Problema olímpic amb nombres.

1	3	6	10	15	21	...
2	5	9	14	20		
4	8	13	19			
7	12	18				
11	17					
16						
⋮						

Pere va escriure els primers 2015 naturals en una taula de 100 × 100, tal com es mostra a la figura. (a la figura, la taula no s'ompli completament)

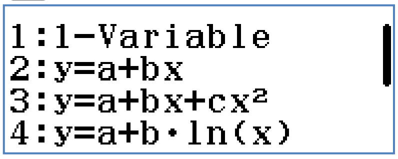
Quin és l'últim nombre de la segona fila?
KöMaL, K489.

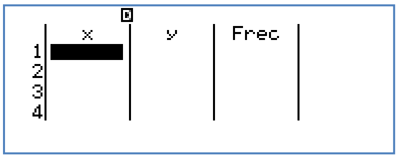
Solució 1:
Els termes de la primera fila són els nombres triangulars:

$$1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, \ldots\ldots\ldots \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}_{n=1}^{\infty}.$$

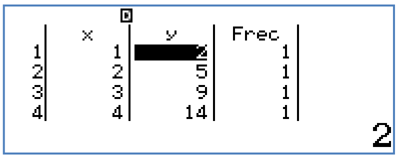
La segona fila és la successió:
2, 5, 9, 14, 20, 27,....
Les diferències de dos termes consecutius és:
3, 4, 5, 6, 7,.....
La diferència de dos termes consecutius de les diferències és:
1, 1, 1, 1,....
és una successió aritmètica de segon ordre.
Vegem si la successió és un polinomi de segon grau.
Obrim el menú estadística de dues variables, regressió quadràtica:

MENU 6
3



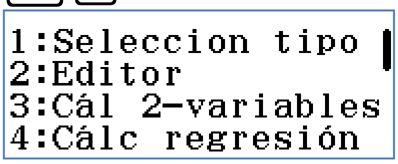


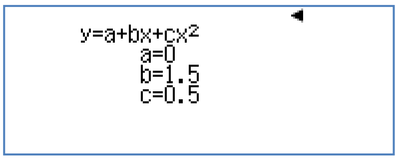
Introduïm les dades en la calculadora: en x els nombres naturals i en y els termes de la successió.



Obrim opcions **càlcul regressió**:_

OPTN 4





El terme general de la successió és $\left\{0.5n^2+1.5n\right\}_{n=1}^{\infty}$

El darrer terme de la fila ha de ser menor o igual que 2015.

$\frac{n^2+3n}{2} \leq 2015$.

Resolem l'equació:

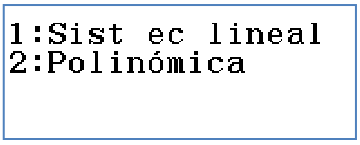
$\frac{n^2+3n}{2} = 2015$. Simplificant-la:

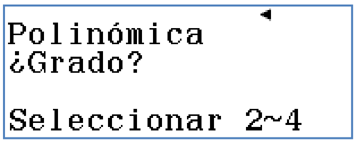
$n^2+3n-4030=0$.

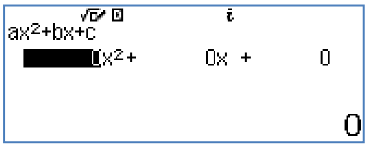
Obriu el menú equacions:

MENU ALPHA (−)

2 2

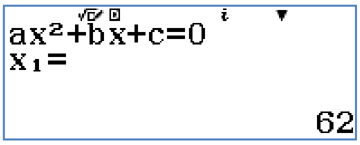


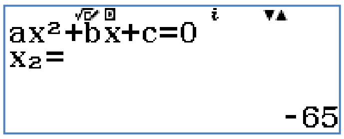




Introduïu els coeficients i resoleu:

1 = 3 = (−) 4 0 3 0 = = =





La solució és natural.

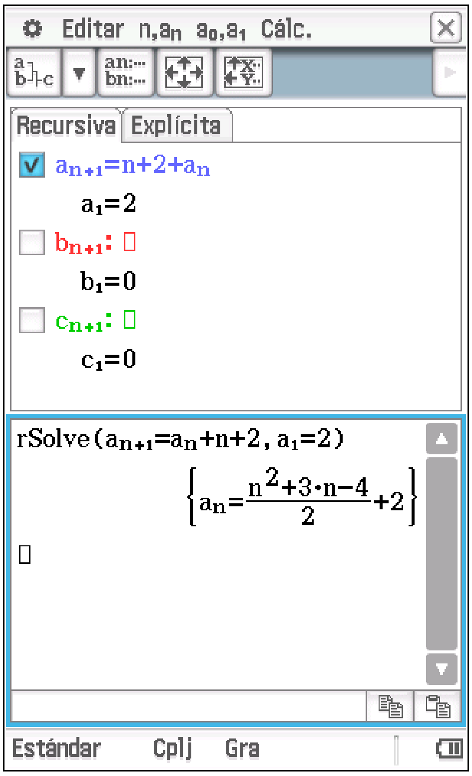
En la segona fila el lloc 62 és ocupat pel 2015.

Solució 2:

La successió 2, 5, 9, 14, 20,.... és una successió recurrent:

$a_1=2$, $a_{n+1}=n+2+a_n$.

Si resolem l'equació de successions amb la Casio CP400:



$a_n=\frac{n^2+3n}{2}$.

Vegem el nombre natural tal que $a_n \leq 2015$.

$\frac{n^2+3n}{2} \leq 2015$.

$1 \leq n \leq 62$.

Si $n=62$, $a_{62}=2015$.

El darrer nombre de la segona fila és 2015.

Nota: El problema és de preparació per a l'olimpíada KöMaL, Hongria, gener 2016. Problema *K489.* Nivell secundari.