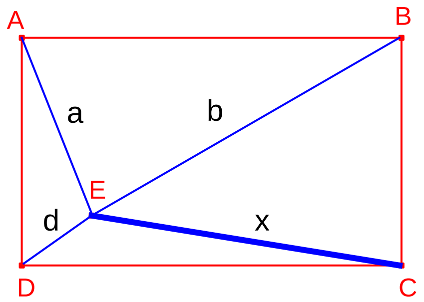
Problemes de Geometria per a l'ESO 235

2341.- Siga E un punt interior del rectangle ABCD tal que $\overline{AE} = a,\ \overline{BE} = b, \overline{AD} = d$, calculeu la mesura del segment $\overline{AC} = x$ en funció de a, b, d.
Crux Mathematicorum MA47



2342.- Siga el triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ i $\overline{AD} = m$ la mitjana.
Proveu que $4m^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos A$
Crux Mathematicorum MA 48

2343:- Els perímetres del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ i del quadrat $DEFG$ són iguals.
Determineu la raó entre les àrees del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ i del quadrat $DEFG$
Crux Mathematicorum MA 49

2344.- Una família de rectes està definida amb la condició que la suma dels recíprocs de les interseccions amb l'eix d'abscisses i amb l'eix d'ordenades és constant k.
Demostreu que les rectes d'aquesta família concorren en un punt i determineu les seues coordenades d'aquest punt amb comú.
Crux Mathematicorum MA 50

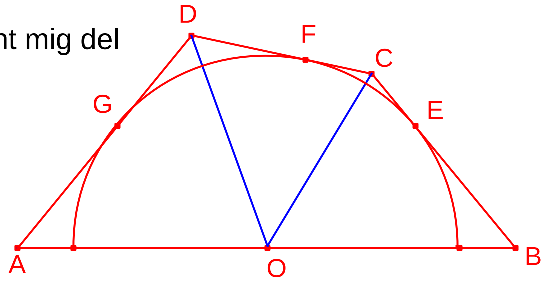
2345.- Siga $\widehat{AB}$ un arc de circumferència de radi r i centre O i angle central θ, essent inferior a π. Siga M el punt mig de l'arc $\widehat{AB}$.
El punt P pertany al radi $\overline{OA}$, els punts Q, R sobre l'arc $\widehat{AB}$ i S sobre el radi $\overline{OB}$, són tals que PQRS és un rectangle.
Demostreu que l'àrea del rectangle PQRS és màxima quan els segments $\overline{OQ}, \overline{OM}$ i $\overline{OR}$ divideixen l'angle $\angle AOB$ en quatre parts iguals de valor comú $\frac{\theta}{4}$.
Determineu l'àrea màxima en termes de r i θ
Crux Mathematicorum 4500

2346.- Siga el triangle rectangle $\overset{,\Delta}{ABC}, C = 90°, \overline{AC} > \overline{BC}$.
Siga la circumferència de diàmetre $\overline{BC}$
Des del punt A s'han traçat les tangents a la circumferència que tallen la circumferència en el punt A i D.
La recta AD talla la recta BC en el punt E.
Siga O el punt mig del catet $\overline{BC}$.
Proveu que les àrees dels triangles $\overset{,\Delta}{DOE}, \overset{,\Delta}{AEB}$ són iguals.
KöMaL 5063

2347.- Siga una circumferència de centre i de radi 1 i un punt P tal que $\overline{OP} = 2$.
Una recta que passa per P talla la circumferència en els punts M, N tal que M és el punt mig del segment $\overline{PN}$

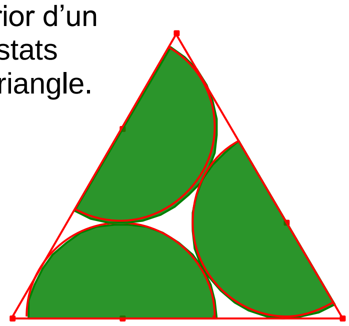
Demostreu que l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{OMN}$ és menor que $\frac{1}{2}$.

2348.- Siga el quadrilàter $ABCD$.
Siga una semicircumferència de centre O, O és el punt mig del segment $\overline{AB}$, el diàmetre pertany al segment $\overline{AB}$ i és tangent als altres tres costats del quadrilàter. (veure figura)



a) Proveu que els triangles $\overset{\Delta}{AOD}, \overset{\Delta}{DOC}, \overset{\Delta}{COB}$ són semblants (no necessàriament en aquest ordre).
b) Proveu que $\overline{AB}^2 = 4 \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AD}$.

2349.- En la figura hi ha tres semicercles de radi 1 a l'interior d'un triangle equilàter. Els diàmetres estan situats sobre els costats del triangle. Cada semicercle és tangent al altres dos i al triangle. Determineu la mesura dels costat del triangle.



2350.- Sobre dos costats consecutius d'un quadrat s'han dibuixat al seu exterior dos triangles equilàters.
Proveu que el triangle ombrejat és equilàter.