}{2}+\pi k$, $x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\pi}{3}k$, $k\in Z$.

$\cos 3x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $3x=\pm\dfrac{\pi}{4}+2\pi k$, $x=\pm\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{2\pi}{3}k$, $k\in Z$.

Solucions en radians en la primera volta de circumferència:

$x=\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2},\dfrac{7\pi}{12},\dfrac{3\pi}{4},\dfrac{5\pi}{6},\dfrac{5\pi}{4},\dfrac{17\pi}{12},\dfrac{23\pi}{12}$.

Solucions en sistema sexagesimal, en la primera volta de circumferència:

$x=15^{o}, 30^{o}, 90^{o}, 105^{o}, 135^{o}, 150^{o}, 225^{o}, 255^{o}, 345^{o}$.

12.- Resoleu l'equació:

$16\cos^5 2x - \cos 4x = 1$.

Selectivitat russa 1976 2.1.

Solució:

$16\cos^5 2x - \cos 4x = 1$. Raons angle doble:

$16\cos^5 2x - \left(2\cos^2 2x - 1\right) = 1$.

$8\cos^5 2x - \cos^2 x = 0$.

$\left(8\cos^3 2x - 1\right)\cos^2 x = 0$.

$\cos x = 0$, $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in Z$.

$\cos^3 2x = \frac{1}{8}$.

$\cos 2x = \frac{1}{2}$.

$\cos 2x = \frac{1}{2}$, $2x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $x = \pm\frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in Z$.

Solucions en radians en la primera volta de circumferència:

$x = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$.

Solucions en sistema sexagesimal, en la primera volta de circumferència:

$x = 30^{\circ}, 90^{\circ}, 150^{\circ}, 210^{\circ}, 270^{\circ}, 330^{\circ}$.

13.- Resoleu l'equació:

$\cos^2 x = \frac{1}{4}$.

Selectivitat russa 1977 1.1.

Solució:

$\cos^2 x = \frac{1}{4}$.

$\cos x = \pm\frac{1}{2}$.

Si $\cos x = \frac{1}{2}$, $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in Z$.

Si $\cos x = -\frac{1}{2}$, $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in Z$.

Solucions en radians en la primera volta de circumferència:

$x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$.

Solucions en sistema sexagesimal, en la primera volta de circumferència:

$x = 60^{\circ}, 120^{\circ}, 240^{\circ}, 300^{\circ}$.

14.- Resoleu l'equació:
$\text{ctg}^2 x = 3$.
Selectivitat russa 1977 2.1.

Solució:
$\text{ctg}^2 x = 3$.
$\text{tg}^2 x = \frac{1}{3}$.
$\text{tg}x = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$.
Si $\text{tg}x = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $x = \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in Z$.
Si $\text{tg}x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, $x = -\frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in Z$.

Solucions en radians en la primera volta de circumferència:
$x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$.
Solucions en sistema sexagesimal, en la primera volta de circumferència:
$x = 30^o, 150^o, 210^o, 330^o$.

15.- Resoleu l'equació:
$3\cos x + 2\sin 2x = 0$.
Selectivitat russa 1978 1.1.

Solució:
$3\cos x + 2\sin 2x = 0$. Raons angle doble:
$3\cos x + 4\sin x \cdot \cos x = 0$.
$\cos x(3 + 4\sin x) = 0$.
$\cos x = 0$, $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$.
$\sin x = \frac{-3}{4}$, $x = \arcsin\left(\frac{-3}{4}\right) + 2\pi k$, $x = \pi - \arcsin\left(\frac{-3}{4}\right) + 2\pi k$, $k \in Z$.

16.- Resoleu l'equació:
$2\sin x + 3\cos 2x - 3 = 0$.
Selectivitat russa 1978 2.1.

Solució:
$2\sin x + 3\cos 2x - 3 = 0$. Raons angle doble:
$2\sin x + 3(1 - 2\sin^2 x) - 3 = 0$.
$\sin x - 3\sin^2 x = 0$.
$\sin x(1 - 3\sin x) = 0$.
$\sin x = 0$, $x = k\pi$, $k \in Z$.
$\sin x = \frac{1}{3}$, $x = \arcsin\left(\frac{1}{3}\right) + 2\pi k$, $x = \pi - \arcsin\left(\frac{1}{3}\right) + 2\pi k$, $k \in Z$.

17.- Resoleu l'equació:

$\cos\frac{x}{3}=\cos\frac{x}{6}-1.$

Selectivitat russa 1979 1.1.

Solució:

$\cos\frac{x}{3}=\cos\frac{x}{6}-1.$ Raons angle doble:

$2\cos^2\frac{x}{6}-1=\cos\frac{x}{6}-1.$

$\cos^2\frac{x}{6}-\cos\frac{x}{6}=0$

$\cos\frac{x}{6}\left(\cos\frac{x}{6}-1\right)=0\,.$

$\cos\frac{x}{6}=0\,,\ \frac{x}{6}=\frac{\pi}{2}+\pi k\,,\ x=3\pi+6\pi k\,,\ k\in Z\,.$

$\cos\frac{x}{6}=1\,,\ \frac{x}{6}=2\pi k\,,\ x=12\pi k\,,\ k\in Z\,.$

18.- Resoleu l'equació:

$2\sin\frac{x}{2}=1-\cos x\,.$

Selectivitat russa 1979 2.1.

Solució:

$2\sin\frac{x}{2}=1-\cos x\,.$ Raons angle doble:

$2\sin\frac{x}{2}=1-\left(1-2\sin^2\frac{x}{2}\right).$

$\sin\frac{x}{2}=\sin^2\frac{x}{2}\,.$

$\sin\frac{x}{2}\left(1-\sin\frac{x}{2}\right)=0\,.$

$\sin\frac{x}{2}=0\,,\ \frac{x}{2}=\pi k\,,\ x=2\pi k\,,\ k\in Z\,.$

$\sin\frac{x}{2}=1\,,\ \frac{x}{2}=\frac{\pi}{2}+2\pi k\,,\ x=\pi+4\pi k\,,\ k\in Z\,.$

19.- Resoleu l'equació:

$$\sin x \cdot \cos\frac{\pi}{7} - \cos x \cdot \sin\frac{\pi}{7} = -\frac{1}{2}.$$

Selectivitat russa 1980 1.1.

Solució:

$$\sin x \cdot \cos\frac{\pi}{7} - \cos x \cdot \sin\frac{\pi}{7} = -\frac{1}{2}.$$

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{7}\right) = -\frac{1}{2},\ x - \frac{\pi}{7} = \frac{-\pi}{3} + 2\pi k,\ x - \frac{\pi}{7} = \frac{4\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in Z.$$

$$x = \frac{-4\pi}{21} + 2\pi k,\ x = \frac{31\pi}{21} + 2\pi k,\ k \in Z.$$

20.- Resoleu l'equació:

$$\cos x \cdot \cos\frac{\pi}{8} - \sin x \cdot \sin\frac{\pi}{8} = -\frac{1}{2}.$$

Selectivitat russa 1980 2.1.

Solució:

$$\cos x \cdot \cos\frac{\pi}{8} - \sin x \cdot \sin\frac{\pi}{8} = -\frac{1}{2}.$$

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{8}\right) = -\frac{1}{2},\ x + \frac{\pi}{8} = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in Z.$$

$$x = \frac{13\pi}{24} + 2\pi k,\ x = \frac{-19\pi}{24} + 2\pi k,\ k \in Z.$$

21.- Resoleu l'equació:

$$\cos(50^{o} - x) \cdot \cos(40^{o} + x) = \frac{1}{4}.$$

Selectivitat russa 1981 1.1.

Solució:

$\cos(50^{o} - x) \cdot \cos(40^{o} + x) = \frac{1}{4}$. Raons angles complementaris:

$\sin(40^{o} + x) \cdot \cos(40^{o} + x) = \frac{1}{4}$. Raons angle doble:

$$\frac{1}{2}\sin(80^{o} + 2x) = \frac{1}{4}.$$

$$\sin(80^{o} + 2x) = \frac{1}{2},\ 80^{o} - 2x = 30^{o} + 360k,\ 80^{o} - 2x = 150^{o} + 360k,\ k \in Z.$$

$$x = 25^{o} + 180k,\ x = -35^{o} + 180k,\ k \in Z.$$

Solucions en sistema sexagesimal, en la primera volta de circumferència:

$x = 25^{o}, 145^{o}, 205^{o}, 325^{o}$.

22.- Resoleu l'equació:

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}+x\right)+\sin\left(\frac{7\pi}{12}-x\right)=0.$$

Selectivitat russa 1981 2.1.

Solució:

$\sin\left(\frac{\pi}{3}+x\right)+\sin\left(\frac{7\pi}{12}-x\right)=0$. Transformant sumes amb productes:

$2\sin\left(\frac{11\pi}{24}\right)\cdot\cos\left(-\frac{\pi}{8}+x\right)=0$.

$\cos\left(-\frac{\pi}{8}+x\right)=0$. $-\frac{\pi}{8}+x=\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in Z$. $x=\frac{5\pi}{8}+\pi k$, $k\in Z$.

23.- Resoleu l'equació:

$$\cos x+\sqrt{17}\cos\frac{x}{2}=0.$$

Selectivitat russa 1982 1.1.

Solució:

$\cos x+\sqrt{17}\cos\frac{x}{2}=0$. Raons angle doble:

$2\cos^2\frac{x}{2}-1+\sqrt{17}\cos\frac{x}{2}=0$. Resolent l'equació de segon grau:

$\cos\frac{x}{2}=\frac{\sqrt{17}-5}{4}$.

$\frac{x}{2}=\pm\arccos\frac{\sqrt{17}-5}{4}+2\pi k$, $k\in Z$.

$x=\pm 2\cdot\arccos\frac{\sqrt{17}-5}{4}+4\pi k$, $k\in Z$.

24.- Resoleu l'equació:

$$8\sin 4x-\sqrt{8}\cos 8x=0.$$

Selectivitat russa 1982 2.1.

Solució:

$8\sin 4x-\sqrt{8}\cos 8x=0$. Raons angle doble:

$8\sin 4x-\sqrt{8}\left(1-2\sin^2 4x\right)=0$.

$2\sqrt{8}\sin^2 4x+8\sin 4x-\sqrt{8}=0$.

$2\sin^2 4x+\sqrt{8}\sin 4x-1=0$. Resolent l'equació de segon grau:

$\sin 4x=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $4x=\arcsin\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+2\pi k$, $4x=\pi-\arcsin\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+2\pi k$, $k\in Z$

$x=\frac{1}{4}\arcsin\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\frac{\pi}{2}k$, $x=\frac{\pi}{4}-\frac{1}{4}\arcsin\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\frac{\pi}{2}k$, $k\in Z$.

25.- Resoleu l'equació:
$\sin 7x - \sin 3x = \sin 2x$.
Selectivitat russa 1983 1.1.

Solució:
$\sin 7x - \sin 3x = \sin 2x$. Transformant sumes amb productes:
$2\cos 5x \cdot \sin 2x = \sin 2x$.
$\sin 2x(2\cos 5x - 1) = 0$.
$\sin 2x = 0$. $2x = k\pi$, $x = \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.
$\cos 5x = \frac{1}{2}$, $5x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in Z$.
$x = \pm\frac{\pi}{15} + \frac{2\pi}{5}k$, $k \in Z$.

26.- Resoleu l'equació:
$\cos 3x - \cos 5x = \sin x$.
Selectivitat russa 1983 2.1.

Solució:
$\cos 3x - \cos 5x = \sin x$. Transformant sumes amb productes:
$-2\sin 4x \cdot \sin(-x) = \sin x$.
$2\sin 4x \cdot \sin x = \sin x$.
$\sin x(2\sin 4x - 1) = 0$.
$\sin x = 0$. $x = k\pi$, $k \in Z$.
$\sin 4x = \frac{1}{2}$, $4x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $4x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in Z$.
$x = \frac{\pi}{24} + \frac{\pi}{2}k$, $x = \frac{5\pi}{24} + \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.

27.- Resoleu l'equació:

$$\frac{\cos x}{3+\sin x}-\operatorname{tg}x=0.$$

Selectivitat russa 1984 1.1.

Solució:

$$\frac{\cos x}{3+\sin x}-\operatorname{tg}x=0.$$

Notem que $3+\sin x\neq 0$, el domini de les solucions és $x\neq\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in Z$, ja que $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}+\pi k\right)=\infty$.

$$\frac{\cos x}{3+\sin x}-\frac{\sin x}{\cos x}=0.$$

$$\frac{\cos^2 x-3\sin x-\sin^2 x}{(3+\sin x)\cos x}=0.$$

$\cos^2 x-3\sin x-\sin^2 x=0$

$1-\sin^2 x-3\sin x-\sin^2 x=0$.

$2\sin^2 x+3\sin x-1=0$. Resolent l'equació:

$$\sin x=\frac{-3+\sqrt{17}}{4}.$$

$$x=\arcsin\left(\frac{-2+\sqrt{17}}{4}\right)+2\pi k,\ x=\pi-\arcsin\left(\frac{-2+\sqrt{17}}{4}\right)+2\pi k,\ k\in Z.$$

28.- Resoleu l'equació:

$$\frac{3\sin x}{3\cos x-4}-\operatorname{ctg}x=0.$$

Selectivitat russa 1984 2.1.

Solució:

$$\frac{3\sin x}{3\cos x-4}-\operatorname{ctg}x=0.$$

Notem que $3\cos x-4\neq 0$, el domini de les solucions és $x\neq\pi k$, $k\in Z$, ja que $\operatorname{ctg}(\pi k)=\infty$.

$$\frac{3\sin x}{3\cos x-4}-\frac{\cos x}{\sin x}=0.$$

$$\frac{3\sin^2 x+4\cos x-4\cos^2 x}{(3\cos x-4)\sin x}=0.$$

$3\sin^2 x+4\cos x-3\cos^2 x=0$.

$3-3\cos^2 x+4\cos x-3\cos^2 x=0$.

$6\cos^2 x-4\sin x-3=0$. Resolent l'equació:

$$\cos x=\frac{2-\sqrt{22}}{6}.\quad x=\pm\arccos\left(\frac{2-\sqrt{22}}{6}\right)+2\pi k,\ k\in Z.$$

29.- Resoleu l'equació:

$6\cos^2\frac{x}{4}=\cos x+5$.

Selectivitat russa 1985 1.1.

Solució:

$6\cos^2\frac{x}{4}=\cos x+5$. Raons angle meitat:

$6\left(\frac{1+\cos\frac{x}{2}}{2}\right)=\cos x+5$.

$3+3\cos\frac{x}{2}=\cos x+5$. Raons angle doble:

$3+3\cos\frac{x}{2}=2\cos^2\frac{x}{2}-1+5$.

$2\cos^2\frac{x}{2}-3\cos\frac{x}{2}+1=0$. Resolent l'equació:

$\cos\frac{x}{2}=1,\frac{1}{2}$.

Si $\cos\frac{x}{2}=1$, $\frac{x}{2}=2\pi k$, $k\in Z$. $x=4\pi k$, $k\in Z$.

Si $\cos\frac{x}{2}=\frac{1}{2}$, $\frac{x}{2}=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$, $k\in Z$. $x=\pm\frac{2\pi}{3}+4\pi k$, $k\in Z$.

Solucions en radians en la primera volta de circumferència:

$x=0,\frac{2\pi}{3},\ \frac{4\pi}{3}$.

Solucions en sistema sexagesimal, en la primera volta de circumferència:

$x=0º, 120º, 240º$.

30.- Resoleu l'equació:

$\cos 4x+6\sin^2 x=1$.

Selectivitat russa 1985 2.1.

Solució:

$\cos 4x+6\sin^2 x=1$. Raons angle doble:

$\cos^2 2x-\sin^2 2x+6\sin^2 x=1$. Raons angle doble:

$\cos^2 x-\sin^2 x-4\sin^2 x\cdot\cos^2 x+6\sin^2 x=1$.

$-4\sin^2\cdot\cos^2 x+4\sin^2 x=0$.

$\sin^2 x\left(1-\cos^2 x\right)=0$.

$\sin^4 x=0$

$\sin x=0$, $x=\pi k$, $k\in Z$.

31.- Resoleu l'equació:
$4\sin x + \cos 2x + 3 = 0$.
Selectivitat russa 1988 1.1.

Solució:
$4\sin x + \cos 2x + 3 = 0$. Raons angle doble:
$4\sin x + 1 - 2\sin^2 x + 3 = 0$.
$\sin^2 x - 2\sin x - 2 = 0$. Resolent l'equació:
$\sin x = 1 - \sqrt{3}$,
$x = \arcsin\left(1 - \sqrt{3}\right) + 2\pi k$, $x = \pi - \arcsin\left(1 - \sqrt{3}\right) + 2\pi k$, $k \in Z$.

32.- Resoleu l'equació:
$8\cos x = 5 + \cos 2x$.
Selectivitat russa 1988 2.1.

Solució:
$8\cos x = 5 + \cos 2x$. Raons angle doble:
$8\cos x = 5 + 2\cos^2 x - 1$.
$\cos^2 x - 4\cos x + 2 = 0$. Resolent l'equació:
$\cos x = 2 - \sqrt{2}$, $x = \pm\arccos\left(2 - \sqrt{2}\right) + 2\pi k$, $k \in Z$.

33.- Resoleu l'equació:
$\cos 5x + \cos x = \sqrt{5}\cos 2x$.
Selectivitat russa 1989 1.1.

Solució:
$\cos 5x + \cos x = \sqrt{5}\cos 2x$. Transformant sumes amb productes:
$2\cos 3x \cdot \cos 2x = \sqrt{5}\cos 2x$.
$\cos 2x\left(2\cos 3x - \sqrt{5}\right) = 0$.
$\cos 2x = 0$, $2x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$, $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.
$\cos 3x = \frac{\sqrt{5}}{2}$, no té solució.

34.- Resoleu l'equació:
$\sin 5x - \sin x = \sqrt{8}\cos 3x$.
Selectivitat russa 1989 2.1.

Solució:
$\sin 5x - \sin x = \sqrt{8}\cos 3x$. Transformant sumes amb productes:
$2\cos 3x \cdot \sin 2x = \sqrt{8}\cos 3x$.
$\cos 3x\left(2\sin 2x - \sqrt{8}\right) = 0$.
$\cos 3x = 0$, $3x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$, $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}k$, $k \in Z$.
$\sin x = \frac{\sqrt{8}}{2}$, no té solució.

35.- Resoleu l'equació:
$\cos 3x \cdot \sin x = \sin 4x$.
Selectivitat russa 1990 1.3.

Solució:
$\cos 3x \cdot \sin x = \sin 4x$.
$\cos 3x \cdot \sin x = \sin(x + 3x)$.
$\cos 3x \cdot \sin x = \sin x \cdot \cos 3x + \cos x \cdot \sin 3x$. Simplificant:
$\cos x \cdot \sin 3x = 0$.
$\cos x = 0$, $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$.
$\sin 3x = 0$, $3x = k\pi$, $x = \frac{\pi}{3}k$, $k \in Z$.

Solucions en radians en la primera volta de circumferència:
$x = 0, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}$.
Solucions en sistema sexagesimal, en la primera volta de circumferència:
$x = 0^o, 60^o, 90^o, 120^o, 180^o, 240^o, 270^o, 300^o$.

36.- Resoleu l'equació:
$\sin 2x \cdot \cos 3x = \sin 5x$.
Selectivitat russa 1990 2.3.

Solució:
$\sin 2x \cdot \cos 3x = \sin 5x$.
$\sin 2x \cdot \cos 3x = \sin(2x + 3x)$.
$\sin 2x \cdot \cos 3x = \sin 2x \cdot \cos 3x + \cos 2x \cdot \sin 3x$. Simplificant:
$\cos 2x \cdot \sin 3x = 0$.
$\cos 2x = 0$, $2x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.
$\sin 3x = 0$, $3x = k\pi$, $x = \frac{\pi}{3}k$, $k \in Z$.

Solucions en radians en la primera volta de circumferència:
$x = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{4}$.
Solucions en sistema sexagesimal, en la primera volta de circumferència:
$x = 0^o, 45^o, 60^o, 90^o, 120^o, 135^o, 180^o, 225, 240^o, 270^o, 300^o, 315^o$.

37.- Resoleu l'equació:
$8 - \sin 2x = 9 \sin^2 x$.
Selectivitat russa 1991 1.1.

Solució:
Notem que $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$ no és solució de l'equació, aleshores, $\cos x \neq 0$.
$8 - \sin 2x = 9 \sin^2 x$. Raons angle doble:
$8 - 2 \sin x \cdot \cos x = 9 \sin^2 x$. Dividim l'equació per $\cos^2 x \neq 0$:

$$8 \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{2 \sin x \cdot \cos x}{\cos^2 x} = 9 \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$8\left(1 + tg^2 x\right) - 2tgx = 9tg^2 x$.
$tg^2 x + 2tgx - 8 = 0$. Resolent l'equació:
$tgx = -4, 2$.
Si $tgx = -4$, $x = arctg(-4) + \pi k$, $k \in Z$.
Si $tgx = 2$, $x = arctg(2) + \pi k$, $k \in Z$.

38.- Resoleu l'equació:
$14\cos^2 x - 9\sin 2x = 4$.
Selectivitat russa 1991 2.1.

Solució:
Notem que $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$ no és solució de l'equació, aleshores, $\cos x \neq 0$.
$14\cos^2 x - 9\sin 2x = 4$. Raons angle doble:
$14\cos^2 x - 18\sin x \cdot \cos x = 4$.
$7\cos^2 x - 9\sin x \cdot \cos x = 2$. Dividim l'equació per $\cos^2 x \neq 0$:
$7 - 9\frac{\sin x \cdot \cos x}{\cos^2 x} = 2\frac{1}{\cos^2 x}$.
$7 - 9\mathrm{tg}x = 2\left(1 + \mathrm{tg}^2 x\right)$.
$2\mathrm{tg}^2 x + 9\mathrm{tg}x - 5 = 0$. Resolent l'equació:
$\mathrm{tg}x = -5, \frac{1}{2}$.
Si $\mathrm{tg}x = -5$, $x = \mathrm{arctg}(-5) + \pi k$, $k \in Z$.
Si $\mathrm{tg}x = \frac{1}{2}$, $x = \mathrm{arctg}\left(\frac{1}{2}\right) + \pi k$, $k \in Z$.

39.- Resoleu l'equació:
$2 - \cos 2x = 3\sin x$.
Selectivitat russa 1992 1.1.

Solució:
$2 - \cos 2x = 3\sin x$. Raons angle doble:
$2 - \left(1 - 2\sin^2 x\right) = 3\sin x$.
$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$. Resolent l'equació:
$\sin x = 1, \frac{1}{2}$.
Si $\sin x = 1$, $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in Z$.
Si $\sin x = \frac{1}{2}$, $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in Z$.

Solucions en radians en la primera volta de circumferència:
$x = \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$.
Solucions en sistema sexagesimal, en la primera volta de circumferència:
$x = 90^{\circ}, 30^{\circ}, 150^{\circ}$.

40.- Resoleu l'equació:
$3\cos x - \cos 2x = 2$.
Selectivitat russa 1992 2.1.

Solució:
$3\cos x - \cos 2x = 2$. Raons angle doble:
$3\cos x - \left(2\cos^2 x - 1\right) = 2$.
$2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$. Resolent l'equació:
$\cos x = 1, \frac{1}{2}$.
Si $\cos x = 1$, $x = 2\pi k$, $k \in Z$.
Si $\cos x = \frac{1}{2}$, $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in Z$.

Solucions en radians en la primera volta de circumferència:
$x = 0, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$.
Solucions en sistema sexagesimal, en la primera volta de circumferència:
$x = 0^o, 60^o, 300^o$.

41.- Resoleu l'equació:
$10\sin^2\frac{x}{2} + 3\sin x - 5 = 0$.
Selectivitat russa 1993 1.2.

Solució:
$10\sin^2\frac{x}{2} + 3\sin x - 5 = 0$. Raons angle meitat:
$10\left(\frac{1-\cos x}{2}\right) + 3\sin x - 5 = 0$.
$-5\cos x + 3\sin x = 0$. Dividint l'equació per $\cos x \neq 0$.
$tgx = \frac{5}{3}$, $x = \mathrm{arctg}\frac{5}{3} + \pi k$, $k \in Z$.

42.- Resoleu l'equació:
$4\cos^2\frac{x}{2} - 5\sin x - 2 = 0$.
Selectivitat russa 1993 2.2.

Solució:
$4\cos^2\frac{x}{2} - 5\sin x - 2 = 0$. Raons angle meitat:
$4\left(\frac{1+\cos x}{2}\right) - 5\sin x - 2 = 0$.
$2\cos x - 5\sin x = 0$. Dividint l'equació per $\cos x \neq 0$.
$tgx = \frac{2}{5}$, $x = \mathrm{arctg}\frac{2}{5} + \pi k$, $k \in Z$.

43.- Resoleu l'equació:
$\cos(7-x)=\cos 7x$.
Selectivitat russa 1993 3.2.

Solució:
$\cos(7-x)=\cos 7x$.
$7-x=\pm 7x+2\pi k$, $k\in Z$.
Si $7-x=7x+2\pi k$.
$-8x=-7+2\pi k$, $k\in Z$.
$x=\frac{7}{8}+\frac{\pi}{4}k$, $k\in Z$.

Si $7-x=-7x+2\pi k$.
$6x=-7+2\pi k$, $k\in Z$.
$x=-\frac{7}{6}+\frac{\pi}{3}k$, $k\in Z$.

44.- Resoleu l'equació:
$\sin 6x=\sin(6-x)$.
Selectivitat russa 1993 4.2.

Solució:
$\sin 6x=\sin(6-x)$.
$6x=6-x+2\pi k$, o bé, $6x=\pi-(6-x)+2\pi k$. $k\in Z$.

Si $6x=6-x+2\pi k$.
$7x=6+2\pi k$, $k\in Z$.
$x=\frac{6}{7}+\frac{2\pi}{7}k$, $k\in Z$.

Si $6x=\pi-(6-x)+2\pi k$.
$5x=\pi-6+2\pi k$, $k\in Z$.
$x=\frac{\pi-6}{5}+\frac{2\pi}{5}k$, $k\in Z$.

45.- Resoleu l'equació:
$\sin 2x\cdot\sin 6x=\frac{1}{2}$.
Selectivitat russa 1994 1.1.

Solució:
$\sin 2x\cdot\sin 6x=\frac{1}{2}$. Transformant productes amb sumes:
$\frac{1}{2}(\cos 4x-\cos 8x)=\frac{1}{2}$.
$\cos 4x-\cos 8x=1$. Raons trigonomètriques angle doble:
$\cos 4x-\left(2\cos^2 4x-1\right)=1$.

$\cos 4x - 2\cos^2 4x = 0$.
$\cos 4x(1-2\cos 4x) = 0$.

$\cos 4x = 0$, $4x = \frac{\pi}{2} + \pi k$. $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4}k$, $k \in Z$.
$\cos 4x = \frac{1}{2}$, $4x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k$. $x = \pm\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.

Solucions en radians en la primera volta de circumferència:
$x = \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{7\pi}{12}, \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}, \frac{13\pi}{12}, \frac{9\pi}{8}, \frac{11\pi}{8}, \frac{19\pi}{12}, \frac{13\pi}{8}, \frac{15\pi}{8}$.

46.- Resoleu l’equació:
$\cos^2 2x + \cos^2 5x = 1$.
Selectivitat russa 1994 2.1.

Solució:
$\cos^2 2x + \cos^2 5x = 1$.
$\cos^2 5x = 1 - \cos^2 2x$.
$\cos^2 5x = \sin^2 2x$.
Aleshores, $\cos 5x = \sin 2x$, o bé, $\cos 5x = -\sin 2x$.

Si $\cos 5x = \sin 2x$.
$\cos 5x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$.
$5x = \pm\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + 2\pi k$.
Si $5x = \left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + 2\pi k$, $7x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $x = \frac{\pi}{14} + \frac{2\pi}{7}k$, $k \in Z$
Si $5x = -\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + 2\pi k$, $3x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}k$, $k \in Z$

Si $\cos 5x = -\sin 2x$.
$\cos 5x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$.
$5x = \pm\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) + 2\pi k$.
Si $5x = \left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) + 2\pi k$, $3x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}k$, $k \in Z$
Si $5x = -\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) + 2\pi k$, $7x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $x = -\frac{\pi}{14} + \frac{2\pi}{7}k$, $k \in Z$

47.- Resoleu l'equació:
$3\cos x + 5\sin x = 5$.
Selectivitat russa 1994 3.2.

Solució1:
$3\cos x = 5(1 - \sin x)$. Elevant al quadrat:
$9\cos^2 x = 25(1 - \sin x)^2$. (Hem de comprovar si la solució d'aquesta equació és solució de la inicial).
$9\cos^2 x = 25(1 + \sin^2 x - 2\sin x)$.
$9(1 - \sin^2 x) = 25(1 + \sin^2 x - 2\sin x)$.
$34\sin^2 x - 50\sin x + 16 = 0$.
$17\sin^2 x - 25\sin x + 8 = 0$. Resolent l'equació:
$\sin x = 1, \dfrac{8}{17}$.

Si $\sin x = 1$, $x = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in Z$. Que és solució de l'equació inicial.
Si $\sin x = \dfrac{7}{8}$, $x = \arcsin\left(\dfrac{7}{8}\right) + 2\pi k$, $x = \pi - \arcsin\left(\dfrac{7}{8}\right) + 2\pi k$, $k \in Z$.
$x = \arcsin\left(\dfrac{7}{8}\right) + 2\pi k$, és solució de l'equació inicial.
$x = \pi - \arcsin\left(\dfrac{7}{8}\right) + 2\pi k$, no és solució de l'equació inicial.

Solució 2:
$3\cos x + 5\sin x = 5$.
$3^2 + 5^2 = 34 = \left(\sqrt{34}\right)^2$. Considerem el triangle rectangle de catets 3, 5.
$\cos\alpha = \dfrac{3}{\sqrt{34}}$, $\sin\alpha = \dfrac{5}{\sqrt{34}}$, $\alpha \in \left]0, \dfrac{\pi}{2}\right[$. $\alpha = \arccos\dfrac{3}{\sqrt{34}}$.

Dividim l'equació per $\sqrt{34}$:
$\dfrac{3}{\sqrt{34}}\cos x + \dfrac{5}{\sqrt{34}}\sin x = \dfrac{5}{\sqrt{34}}$.
$\cos\alpha \cdot \cos x + \sin\alpha \cdot \sin x = \dfrac{5}{\sqrt{34}}$.
$\mathrm{co}(x - \alpha) = \dfrac{5}{\sqrt{34}}$.
$x - \alpha = \pm\arccos\dfrac{5}{\sqrt{34}} + 2\pi k$, $x = \arccos\dfrac{3}{\sqrt{34}} \pm \arccos\dfrac{5}{\sqrt{34}} + 2\pi k$, $k \in Z$.

48.- Resoleu l'equació:

$4\sin x - \cos x = 4$.

Selectivitat russa 1994 4.2.

Solució:

$4^2 + 1^2 = 17 = \left(\sqrt{17}\right)^2$. Considerem el triangle rectangle de catets 4, 1.

$\sin\alpha = \dfrac{4}{\sqrt{17}}$, $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{17}}$, $\alpha \in \left]0, \dfrac{\pi}{2}\right[$. $\alpha = \arccos\dfrac{1}{\sqrt{17}}$.

Dividim l'equació per $\sqrt{17}$:

$$\frac{4}{\sqrt{17}}\sin x - \frac{1}{\sqrt{17}}\sin x = \frac{4}{\sqrt{17}}.$$

$$\sin\alpha \cdot \sin x - \cos\alpha \cdot \cos x = \frac{4}{\sqrt{17}}.$$

$$\cos(x+\alpha) = \frac{-4}{\sqrt{17}}.$$

$$x + \alpha = \pm\arccos\frac{-4}{\sqrt{17}} + 2\pi k,\ x = -\arccos\frac{1}{\sqrt{17}} \pm \arccos\frac{-4}{\sqrt{17}} + 2\pi k,\ k \in Z.$$

49.- Resoleu l'equació:

$\cos 2x - 1 = \text{tg}x$.

Selectivitat russa 1995 1.1.

Solució:

El domini de les solucions és $x \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$.

$\cos 2x - 1 = \text{tg}x$. Raons angle doble:

$1 - 2\sin^2 x - 1 = \text{tg}x$.

$-2\sin^2 x = \text{tg}x$.

$-2\sin^2 x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$.

$-2\sin^2 x \cdot \cos x = \sin x$. Raons angle doble:

$-\sin 2x \cdot \sin x = \sin x$.

$\sin x(\sin 2x + 1) = 0$.

$\sin x = 0$, $x = \pi k$, $k \in Z$.

$\sin 2x = -1$, $2x = \dfrac{3\pi}{2} + 2\pi k$. $x = \dfrac{3\pi}{4} + \pi k$, $k \in Z$

50.- Resoleu l'equació:

$$1+\cos x=\operatorname{ctg}\left(\frac{x}{2}\right).$$

Selectivitat russa 1995 2.1.

Solució:
El domini de les solucions és $x\neq\pi k$, $k\in Z$.

$1+\cos x=\operatorname{ctg}\left(\frac{x}{2}\right)$. Raons angle meitat:

$$2\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)=\operatorname{ctg}\left(\frac{x}{2}\right).$$

$$2\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)=\frac{\cos\left(\frac{x}{2}\right)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}.$$

$2\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)\sin\left(\frac{x}{2}\right)=\cos\left(\frac{x}{2}\right)$. Raons angle doble:

$$\sin x\cdot\cos\left(\frac{x}{2}\right)=\cos\left(\frac{x}{2}\right).$$

$$\cos\left(\frac{x}{2}\right)(\sin x-1)=0,$$

$\cos\left(\frac{x}{2}\right)=0$, $\frac{x}{2}=\frac{\pi}{2}+\pi k$. $x=\pi+2\pi k$, $k\in Z$.

$\sin x=1$, $x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $k\in Z$.

51.- Resoleu l'equació:

$$\sin 5x+\sin x=\sin 3x.$$

Selectivitat russa 1995 5.1.

Solució:
$\sin 5x+\sin x=\sin 3x$. Transformant sumes amb productes:
$2\sin 3x\cdot\cos 2x=\sin 3x$.
$\sin 3x(2\cos 2x-1)=0$.

$\sin 3x=0$, $3x=\pi k$. $x=\frac{\pi}{3}k$, $k\in Z$.

$\cos 2x=\frac{1}{2}$, $2x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$. $x=\pm\frac{\pi}{6}+\pi k$, $k\in Z$.

52.- Resoleu l'equació:
$\cos 5x - \cos 7x = \sin 6x$.
Selectivitat russa 1995 6.1.

Solució:
$\cos 5x - \cos 7x = \sin 6x$. Transformant sumes amb productes:
$-2\sin 6x \cdot \sin(-x) = \sin 6x$.
$\sin 6x(2\sin x - 1) = 0$.

$\sin 6x = 0$, aleshores, $6x = \pi k$. $x = \frac{\pi}{6}k$, $k \in Z$.
$\sin x = \frac{1}{2}$, aleshores, $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in Z$.

53.- Resoleu l'equació:
$1 - \cos 3x = \sin 3x$.
Selectivitat russa 1996 1.1.

Solució:
$1 - \cos 3x = \sin 3x$. Raons angle meitat:
$2\sin^2 \frac{3x}{2} = \sin 3x$. Raons angle doble:
$2\sin^2 \frac{3x}{2} = 2\sin\frac{3x}{2} \cdot \cos\frac{3x}{2}$.
$\sin\frac{3x}{2}\left(\sin\frac{3x}{2} - 1\right) = 0$.

$\sin\frac{3x}{2} = 0$, $\frac{3x}{2} = \pi k$. $x = \frac{2\pi}{3}k$, $k \in Z$.
$\sin\frac{3x}{2} = 1$, $\frac{3x}{2} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$. $x = \frac{\pi}{3} + \frac{4\pi}{3}k$, $k \in Z$.

54.- Resoleu l'equació:
$\sqrt{3}(1 + \cos 2x) = \sin 2x$.
Selectivitat russa 1996 2.1.

Solució:
$\sqrt{3}(1 + \cos 2x) = \sin 2x$. Raons angle meitat:
$2\sqrt{3}\cos^2 x = \sin 2x$. Raons angle doble:
$2\sqrt{3}\cos^2 x = 2\sin x \cdot \cos x$.
$\cos x\left(\sqrt{3}\cos x - \sin x\right) = 0$.

$\cos x = 0$, $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$.
$\sqrt{3}\cos x = \sin x$.
$\text{tg}x = \sqrt{3}$, $x = \frac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in Z$.

55.- Resoleu l'equació:
$\cos 2x + 8\sin x = 3$.
Selectivitat russa 1996 3.1.

Solució:
$\cos 2x + 8\sin x = 3$. Raons angle doble:
$1 - 2\sin^2 x + 8\sin x = 3$.
$\sin^2 x - 4\sin x + 1 = 0$. Resolent l'equació:
$\sin x = 2 - \sqrt{3}$, $x = \arcsin\left(2 - \sqrt{3}\right) + 2\pi k$, $x = \pi - \arcsin\left(2 - \sqrt{3}\right) + 2\pi k$, $k \in Z$.

56.- Resoleu l'equació:
$1 + 4\cos x = \cos 2x$.
Selectivitat russa 1996 4.1.

Solució:
$1 + 4\cos x = \cos 2x$. Raons angle doble:
$1 + 4\cos x = 2\cos^2 x - 1$.
$\cos^2 x - 2\cos x - 1 = 0$. Resolent l'equació:
$\cos x = 1 - \sqrt{2}$, $x = \pm\arccos\left(1 - \sqrt{2}\right) + 2\pi k$, $k \in Z$.

57.- Resoleu l'equació:
$\cos 3x - \sin\left(7x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin 2x$.
Selectivitat russa 1996 5.1.

Solució:
$\cos 3x - \sin\left(7x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin 2x$.
$\cos 3x - \cos 7x = \sin 2x$. Transformant sumes amb productes:
$-2\sin 5x \cdot \sin(-2x) = \sin 2x$.
$2\sin 5x \cdot \sin 2x = \sin 2x$.
$\sin 2x(2\sin 5x - 1) = 0$.

$\sin 2x = 0$, $2x = \pi k$. $x = \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.
$\sin 5x = \frac{1}{2}$, $5x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $5x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$. $x = \frac{\pi}{30} + \frac{2\pi}{5}k$, $x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{5}k$, $k \in Z$.

58.- Resoleu l'equació:

$\cos\left(5x-\dfrac{\pi}{2}\right)+\sin 3x=\cos x$.

Selectivitat russa 1996 6.1.

Solució:

$\cos\left(5x-\dfrac{\pi}{2}\right)+\sin 3x=\cos x$.

$\sin 5x+\sin 3x=\cos x$. Transformant sumes amb productes:

$2\sin 4x\cdot\cos x=\cos x$.

$\cos x(2\sin 4x-1)=0$.

$\cos x=0$, $x=\dfrac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in Z$.

$\sin 4x=\dfrac{1}{2}$, $4x=\dfrac{\pi}{6}+2\pi k$, $4x=\dfrac{5\pi}{6}+2\pi k$. $x=\dfrac{\pi}{24}+\dfrac{\pi}{2}k$, $x=\dfrac{5\pi}{24}+\dfrac{\pi}{2}k$, $k\in Z$.

59.- Resoleu l'equació:

$\sin x-\sin 3x=4\sin^2 x\cdot\cos x$.

Selectivitat russa 1997 1.1.

Solució:

$\sin x-\sin 3x=4\sin^2 x\cdot\cos x$. Transformant sumes amb productes:

$2\cos 2x\cdot\sin(-x)=4\sin^2 x\cdot\cos x$.

$-\cos 2x\cdot\sin x=2\sin^2 x\cdot\cos x$. Raons angle doble:

$-\cos 2x\cdot\sin x=\sin 2x\cdot\sin x$.

$\sin x(\sin 2x+\cos 2x)=0$.

$\sin x=0$, $x=\pi k$, $k\in Z$.

$\sin 2x=-\cos 2x$.

$tg 2x=-1$, $2x=\dfrac{-\pi}{4}+\pi k$. $x=\dfrac{-\pi}{8}+\dfrac{\pi}{2}k$, $k\in Z$.

60.- Resoleu l'equació:

$\cos x-\cos 3x=4\sin^3 x$.

Selectivitat russa 1997 2.1.

Solució:

$\cos x-\cos 3x=4\sin^3 x$. Transformant sumes amb productes:

$-2\sin 2x\cdot\sin(-x)=4\sin^3 x$.

$\sin 2x\cdot\sin x=2\sin^3 x$.

$\sin x\left(\sin 2x-2\sin^2 x\right)=0$. Raons angle doble:

$\sin x\left(2\sin x\cdot\cos x-2\sin^2 x\right)=0$.

$2\sin^2 x\left(\cos x-\sin x\right)=0$.

$\sin^2 x = 0$, $x = \pi k$, $k \in Z$.
$\cos x = \sin x$.
$tgx = 1$, $x = \frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in Z$.

Solucions en radians en la primera volta de circumferència:
$x = 0, \frac{\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}$.
Solucions en sistema sexagesimal, en la primera volta de circumferència:
$x = 0º, 45º, 180º, 225º$.

61.- Resoleu l'equació:
$\cos 2x + \cos 6x = -\sqrt{3}\cos 4x$.
Selectivitat russa 1997 3.1.

Solució:
$\cos 2x + \cos 6x = -\sqrt{3}\cos 4x$. Transformant sumes amb productes.
$2\cos 4x \cdot \cos 2x = -\sqrt{3}\cos 4x$
$\cos 4x\left(2\cos 2x + \sqrt{3}\right) = 0$.

$\cos 4x = 0$, $4x = \frac{\pi}{2} + \pi k$. $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4}k$, $k \in Z$.
$\cos 2x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$, $2x = \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$. $x = \pm\frac{5\pi}{12} + \pi k$, $k \in Z$.

62.- Resoleu l'equació:
$\sin 9x - \sin 5x = \sqrt{3}\cos 7x$.
Selectivitat russa 1997 4.1.

Solució:
$\sin 9x - \sin 5x = \sqrt{3}\cos 7x$. Transformant sumes amb productes.
$2\cos 7x \cdot \sin 2x = \sqrt{3}\cos 7x$.
$\cos 7x\left(2\sin 2x - \sqrt{3}\right) = 0$.

$\cos 7x = 0$, $7x = \frac{\pi}{2} + \pi k$. $x = \frac{\pi}{14} + \frac{\pi}{7}k$, $k \in Z$.
$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $2x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $2x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$. $x = \frac{\pi}{6} + \pi k$, $x = \frac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in Z$.

63.- Resoleu l'equació:
$\cos 6x + 6\cos 2x = 0$.
Selectivitat russa 1997 5.1.

Solució:
$\cos 6x + 6\cos 2x = 0$.
$\cos(2x + 4x) + 6\cos 2x = 0$. Cosinus de la suma:
$\cos 4x \cdot \cos 2x - \sin 4x \cdot \sin 2x + 6\cos 2x = 0$. Raons angle doble:
$\cos 4x \cdot \cos 2x - \sin^2 2x \cdot \cos 2x + 6\cos 2x = 0$.
$\cos 2x\left(\cos 4x - 2\sin^2 2x + 6\right) = 0$. Raons angle doble:
$\cos 2x\left(1 - 2\sin^2 2x - 2\sin^2 2x + 6\right) = 0$
$\cos 2x\left(-4\sin^2 2x + 7\right) = 0$.

$\cos 2x = 0$, $2x = \frac{\pi}{2} + \pi k$. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.
$\sin^2 2x = \frac{7}{4}$ no té solució real.

64.- Resoleu l'equació:
$\sin 3x - 7\sin x = 0$.
Selectivitat russa 1997 6.1.

Solució:
$\sin 3x - 7\sin x = 0$.
$\sin(x + 2x) - 7\sin x = 0$. Sinus de la suma:
$\sin x \cdot \cos 2x + \sin 2x \cdot \cos x - 7\sin x = 0$. Raons angle doble:
$\sin x \cdot \cos 2x + 2\sin x \cdot \cos^2 x - 7\sin x = 0$.
$\sin x\left(\cos 2x + 2\cos^2 x - 7\right) = 0$. Raons angle doble:
$\sin x\left(2\cos^2 x - 1 + 2\cos^2 x - 7\right) = 0$.
$\sin x\left(4\cos^2 x - 8\right) = 0$.

$\sin x = 0$, $x = \pi k$, $k \in Z$.
$\cos^2 x = 2$ no té solució real.

65.- Resoleu l'equació:
$\sin 3x - \cos 2x \cdot \sin x = 0$.
Selectivitat russa 1998 1.1.

Solució:
$\sin 3x - \cos 2x \cdot \sin x = 0$.
$\sin(x + 2x) - \cos 2x \cdot \sin x = 0$. Sinus de la suma:
$\sin x \cdot \cos 2x + \sin 2x \cdot \cos x - \cos 2x \cdot \sin x = 0$.
$\sin 2x \cdot \cos x = 0$.

$\sin 2x = 0$, $2x = \pi k$. $x = \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.
$\cos x = 0$, $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$.

66.- Resoleu l'equació:
$\cos 2x \cdot \cos 3x - \cos 5x = 0$.
Selectivitat russa 1998 2.1.

Solució:
$\cos 2x \cdot \cos 3x - \cos 5x = 0$.
$\cos 2x \cdot \cos 3x - \cos(2x + 3x) = 0$. Cosinus de la suma:
$\cos 2x \cdot \cos 3x - (\cos 2x \cdot \cos 3x - \sin 2x \cdot \sin 3x) = 0$.
$\sin 2x \cdot \sin 3x = 0$

$\sin 2x = 0$, $2x = \pi k$. $x = \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.
$\sin 3x = 0$, $3x = \pi k$. $x = \frac{\pi}{3}k$, $k \in Z$.

67.- Resoleu l'equació:
$\cos 5x - \sin 2x \cdot \cos 3x + \cos x = 0$.
Selectivitat russa 1998 3.1.

Solució:
$\cos 5x - \sin 2x \cdot \cos 3x + \cos x = 0$
$\cos 5x + \cos x - \sin 2x \cdot \cos 3x = 0$. Transformant sumes amb productes:
$2\cos 3x \cdot \cos 2x - \sin 2x \cdot \cos 3x = 0$.
$\cos 3x(2\cos 2x - \sin 2x) = 0$.

$\cos 3x = 0$, $3x = \frac{\pi}{2} + \pi k$. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}k$, $k \in Z$.
$2\cos 2x = \sin 2x$.
$\mathrm{tg}2x = 2$, $2x = \mathrm{arctg}2 + \pi k$. $x = \frac{\mathrm{arctg}2}{2} + \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.

68.- Resoleu l'equació:
$\sin 4x - \sin 3x \cdot \sin x + \sin 2x = 0$.
Selectivitat russa 1998 4.1.

Solució:
$\sin 4x - \sin 3x \cdot \sin x + \sin 2x = 0$.
$\sin 4x + \sin 2x - \sin 3x \cdot \sin x = 0$. Transformant sumes amb productes:
$2\sin 3x \cdot \cos x - \sin 3x \cdot \sin x = 0$.
$\sin 3x(2\cos x + \sin x) = 0$.

$\sin 3x = 0$, $3x = \pi k$. $x = \frac{\pi}{3}k$, $k \in Z$.
$2\cos x + \sin x = 0$.
$2\cos x = -\sin x$.
$\mathrm{tg}2x = -2$, $2x = \mathrm{arctg} - 2 + \pi k$. $x = \frac{\mathrm{arctg} - 2}{2} + \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.

69.- Resoleu l'equació:
$4\cos x\cdot\sin 3x\cdot\cos 4x+\sin 2x=0$.
Selectivitat russa 1998 5.1.

Solució:
$4\cos x\cdot\sin 3x\cdot\cos 4x+\sin 2x=0$. Transformant productes amb sumes:
$2(\sin 4x+\sin 2x)\cos 4x+\sin 2x=0$.
$2\sin 4x\cdot\cos 4x+2\sin 2x\cdot\cos 4x+\sin 2x=0$. Transformant productes amb sumes:
$\sin 8x-\sin 2x+\sin 6x+\sin 2x=0$.
$\sin 8x+\sin 6x=0$.
$\sin 8x=\sin(-6x)$.

$8x=-6x+2\pi k$, o bé, $8x=\pi+6x+2\pi k$, $k\in Z$.
Si $8x=-6x+2\pi k$, $x=\frac{\pi}{7}k$, $k\in Z$.
Si $8x=\pi+6x+2\pi k$, $x=\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in Z$.

70.- Resoleu l'equació:
$\sin 2x=4\cos 4x\cdot\cos 3x\cdot\sin x$.
Selectivitat russa 1998 6.1.

Solució:
$\sin 2x=4\cos 4x\cdot\cos 3x\cdot\sin x$. Transformant productes amb sumes:
$\sin 2x=2(\cos 7x+\cos x)\sin x$.
$\sin 2x=2\cos 7x\cdot\sin x+2\cos x\cdot\sin x$. Transformant productes amb sumes:
$\sin 2x=\sin(-6x)+\sin 8x+\sin 2x$.
$-\sin 6x+\sin 8x=0$.
$\sin 8x=\sin 6x$.

$8x=6x+2\pi k$, o bé, $8x=\pi-6x+2\pi k$, $k\in Z$.
Si $8x=6x+2\pi k$, $x=\pi k$, $k\in Z$.
Si $8x=\pi-6x+2\pi k$, $x=\frac{\pi}{14}+\frac{\pi}{7}k$, $k\in Z$.

71.- Resoleu l'equació:
$\sin 6x=\cos 5x+\sin 4x$.
Selectivitat russa 1999 1.1.

Solució:
$\sin 6x=\cos 5x+\sin 4x$.
$\sin 6x-\sin 4x=\cos 5x$. Transformant sumes amb productes:
$2\cos 5x\cdot\sin x=\cos 5x$.
$\cos 5x(2\sin x-1)=0$.

$\cos 5x=0$, $5x=\frac{\pi}{2}+\pi k$. $x=\frac{\pi}{10}+\frac{\pi}{5}k$, $k\in Z$.
$\sin x=\frac{1}{2}$, $x=\frac{\pi}{6}+2\pi k$, $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k$, $k\in Z$.

72.- Resoleu l'equació:
$\cos 12x = \sin 5x + \cos 2x$.
Selectivitat russa 1999 2.1.

Solució:
$\cos 12x = \sin 5x + \cos 2x$.
$\cos 12x - \cos 2x = \sin 5x$. Transformant sumes amb productes:
$-2\sin 7x \cdot \sin 5x = \sin 5x$.
$\sin 5x(2\sin 7x + 1) = 0$.

$\sin 5x = 0$, $5x = \pi k$. $x = \frac{\pi}{5}k$, $k \in Z$.
$\sin 7x = -\frac{1}{2}$, $7x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $7x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in Z$.
$x = -\frac{\pi}{42} + \frac{2\pi}{7}k$, $x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{7}k$, $k \in Z$.

73.- Resoleu l'equació:
$\cos x - \sin\frac{3x}{2} \cdot \sin\frac{x}{2} = 0$.
Selectivitat russa 1999 3.1.

Solució:
$\cos x - \sin\frac{3x}{2} \cdot \sin\frac{x}{2} = 0$. Transformant productes amb sumes:
$\cos x - \frac{1}{2}(\cos x - \cos 2x) = 0$.
$\frac{1}{2}\cos x + \frac{1}{2}\cos 2x = 0$.
$\cos 2x = -\cos x = \cos(\pi - x)$.
$2x = \pm(\pi - x) + 2\pi k$, $k \in Z$.

Si $2x = \pi - x + 2\pi k$. $x = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}k$, $k \in Z$.
Si $2x = -(\pi - x) + 2\pi k$. $x = -\pi + 2\pi k$, $k \in Z$.

74.- Resoleu l'equació:
$\sin 2x - \sin\frac{5x}{4} \cdot \cos\frac{3x}{4} = 0$.
Selectivitat russa 1999 4.1.

Solució:
$\sin 2x - \sin\frac{5x}{4} \cdot \cos\frac{3x}{4} = 0$. Transformant productes amb sumes:
$\sin 2x - \frac{1}{2}\left(\sin\frac{x}{2} + \sin 2x\right) = 0$.

$\frac{1}{2}\sin 2x - \frac{1}{2}\sin\frac{x}{2} = 0$.

$\sin 2x = \sin\frac{x}{2}$.

$2x = \frac{x}{2} + 2\pi k$, o bé, $2x = \pi - \frac{x}{2} + 2\pi k$, $k \in Z$.

Si $2x = \frac{x}{2} + 2\pi k$, $x = \frac{\pi}{3}k$, $k \in Z$.

Si $2x = \pi - \frac{x}{2} + 2\pi k$, $x = \frac{2\pi}{5} + \frac{\pi}{5}k$, $k \in Z$.

75.- Resoleu l'equació:

$\cos 9x + \cos 5x + 2\sin^2 x = 1$.

Selectivitat russa 1999 5.1.

Solució:

$\cos 9x + \cos 5x + 2\sin^2 x = 1$.

$\cos 9x + \cos 5x = 1 - 2\sin^2 x$. Transformant sumes amb productes:

$2\cos 7x \cdot \cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$. Raons angle doble:

$2\cos 7x \cdot \cos 2x = \cos 2x$.

$\cos 2x(2\cos 7x - 1) = 0$.

$\cos 2x = 0$, $2x = \frac{\pi}{2} + \pi k$. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.

$\cos 7x = \frac{1}{2}$, $7x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k$. $x = \pm\frac{\pi}{21} + \frac{2\pi}{21}k$, $k \in Z$.

76.- Resoleu l'equació:

$\sin 5x - \sin x + 1 = 2\cos^2\frac{3x}{2}$.

Selectivitat russa 1999 6.1.

Solució:

$\sin 5x - \sin x + 1 = 2\cos^2\frac{3x}{2}$.

$\sin 5x - \sin x = 2\cos^2\frac{3x}{2} - 1$. Transformant sumes amb productes:

$2\cos 3x \cdot \sin 2x = 2\cos^2\frac{3x}{2} - 1$. Raons angle doble:

$2\cos 3x \cdot \sin 2x = \cos 3x$.

$\cos 3x(2\sin 2x - 1) = 0$.

$\cos 3x = 0$, $3x = \frac{\pi}{2} + \pi k$. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}k$, $k \in Z$.

$\sin 2x = \frac{1}{2}$, $2x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $2x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$. $x = \frac{\pi}{12} + \pi k$, $x = \frac{5\pi}{12} + \pi k$, $k \in Z$.

77.- Resoleu l'equació:
$\sin 3x + \sin 4x = \sin 7x$.
Selectivitat russa 2000 1.1.

Solució:
$\sin 3x + \sin 4x = \sin 7x$.
$\sin 7x - \sin 3x = \sin 4x$. Transformant sumes amb productes:
$2\cos 5x \cdot \sin 2x = \sin 4x$. Raons angle doble:
$2\cos 5x \cdot \sin 2x = 2\sin 2x \cdot \cos 2x$.
$\sin 2x(\cos 5x - \cos 2x) = 0$.

$\sin 2x = 0$, $2x = \pi k$. $x = \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.
$\cos 5x = \cos 2x$.
$5x = \pm 2x + 2\pi k$.
$3x = 2\pi k$, $x = \frac{2\pi}{3}k$, $k \in Z$.
$5x = 2\pi k$, $x = \frac{2\pi}{5}k$, $k \in Z$.

78.- Resoleu l'equació:
$\sin 3x - \sin 2x = \sin 5x$.
Selectivitat russa 2000 2.1.

Solució:
$\sin 3x - \sin 2x = \sin 5x$.
$\sin 5x - \sin 3x = -\sin x$. Transformant sumes amb productes:
$2\cos 4x \cdot \sin x = -\sin x$. Raons angle doble:
$\sin x(2\cos 4x + 1) = 0$.

$\sin x = 0$, $x = \pi k$, $k \in Z$.
$\cos 4x = \frac{-1}{2}$, $4x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$. $x = \pm\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$

79.- Resoleu l'equació:
$\frac{\cos 6x}{\cos 2x} - 6\cos 2x + 1 = 0$.
Selectivitat russa 2000 3.1.

Solució:
El domini de les solucions és $2x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$, és a dir, $x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.

$\frac{\cos 6x}{\cos 2x} - 6\cos 2x + 1 = 0$.
$\cos 6x - 6\cos^2 2x + \cos 2x = 0$.
$\cos 6x + \cos 2x - 6\cos^2 2x = 0$. Transformant sumes amb productes:

$2\cos 4x\cdot\cos 2x-6\cos^2 2x=0$.

$\cos 4x\cdot\cos 2x-3\cos^2 2x=0$

$\cos 2x(\cos 4x-3\cos 2x)=0$. $\cos 2x\neq 0$.

$\cos 4x-3\cos 2x=0$ Raons angle doble:

$2\cos^2 2x-1-3\cos 2x=0$.

$2\cos^2 2x-3\cos 2x-1=0$. Resolent l'equació:

$\cos 2x=\frac{3-\sqrt{17}}{4}$, $2x=\pm\arccos\left(\frac{3-\sqrt{17}}{4}\right)+2\pi k$.

$$x=\frac{\pm\arccos\left(\frac{3-\sqrt{17}}{4}\right)}{2}+\pi k,\ k\in Z.$$

80.- Resoleu l'equació:

$\frac{\cos 3x}{\cos x}+4\sin x+1=0$.

Selectivitat russa 2000 4.1.

Solució:

El domini de les solucions és $x\neq\frac{\pi}{2}+\pi k,\ k\in Z$.

$\frac{\cos 3x}{\cos x}+4\sin x+1=0$.

$\cos 3x+4\sin x\cdot\cos x+\cos x=0$.

$\cos 3x+\cos x+4\sin x\cdot\cos x=0$. Transformant sumes amb productes:

$2\cos 2x\cdot\cos x+4\sin x\cdot\cos x=0$.

$2\cos x(\cos 2x+2\sin x)=0$. $\cos x\neq 0$.

$\cos 2x+2\sin x=0$. Raons angle doble:

$1-2\sin^2 x+2\sin x=0$.

$2\sin^2 x-2\sin x-1=0$. Resolent l'equació:

$\sin x=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$, $x=\arcsin\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)+2\pi k$, $x=\pi-\arcsin\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)+2\pi k$, $k\in Z$.

81.- Resoleu l'equació:

$5\sin 6x + \dfrac{2}{\cos 2x} = 5\sin 2x$.

Selectivitat russa 2000 5.1.

Solució:

El domini de les solucions és $2x \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$. $x = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.

$5\sin 6x + \dfrac{2}{\cos 2x} = 5\sin 2x$.

$\dfrac{2}{\cos 2x} = 5(\sin 2x - \sin 6x)$. Transformant sumes amb productes:

$\dfrac{2}{\cos 2x} = 5(2\cos 4x \cdot \sin(-2x))$.

$2 = -5 \cdot 2\cos 4x \cdot \sin 2x \cdot \cos 2x$. Raons angle doble:

$2 = -5\cos 4x \cdot \sin 4x$. Raons angle doble:

$\sin 8x = \dfrac{-4}{5}$, $8x = \arcsin\dfrac{-4}{5} + 2\pi k$, $8x = \pi - \arcsin\dfrac{-4}{5} + 2\pi k$, $k \in Z$.

$x = \dfrac{\arcsin\frac{-4}{5}}{8} + \dfrac{\pi}{4}k$, $x = \dfrac{\pi - \arcsin\frac{-4}{5}}{8} + \dfrac{\pi}{8}k$, $k \in Z$.

82.- Resoleu l'equació:

$\dfrac{1}{\sin 2x} - 5\cos 6x = 5\cos 2x$.

Selectivitat russa 2000 6.1.

Solució:

El domini de les solucions és $2x \neq \pi k$, $k \in Z$. $x = \dfrac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.

$\dfrac{1}{\sin 2x} - 5\cos 6x = 5\cos 2x$.

$\dfrac{1}{\sin 2x} = 5(\cos 2x + \cos 6x)$. Transformant sumes amb productes:

$\dfrac{1}{\sin 2x} = 5(-2)\cos 4x \cdot \cos 2x$.

$1 = -5 \cdot 2\cos 4x \cdot \sin 2x \cdot \cos 2x$. Raons angle doble:

$1 = -5\cos 4x \cdot \sin 4x$. Raons angle doble:

$\sin 8x = \dfrac{-2}{5}$, $8x = \arcsin\dfrac{-2}{5} + 2\pi k$, $8x = \pi - \arcsin\dfrac{-2}{5} + 2\pi k$, $k \in Z$.

$x = \dfrac{\arcsin\frac{-2}{5}}{8} + \dfrac{\pi}{4}k$, $x = \dfrac{\pi - \arcsin\frac{-2}{5}}{8} + \dfrac{\pi}{8}k$, $k \in Z$.

83.- Resoleu l’equació:
$2\sin(3x^2)\cdot\cos 4x+\sin(4x-3x^2)=0$.
Selectivitat russa 2001 1.2.

Solució:
$2\sin(3x^2)\cdot\cos 4x+\sin(4x-3x^2)=0$. Transformant productes amb sumes:
$\sin(3x^2-4x)+\sin(3x^2+4x)-\sin(3x^2-4x)=0$.
$\sin(3x^2+4x)=0$.
$3x^2+4x=\pi k$, $k\in Z$.
$3x^2+4x-\pi k=0$.
$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{4+3\pi k}}{3}$, $k\in Z$, $k\geq 0$.

84.- Resoleu l’equació:
$2\sin 3x\cdot\sin(4x^2)+\cos(4x^2+3x)=0$.
Selectivitat russa 2001 2.2.

Solució:
$2\sin 3x\cdot\sin(4x^2)+\cos(4x^2+3x)=0$. Transformant productes amb sumes:
$\cos(4x^2-3x)-\cos(4x^2+3x)+\cos(4x^2+3x)=0$.
$\cos(4x^2-3x)=0$.
$4x^2-3x=\dfrac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in Z$.
$4x^2-3x-\dfrac{\pi}{2}-\pi k=0$.
$x=\dfrac{3\pm\sqrt{9+8\pi+16\pi k}}{8}$, $k\in Z$, $k\geq 0$.

85.- Resoleu l’equació:
$\sin 5x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\dfrac{1}{2}\cos x$.
Selectivitat russa 2001 3.1.

Solució:
$\sin 5x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\dfrac{1}{2}\cos x$.
$\sin 5x=\sin x\cdot\cos\dfrac{\pi}{6}-\sin\dfrac{\pi}{6}\cdot\cos x$.
$\sin 5x=\sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)$.
$5x=x-\dfrac{\pi}{6}+2\pi k$, $5x=\pi-\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)+2\pi k$.
$x=\dfrac{-\pi}{24}+\dfrac{\pi}{2}k$, $x=\dfrac{7\pi}{36}+\dfrac{\pi}{3}k$, $k\in Z$.

86.- Resoleu l'equació:

$\cos 3x = \frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x$.

Selectivitat russa 2001 4.1.

Solució:

$\cos 3x = \frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x$.

$\cos 3x = \cos x \cdot \cos\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{3} \cdot \sin x$.

$\cos 3x = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$.

$3x = \pm\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2\pi k$, $k \in Z$.

$x = \frac{-\pi}{6} + \pi k$, $x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.

87.- Resoleu l'equació:

$tg(2x+5)\cdot ctg(x+2) = 1$.

Selectivitat russa 2001 5.1.

Solució:

El domini de les solucions és $2x+5 \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ i $x+2 \neq \pi k$, $k \in Z$.

$tg(2x+5)\cdot ctg(x+2) = 1$.

$tg(2x+5) = tg(x+2)$.

$2x+5 = x+2+\pi k$.

$x = -3+\pi k$, $k \in Z$.

88.- Resoleu l'equació:

$tg(3x+4)\cdot ctg(7-x) = 1$.

Selectivitat russa 2001 6.1.

Solució:

El domini de les solucions és $3x+4 \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ i $7-x \neq \pi k$, $k \in Z$.

$tg(3x+4)\cdot ctg(7-x) = 1$.

$tg(3x+4) = tg(7-x)$.

$3x+4 = 7-x+\pi k$.

$4x = 3+\pi k$

$x = \frac{3}{4} + \frac{\pi}{4}k$, $k \in Z$.

89.- Resoleu l'equació:

$2\cos^2 2x \cdot \mathrm{tg}(\sin x) - \cos 4x = 1$.

Selectivitat russa 2002 1.1.

Solució:

El domini de les solucions és $\sin x \neq \pm\frac{\pi}{2}$, que es compleix sempre.

$2\cos^2 2x \cdot \mathrm{tg}(\sin x) - \cos 4x = 1$. Raons angle doble:

$2\cos^2 2x \cdot \mathrm{tg}(\sin x) - (2\cos^2 2x - 1) = 1$.

$2\cos^2 2x \cdot \mathrm{tg}(\sin x) - 2\cos^2 2x = 0$.

$\cos^2 2x(\mathrm{tg}(\sin x) - 1) = 0$.

$\cos 2x = 0$, $2x = \frac{\pi}{2} + \pi k$. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.

$\mathrm{tg}(\sin x) = 1$

$\sin x = \frac{\pi}{4}$.

$x = \arcsin\left(\frac{\pi}{4}\right) + 2\pi k$, $x = \pi - \arcsin\left(\frac{\pi}{4}\right) + 2\pi k$, $k \in Z$.

90.- Resoleu l'equació:

$2\sqrt{3}\sin^2 6x \cdot \mathrm{tg}(\cos x) + \cos 12x = 1$.

Selectivitat russa 2002 2.1.

Solució:

El domini de les solucions és $\cos x \neq \pm\frac{\pi}{2}$, que es compleix sempre.

$2\sqrt{3}\sin^2 6x \cdot \mathrm{tg}(\cos x) + \cos 12x = 1$. Raons angle doble:

$2\sqrt{3}\sin^2 6x \cdot \mathrm{tg}(\cos x) + (1 - 2\sin^2 6x - 1) = 1$.

$2\sqrt{3}\sin^2 6x \cdot \mathrm{tg}(\cos x) - 2\sin^2 2x = 0$.

$\sin^2 6x(\sqrt{3}\mathrm{tg}(\cos x) - 1) = 0$.

$\sin 6x = 0$, $6x = \pi k$. $x = \frac{\pi}{6}k$, $k \in Z$.

$\mathrm{tg}(\cos x) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\cos x = \frac{\pi}{6}$.

$x = \pm\arccos\left(\frac{\pi}{4}\right) + 2\pi k$, $k \in Z$.

91.- Resoleu l'equació:

$$2\cos^2\frac{3x}{2}-\cos 3x\cdot \mathrm{ctg}x=\mathrm{ctg}x\ .$$

Selectivitat russa 2002 3.2.

Solució:

$2\cos^2\frac{3x}{2}-\cos 3x\cdot \mathrm{ctg}x=\mathrm{ctg}x\ .$

$2\cos^2\frac{3x}{2}=(1+\cos 3x)\cdot \mathrm{ctg}x$. Raons angle meitat:

$2\cos^2\frac{3x}{2}=2\cos^2\frac{3x}{2}\cdot \mathrm{ctg}x\ .$

$\cos^2\frac{3x}{2}(1-\mathrm{ctg}x)=0\ .$

$\cos\frac{3x}{2}=0$, $\frac{3x}{2}=\frac{\pi}{2}+\pi k$. $x=\frac{\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}k$, $k\in Z$.

$\mathrm{ctg}x=1$, $x=\frac{\pi}{4}+\pi k$, $k\in Z$.

92.- Resoleu l'equació:

$$2\cos^2 3x-\cos 6x\cdot \mathrm{tg}x=\mathrm{tg}x\ .$$

Selectivitat russa 2002 4.2.

Solució:

$2\cos^2 3x-\cos 6x\cdot \mathrm{tg}x=\mathrm{tg}x\ .$

$2\cos^2 3x=(1+\cos 6x)\cdot \mathrm{tg}x$. Raons angle meitat:

$2\cos^2 3x=2\cos^2 3x\cdot \mathrm{tg}x\ .$

$\cos^2 3x\cdot(1-\mathrm{tg}x)=0\ .$

$\cos 3x=0$, $3x=\frac{\pi}{2}+\pi k$. $x=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}k$, $k\in Z$.

$\mathrm{tg}x=1$, $x=\frac{\pi}{4}+\pi k$, $k\in Z$.

93.- Resoleu l'equació:

$\cos x - \cos 3x = \frac{1}{2}\mathrm{ctg}x$.

Selectivitat russa 2002 5.1.

Solució:
El domini de les solucions és $x \neq \pi k$, $k \in Z$.

$\cos x - \cos 3x = \frac{1}{2}\mathrm{ctg}x$. Transformant sumes amb productes:

$-2\sin 2x \cdot \sin(-x) = \frac{1}{2}\frac{\cos x}{\sin x}$.

$2\sin 2x \cdot \sin x = \frac{1}{2}\frac{\cos x}{\sin x}$. Raons angle doble:

$4\sin x \cdot \cos x \cdot \sin x = \frac{1}{2}\frac{\cos x}{\sin x}$.

$8\sin^3 x \cdot \cos x = \cos x$

$\cos x\left(8\sin^3 x - 1\right) = 0$.

$\cos x = 0$, $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$.

$\sin x = \frac{1}{2}$, $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in Z$.

94.- Resoleu l'equació:

$\sin 9x + \sin 3x = \frac{3\sqrt{3}}{2}\mathrm{tg}3x$.

Selectivitat russa 2002 6.1.

Solució:

El domini de les solucions és $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$.

$\sin 9x + \sin 3x = \frac{3\sqrt{3}}{2}\mathrm{tg}3x$. Transformant sumes amb productes:

$2\sin 6x \cdot \cos 3x = \frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{\sin 3x}{\cos x}$. Raons angle doble:

$4\sin 3x \cdot \cos 3x \cdot \cos 3x = \frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{\sin 3x}{\cos 3x}$.

$8\cos^3 3x \cdot \sin 3x = 3\sqrt{3}\sin 3x$.

$\sin 3x\left(8\cos^3 3x - 3\sqrt{3}\right) = 0$.

$\sin 3x = 0$, $3x = \pi k$. $x = \frac{\pi}{3}k$, $k \in Z$.

$\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $3x = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi k$. $x = \pm\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}k$, $k \in Z$.

95.- Resoleu l'equació:
$\cos 4x + 2\sin 3x - \cos 2x + \sin x - 1 = 0$.
Selectivitat russa 2003 1.1.

Solució:
$\cos 4x + 2\sin 3x - \cos 2x + \sin x - 1 = 0$.
$\cos 4x - \cos 2x + 2\sin 3x + \sin x - 1 = 0$. Transformant sumes en productes:
$-2\sin 3x \cdot \sin x + 2\sin 3x + \sin x - 1 = 0$.
$2\sin 3x(1 - \sin x) + \sin x - 1 = 0$.
$(1 - \sin x)(2\sin 3x - 1) = 0$.

$\sin x = 1$, $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in Z$.
$\sin 3x = \frac{1}{2}$, $3x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $3x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$. $x = \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}k$, $x = \frac{5\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}k$, $k \in Z$.

96.- Resoleu l'equació:
$\sin 4x - \sin 3x + \sin 2x - 2\cos x + 1 = 0$.
Selectivitat russa 2003 2.1.

Solució:
$\sin 4x - \sin 3x + \sin 2x - 2\cos x + 1 = 0$
$\sin 4x + \sin 2x - \sin 3x - 2\cos x + 1 = 0$. Transformant sumes en productes:
$2\sin 3x \cdot \cos x - \sin 3x - 2\cos x + 1 = 0$.
$\sin 3x(2\cos x - 1) - 2\cos x + 1 = 0$
$(2\cos x - 1)(\sin 3x - 1) = 0$.

$\cos x = \frac{1}{2}$, $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in Z$.
$\sin 3x = 1$, $3x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}k$, $k \in Z$.

97.- Resoleu l'equació:
$2\sin(3\cos 3x + 6\sin 2x \cdot \sin x) = 1$.
Selectivitat russa 2003 3.1.

Solució:
$2\sin(3\cos 3x + 6\sin 2x \cdot \sin x) = 1$. Transformant productes amb sumes:
$2\sin(3\cos 3x + 3\cos x - 3\cos 3x) = 1$.
$2\sin(3\cos x) = 1$.
$\sin(3\cos x) = \frac{1}{2}$.
$3\cos x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$.
$\cos x = \frac{\pi}{18}$, $x = \pm\arccos\frac{\pi}{18} + 2\pi k$, $k \in Z$.
$\cos x = \frac{5\pi}{18}$, $x = \pm\arccos\frac{5\pi}{18} + 2\pi k$, $k \in Z$.

98.- Resoleu l'equació:
$2\cos(8\sin 4x \cdot \cos 3x - 4\sin 7x) + 1 = 0$.
Selectivitat russa 2003 4.1.

Solució:
$2\cos(8\sin 4x \cdot \cos 3x - 4\sin 7x) + 1 = 0$. Transformant productes amb sumes:
$2\cos(4\sin x + 4\sin 7x - 4\sin 7x) = -1$.
$2\cos(4\sin x) = -1$.
$\cos(4\sin x) = \frac{-1}{2}$.

$4\sin x = \frac{2\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}$.
$\sin x = \frac{\pi}{6}$, $x = \arcsin\left(\frac{\pi}{6}\right) + 2\pi k$, $x = \pi - \arcsin\left(\frac{\pi}{6}\right) + 2\pi k$, $k \in Z$.
$\sin x = -\frac{\pi}{6}$, $x = \arcsin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + 2\pi k$, $x = \pi - \arcsin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + 2\pi k$, $k \in Z$.

99.- Resoleu l'equació:
$tg^2 x - 2\cos 2x = 1$.
Selectivitat russa 2003 5.1.

Solució:
El domini de les solucions és $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$.

$tg^2 x - 2\cos 2x = 1$. Tenint en compte que $1 - tg^2 x = \frac{\cos 2x}{\cos^2 x}$:
$-2\cos 2x = 1 - tg^2 x$.
$-2\cos 2x = \frac{\cos 2x}{\cos^2 x}$.
$\cos 2x\left(\frac{1}{\cos^2 x} + 2\right) = 0$.

$\cos 2x = 0$, $2x = \frac{\pi}{2} + \pi k$. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.
$2\cos^2 x = 1$.
$\cos x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$, $x = \pm\frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in Z$.

100.- Resoleu l'equació:

$2\cos 2x + 9\operatorname{tg}^2 x = 4$.

Selectivitat russa 2003 6.1.

Solució:

El domini de les solucions és $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$.

$2\cos 2x + 9\operatorname{tg}^2 x = 4$. Tenint en compte que $1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$:

$2\cos 2x + 9\left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) = 4$.

$2\cos 2x + \frac{9}{\cos^2 x} = 13$. Raons angle doble:

$2\left(2\cos^2 x - 1\right) + \frac{9}{\cos^2 x} = 13$.

$4\cos^2 x + \frac{9}{\cos^2 x} = 15$.

$4\cos^4 x - 15\cos^2 x + 9 = 0$. Resolent l'equació:

$\cos x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$, $x = \pm\frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in Z$.

101.- Resoleu l'equació:

$8\sin\left(x + \frac{3\pi}{8}\right)\cdot\cos\frac{\pi}{8} - 4\cos x - 3 = 0$.

Selectivitat russa 2004 1.1.

Solució:

$8\sin\left(x + \frac{3\pi}{8}\right)\cdot\cos\frac{\pi}{8} - 4\cos x - 3 = 0$. Transformant productes amb sumes:

$4\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 4\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 4\cos x - 3 = 0$.

$4\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 4\cos x - 4\cos x - 3 = 0$.

$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{4}$.

$x + \frac{\pi}{4} = \arcsin\frac{3}{4} + 2\pi k$, $x + \frac{\pi}{4} = \pi - \arcsin\frac{3}{4} + 2\pi k$, $k \in Z$.

$x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\frac{3}{4} + 2\pi k$, $x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\frac{3}{4} + 2\pi k$, $k \in Z$.

102.- Resoleu l'equació:

$$14\cos\left(x+\frac{3\pi}{10}\right)\cdot\cos\frac{\pi}{5}+7\sin x-4=0.$$

Selectivitat russa 2004 2.1.

Solució:

$14\cos\left(x+\frac{3\pi}{10}\right)\cdot\cos\frac{\pi}{5}+7\sin x-4=0$. Transformant productes amb sumes:

$$7\cos\left(x+\frac{\pi}{10}\right)+7\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)+7\sin x-4=0.$$

$$7\cos\left(x+\frac{\pi}{10}\right)-7\sin x+7\sin x-4=0.$$

$$\cos\left(x+\frac{\pi}{10}\right)=\frac{4}{7}.$$

$$x+\frac{\pi}{10}=\pm\arccos\frac{4}{7}+2\pi k,\ k\in Z.$$

$$x=-\frac{\pi}{10}\pm\arccos\frac{4}{7}+2\pi k.\ k\in Z.$$

103.- Resoleu l'equació:

$$\sin 3x\cdot\sin 2x+\sin 3x\cdot\sin 4x-\cos x=0.$$

Selectivitat russa 2004 3.1.

Solució:

$$\sin 3x\cdot\sin 2x+\sin 3x\cdot\sin 4x-\cos x=0.$$

$\sin 3x\cdot(\sin 2x+\sin 4x)-\cos x=0$. Transformant sumes en productes:

$$\sin 3x\cdot 2\cdot\sin 3x\cdot\cos x-\cos x=0.$$

$\cos x\left(2\sin^2 3x-1\right)=0$. Raons angle doble:

$$-\cos x\cdot\cos 6x=0.$$

$$\cos x=0,\ x=\frac{\pi}{2}+\pi k,\ k\in Z$$

$$\cos 6x=0,\ 6x=\frac{\pi}{2}+\pi k.\quad x=\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{6}k,\ k\in Z.$$

104.- Resoleu l'equació:
$\cos x \cdot \sin 4x + \cos 2x \cdot \sin 5x - \sin 3x = 0$.
Selectivitat russa 2004 4.1.

Solució:
$\cos x \cdot \sin 4x + \cos 2x \cdot \sin 5x - \sin 3x = 0$. Transformant productes en sumes:
$\frac{1}{2}(\sin 3x + \sin 5x + \sin 3x + \sin 7x) - \sin 3x = 0$.
$\frac{1}{2}(\sin 5x + \sin 7x) = 0$. Transformant sumes en productes:
$\sin 6x \cdot \cos x = 0$.

$\cos x = 0$, $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$
$\sin 6x = 0$, $6x = \pi k$. $x = \frac{\pi}{6}k$, $k \in Z$.

105.- Resoleu l'equació:
$8\cos 8x - 4\cos^2 2x + 5 = 0$.
Selectivitat russa 2005 1.1.

Solució:
$8\cos 8x - 4\cos^2 2x + 5 = 0$. Raons angle meitat $\cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$:
$8\cos 8x - 4\left(\frac{1+\cos 4x}{2}\right) + 5 = 0$. Raons angle doble:
$8(2\cos^2 4x - 1) - 2\cos 4x + 3 = 0$.
$16\cos^2 4x - 2\cos 4x - 5 = 0$. Resolent l'equació:
$\cos 4x = \frac{-1}{2}, \frac{5}{8}$.
Si $\cos 4x = \frac{-1}{2}$, $4x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$. $x = \pm\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.
$\cos 4x = \frac{5}{8}$, $4x = \pm\arccos\frac{5}{8} + 2\pi k$. $x = \pm\frac{\arccos\frac{5}{8}}{4} + \frac{\pi}{2}k$, $k \in Z$.

106.- Resoleu l'equació:
$8\sin^2 3x + 6\cos 12x - 3 = 0$.
Selectivitat russa 2005 2.1.

Solució:
$8\sin^2 3x + 6\cos 12x - 3 = 0$. Raons de l'angle meitat $\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$

$8\left(\frac{1-\cos 6x}{2}\right) + 6\cos 12x - 3 = 0$. Raons de l'angle doble:
$4 - 4\cos 6x + 6(2\cos^2 6x - 1) - 3 = 0$.
$12\cos^2 6x - 4\cos 6x - 5 = 0$. Resolent l'equació:
$\cos 6x = \frac{-1}{2}, \frac{5}{6}$.

Si $\cos 6x = \frac{-1}{2}$, $6x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$. $x = \pm\frac{\pi}{9} + \frac{\pi}{3}k$, $k \in Z$.

$\cos 6x = \frac{5}{6}$, $6x = \pm\arccos\frac{5}{6} + 2\pi k$. $x = \pm\frac{\arccos\frac{5}{8}}{6} + \frac{\pi}{3}k$, $k \in Z$.

107.- Resoleu l'equació:
$2\cos 3x \cdot \cos 8x - \cos 6x = 1$.
Selectivitat russa 2005 3.1.

Solució:
$2\cos 3x \cdot \cos 8x - \cos 6x = 1$.
$2\cos 3x \cdot \cos 8x = 1 - \cos 6x$. Raons de l'angle meitat:
$2\cos 3x \cdot \cos 8x = 2\cos^2 3x$.
$\cos 3x(\cos 8x - \cos 3x) = 0$.

$\cos 3x = 0$, $3x = \frac{\pi}{2} + \pi k$. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}k$, $k \in Z$.
$\cos 8x = \cos 3x$.
$8x = \pm 3x + 2\pi k$. $x = \frac{2\pi}{5}k$, $x = \frac{2\pi}{11}k$, $k \in Z$.

108.- Resoleu l'equació:
$1-2\sin 2x\cdot\sin 5x=\cos 4x$.
Selectivitat russa 2005 4.1.

Solució:
$1-\cos 4x=2\sin 2x\cdot\sin 5x$. Raons de l'angle meitat:
$2\sin^2 2x=2\sin 2x\cdot\sin 5x$.
$\sin 2x(\sin 2x-\sin 5x)=0$.

$\sin 2x=0$, $2x=\pi k$. $x=\frac{\pi}{2}k$, $k\in Z$.
$\sin 5x=\sin 2x$.
$5x=2x+2\pi k$. $x=\frac{2\pi}{3}k$, $k\in Z$
$5x=\pi-2x+2\pi k$. $x=\frac{\pi}{7}+\frac{2\pi}{7}k$, $k\in Z$

109.- Resoleu l'equació:
$\sin 5x-\sin x=\sqrt{8}\cos 3x$.
Selectivitat russa 2006 1.1.

Solució:
$\sin 5x-\sin x=\sqrt{8}\cos 3x$. Transformant sumes en productes:
$2\cos 3x\cdot\sin 2x=\sqrt{8}\cos 3x$.
$\cos 3x\left(2\sin 2x-\sqrt{8}\right)=0$.

$\cos 3x=0$, $3x=\frac{\pi}{2}+\pi k$. $x=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}k$, $k\in Z$.
$\sin 2x=\frac{\sqrt{8}}{2}$, no té solució real.

110.- Resoleu l'equació:
$\cos 5x+\cos x=\sqrt{5}\cos 2x$.
Selectivitat russa 2006 2.1.

Solució:
$\cos 5x+\cos x=\sqrt{5}\cos 2x$. Transformant sumes en productes:
$2\cos 3x\cdot\cos 2x=\sqrt{5}\cos 2x$.
$\cos 2x\left(2\cos 3x-\sqrt{5}\right)=0$.

$\cos 2x=0$, $2x=\frac{\pi}{2}+\pi k$. $x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}k$, $k\in Z$.
$\cos 3x=\frac{\sqrt{5}}{2}$, no té solució real.

111.- Resoleu l'equació:
$\cos 7x = \frac{3\pi}{2}\cos x - \cos 5x$.
Selectivitat russa 2006 3.1.

Solució:
$\cos 7x = \frac{3\pi}{2}\cos x - \cos 5x$.
$\cos 7x + \cos 5x = \frac{3\pi}{2}\cos x$. Transformant sumes en productes:
$2\cos 6x \cdot \cos x = \frac{3\pi}{2}\cos x$.
$\cos x\left(2\cos 6x - \frac{3\pi}{2}\right) = 0$.
$\cos x = 0$, $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$.
$\cos 6x = \frac{3\pi}{4}$, no té solució real.

112.- Resoleu l'equació:
$\sin 5x = \pi \cos x - \sin 3x$.
Selectivitat russa 2006 4.1.

Solució:
$\sin 5x = \pi \cos x - \sin 3x$.
$\cos 7x + \cos 5x = \frac{3\pi}{2}\cos x$. Transformant sumes en productes:
$2\sin 4x \cdot \cos x = \pi \cos x$.
$\cos x(2\cos 4x - \pi) = 0$.
$\cos x = 0$, $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$.
$\cos 4x = \frac{\pi}{2}$, no té solució real.