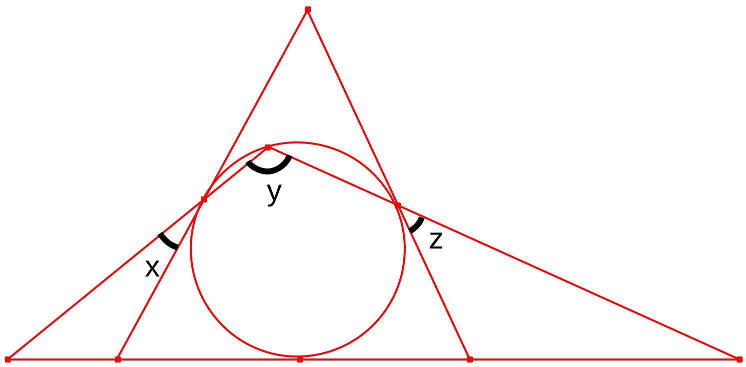
2631.-



Calculeu la suma dels tres angles, $x + y + z$

Solució:

$\angle CKF = x$

Per ser angle semiinscrit:

$\widehat{KF} = 2x$

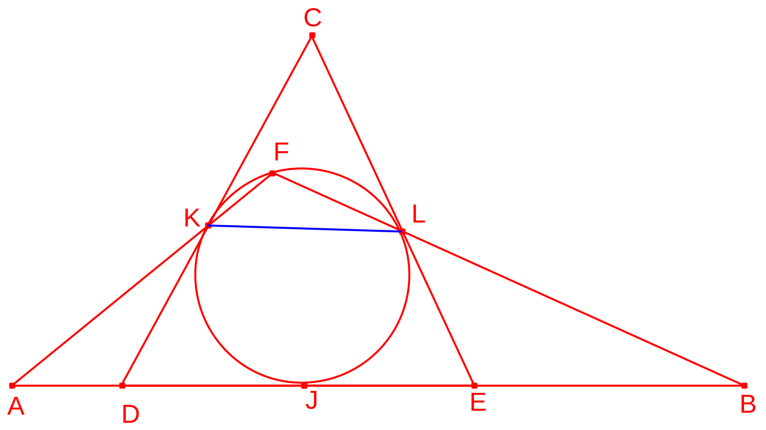
Per ser angle inscrit:

$\angle KLF = \frac{1}{2}\widehat{KF} = \frac{1}{2}2x = x$

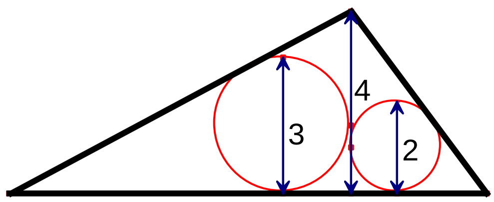
Anàlogament:

$\angle FKL = z$

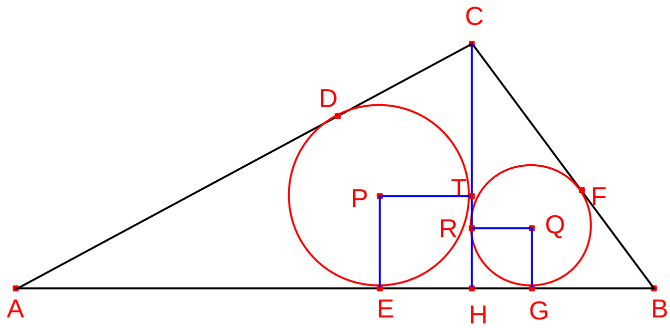
$x + y + z = 180°$



2632.- El triangle exterior s'ha dividit en dos triangles rectangles amb l'altura 4.
En cada triangle rectangle s'ha inscrit una circumferència de radis 3 i 2, respectivament.
Calculeu l'àrea del triangle exterior.



Solució:
Siguen D, E, T els punts de tangència de la circumferència de centre P i diàmetre 3 amb els costats del triangle rectangle $\overset{\Delta}{AHC}$.



$\overline{EH} = \overline{TH} = \overline{PE} = \overline{PT} = \frac{3}{2}$

$\overline{CT} = \overline{CD} = 4 - \overline{TH} = \frac{5}{2}$

Siga $x = \overline{AD} = \overline{AE}$
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{AHC}$.

$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = 4^2 + \left(x + \frac{3}{2}\right)^2$

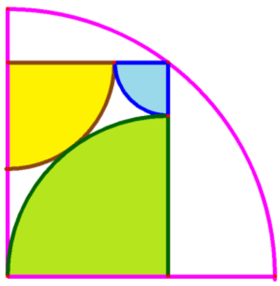
Resolent l'equació:
$x = 6$

$\overline{RQ} = \overline{QG} = \overline{HG} = \overline{RH} = 1$
$\overline{CR} = \overline{CF} = 4 - \overline{TR} = 3$
Siga $y = \overline{BF} = \overline{BG}$
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{BHC}$.
$(3 + y)^2 = 4^2 + (y + 1)^2$
Resolent l'equació:
$y = 2$

$\overline{AB} = \overline{AE} + \overline{EH} + \overline{HG} + \overline{BG} = 6 + \frac{3}{2} + 1 + 2 = \frac{21}{2}$

L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ és:
$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{21}{2} \cdot 4 = 21$

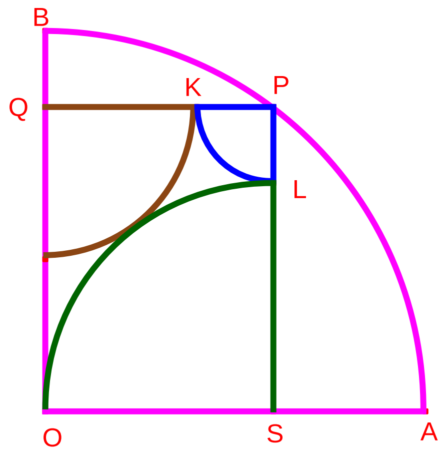
2633.- La figura conté quatre quadrant.
Calculeu la proporció entre l'àrea ombrejada i l'àrea del quadrant exterior.



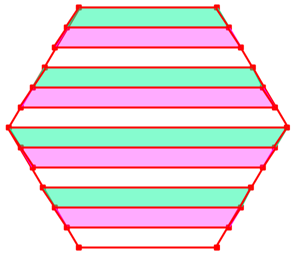
Solució:
Siga $\overline{OA} = R$
Siga $\overline{SL} = r, \overline{PL} = s, \overline{QK} = t$
$\overline{OP} = \overline{QS} = R = r + t$
$\overline{PQ} = r = s + t$
$t = R - r, s = 2r - R$

$\overline{PS} = r + s = 3r - R$

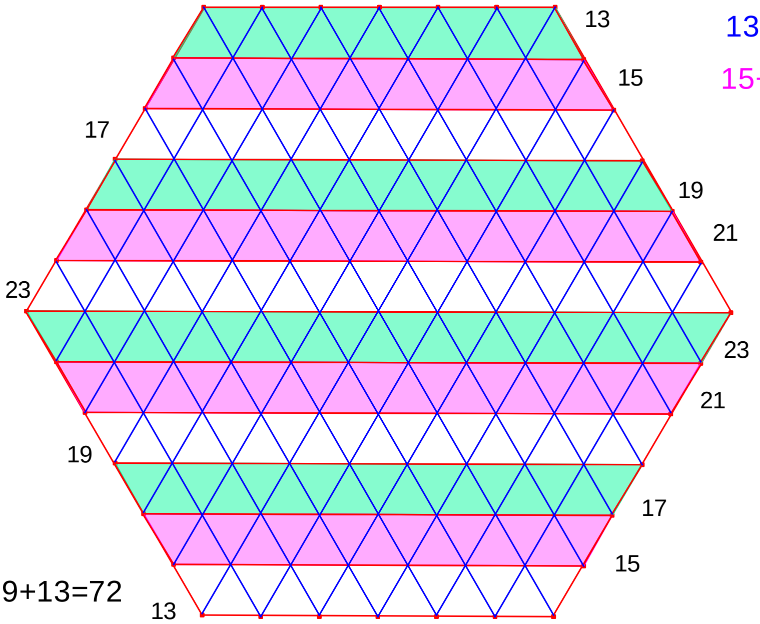
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{SPQ}$:
$R^2 = r^2 + (3r - R)^2 + r^2$
$r = \frac{3}{5}R$
$s = \frac{2}{5}R, t = \frac{1}{5}R$
La proporció de les àrees és:
$$\frac{r^2 + s^2 + t^2}{R^2} = \frac{9}{25} + \frac{4}{25} + \frac{1}{25} = \frac{14}{25}$$



2634.- Quina àrea ombrejada és major, la verda i la lila?



Solució:
Dividim cada costat de l'hexàgon regular en 6 parts iguals.
Formen triangles equilàters iguals.
La part verda, lila i blanca són iguals i formen 72 triangles equilàters.

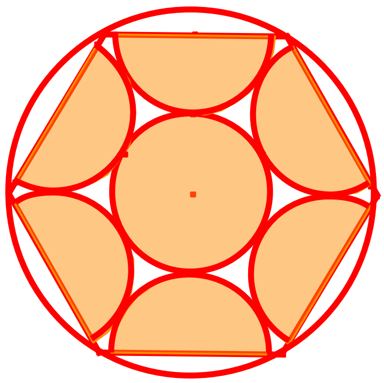


13+19+23+17=72

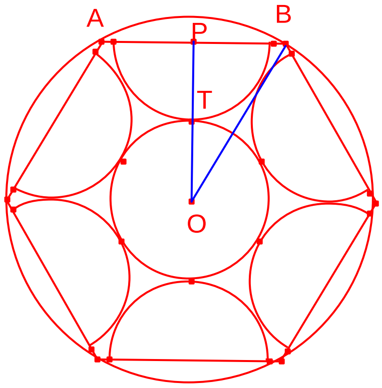
15+21+21+15=72

17+23+19+13=72

2635.- En l’interior d’un hexàgon regular s’han dibuixar un cercle i sis semicercles d’igual radi.
Calculeu la proporció entre l’àrea ombrejada i l’àrea del cercle circumscrit a l’hexàgon regular.



Solució:
Siga $\overline{AB} = c$ costat de l’hexàgon regular de centre O i radi $\overline{OB} = c$.
Siga $\overline{OT} = \overline{PT}$ radis del cercle i dels semicercles.



Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{OPB}$:

$$c^e = (2r)^2 + \left(\frac{1}{2}c\right)^2$$

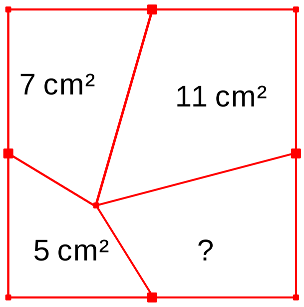
Simplificant:

$$\frac{r^2}{c^2} = \frac{3}{16}$$

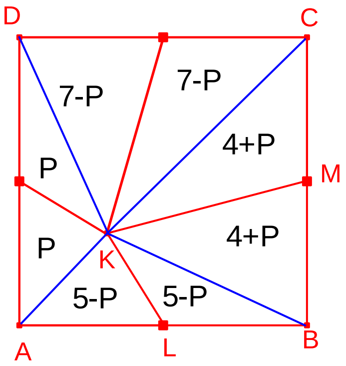
La proporció de les àrees és:

$$\frac{S_{ombrejada}}{S_O} = \frac{4 \cdot \pi r^2}{\pi c^2} = \frac{3}{4}$$

2636.- Un punt interior d'un quadrat s'uneix amb els punts migs del quadrat formant quatre quadrilàters. Les àrees de 3 d'ells són 5, 7 i 11. Calculeu l'àrea del quart quadrilàter.



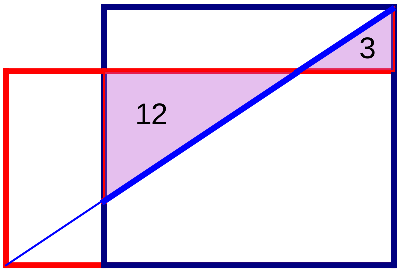
Solució:



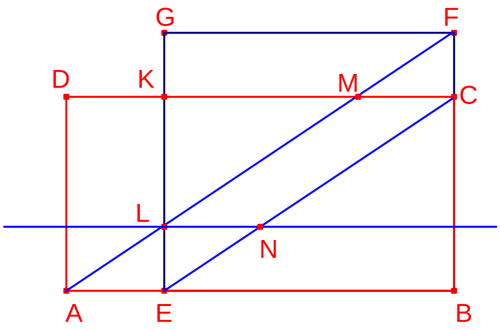
S_{LBMK}=5-P+4+P=9 cm²

$S_{LBMK} = 9\ cm^2$

2637.- El dos rectangles de la figura tenen la mateixa àrea.
Calculeu aquesta àrea.



Solució:



Siguen els rectangles d'igual àrea $ABCD, EBFG$
Siguen $\overline{AE} = a, \overline{AD} = b, \overline{EF} = c,\ \overline{CF} = d$

Els triangles rectangles són semblants i de raó $\sqrt{\frac{12}{3}} = 2$

Dibuixem la recta paral·lela a la recta AB que passa per L.
Siga N de la recta anterior tal que $\overline{LN} = \overline{CM}$
Aplicant el teorema de Tales:

$$\overline{CM} = \frac{1}{3}c, \overline{KM} = \frac{2}{3}c$$

L'àrea del triangle rectangle $\overset{\Delta}{MCF}$ és 3:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}cd = 3$$

$$cd = 18$$

$$\overline{KL} = 2 \cdot \overline{LE}$$

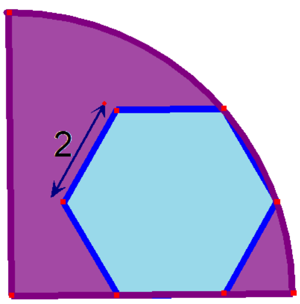
Aleshores:

$$\overline{KL} = 2d,\ \ \overline{LE} = d$$

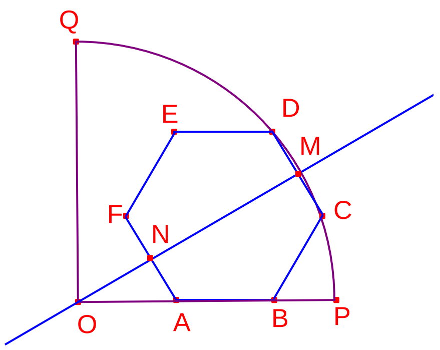
$$a = \overline{AE} = \overline{CM} = \frac{1}{3}c$$

$$S_{ABCD} = S_{EBFG} = c(b + d) = c(4d) = 4cd = 4 \cdot 18 = 72$$

2638.- En un quadrat s'ha inscrit un hexàgon regular de costat 2 (veure figura).
Calculeu l'àrea del quadrat.



Solució:



Siga l'hexàgon regular $ABCDEF$ de costat $\overline{AB} = 2$ inscrit en el quadrat de centre O i radi $\overline{OP} = R$

Siguen N, M els punts migs dels costat $\overline{AF}, \overline{CD}$, respectivament.

$\angle MOP = 30°$

$\overline{OM} = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

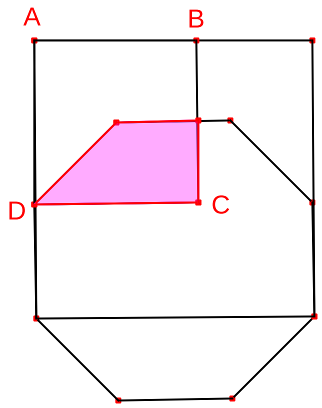
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{OMC}$:

$R^2 = \left(3\sqrt{3}\right)^2 + 1^2 = 28$

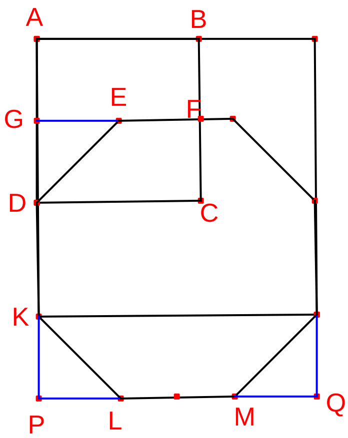
L'àrea del quadrant és:

$S = \frac{1}{4}\pi \cdot R^2 = 7\pi$

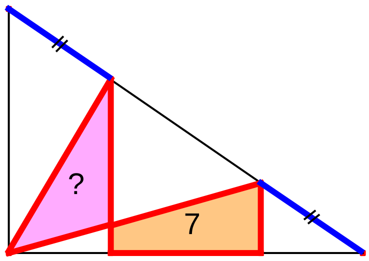
2639.- Calculeu la proporció entre l'àrea de la regió ombrejada i la del quadrat $ABCD$.



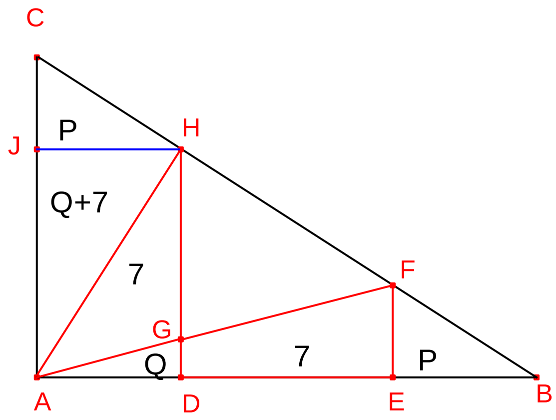
Solució:
Siga $\overline{KL} = c$ costat de l'octògon regular:
$\overline{PQ} = \overline{AK}$
$\overline{DG} = \overline{PK} = \overline{AG} = \overline{GE}$
Aleshores, E és el centre del quadrat $ABCD$.
$\frac{S_{DCFE}}{S_{ABCD}} = \frac{3}{8}$



2640.- Pels extrems de la hipotenusa del triangle rectangle s’han dibuixat dos segments iguals.
Si el trapezi rectangle taronja té àrea 7, calculeu l’àrea del triangle lila.



Solució:



Siga el triangle rectangle $\overset{\Delta}{ABC}, A = 90°$.

Siga P l’àrea del triangle rectangle $\overset{\Delta}{EBF}, E = 90°$.

Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{EBF},\ \overset{\Delta}{JKC}$ són iguals.
$S_{JHC} = P$

Siga Q l’àrea del triangle rectangle $\overset{\Delta}{ADG}, D = 90°$

Els triangles $\overset{\Delta}{ABF},\ \overset{\Delta}{AHC}$ tenen la mateixa base i altura.
Aleshores, $S_{AJH} = 7 + Q$

Per ser $ADHJ$ un rectangle les àrees dels triangles $\overset{\Delta}{AJH},\ \overset{\Delta}{ADH}$ són iguals.
Aleshores,
$S_{AGH} = 7$