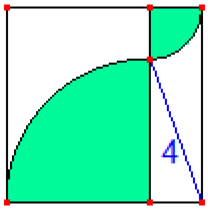
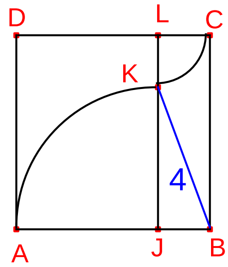
3351.- La figura està formada per dos quadrats i un rectangle.
Determineu l'àrea de la zona ombrejada pels dos quadrants.

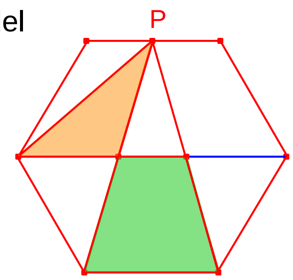


Solució:
Siga el quadrant de centre J i radi $\overline{JA} = \overline{J\mathrm{K}} = R$.
Siga el quadrant de centre L i radi $\overline{LC} = \overline{LK} = r$
$\overline{JB} = r$
Notem que el rectangle $ABCD$ és un quadrat.

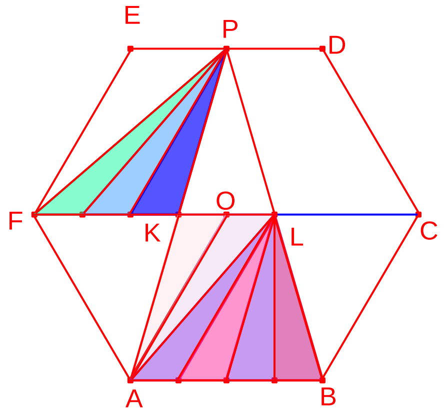


Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{KJB}$:
$R^2 + r^2 = 4^2 = 16$
La suma de les àrees dels dos quadrants és:
$S = \frac{\pi}{4}(R^2 + r^2) = 4\pi$

3352.- Calculeu la proporció entre les àrees del triangle i del quadrilàter ombrejats.
Crux Mathematicorum MA110



Solució:

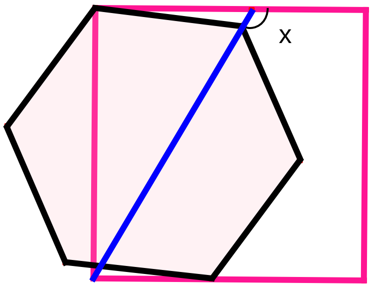


KL=(1/2)AB

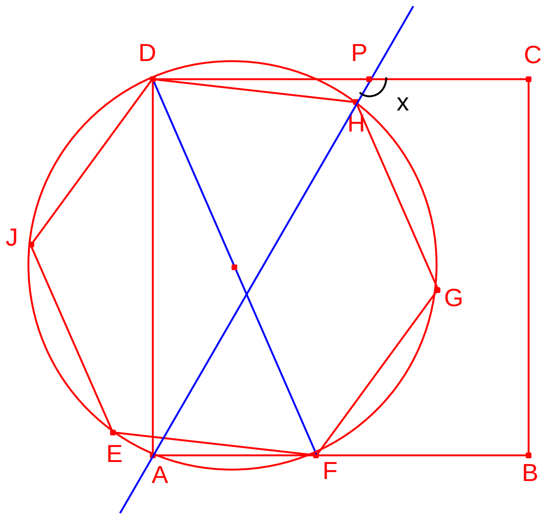
FK=LC=(3/4)AB

[FKP]/[ABLK]=1/2

3353.- La figura està formada per un hexàgon regular i un quadrat.
Calculeu la mesura de l'angle x



Solució:



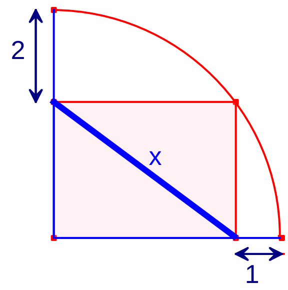
ACDE quadrat, EFGHDJ hexàgon regular
angleDAF=angleDEF=90º

El punt A, pertany a la circumferència circumscrita a l'hexàgon regular

angleDAH=angleDFH=30º

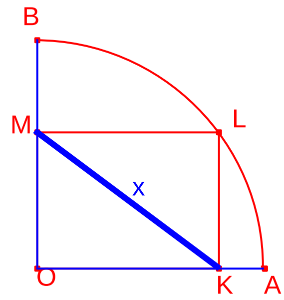
x=120º

3354.- Donat el quadrant de la figura, determineu la mesura de la diagonal del rectangle.

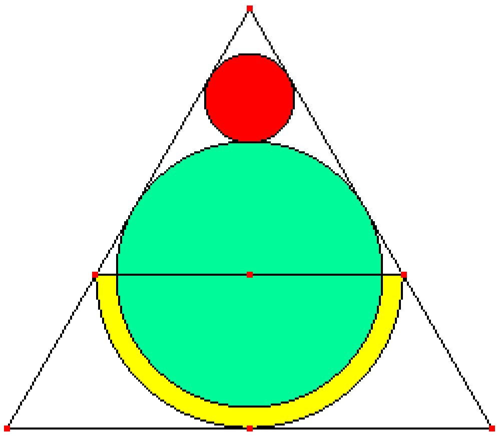


Solució:
Siga el quadrant de centre O i radi $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OL} = \overline{KM} = x$
$\overline{OM} = x - 2, \overline{OK} = x - 1$

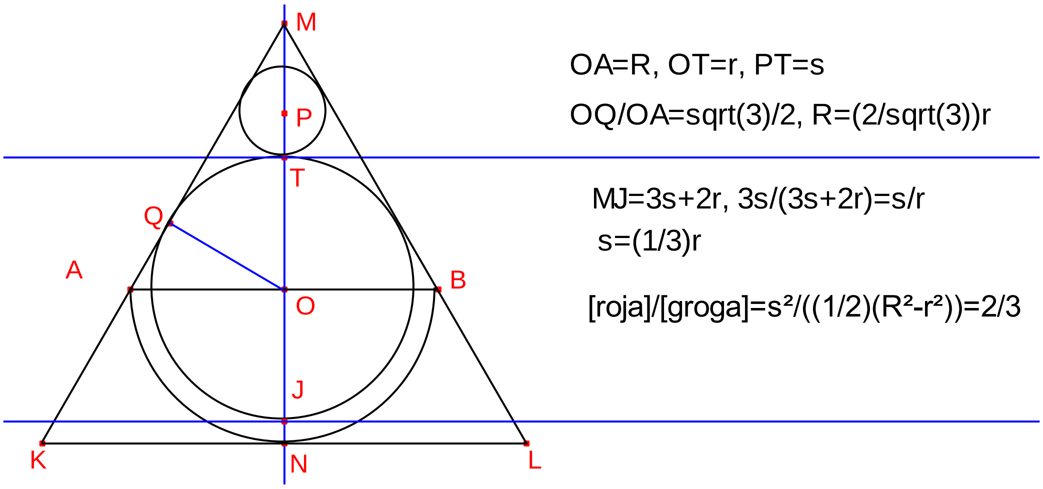
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{OKM}$:
$x^2 = (x-2)^2 + (x-1)^2$
$x^2 - 6x + 5 = 0$
Resolent l'equació:
$x = 5$



3355.- En la figura hi ha un triangle equilàter, dos cercles i un semicercle.
Calculeu la proporció entre l'àrea roja i l'àrea groga.



Solució:



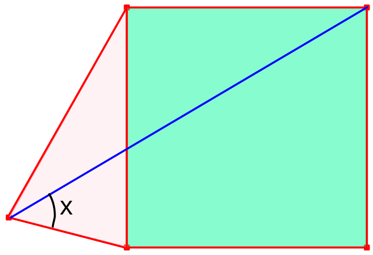
OA=R, OT=r, PT=s

OQ/OA=sqrt(3)/2, R=(2/sqrt(3))r

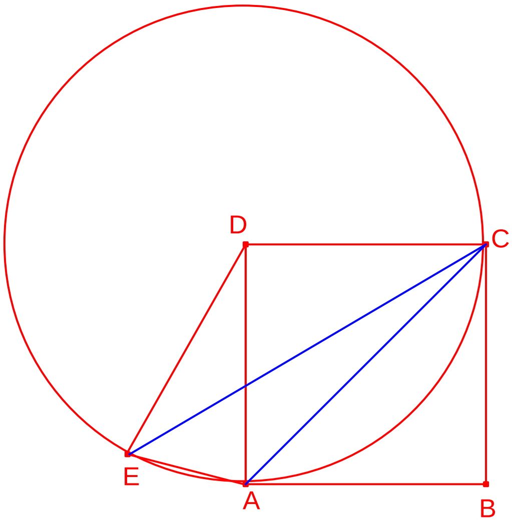
MJ=3s+2r, 3s/(3s+2r)=s/r
s=(1/3)r

[roja]/[groga]=s²/((1/2)(R²-r²))=2/3

3356.- La figura est formada per un quadrat i un triangle isòsceles.
Calculeu la mesura de l'angle x



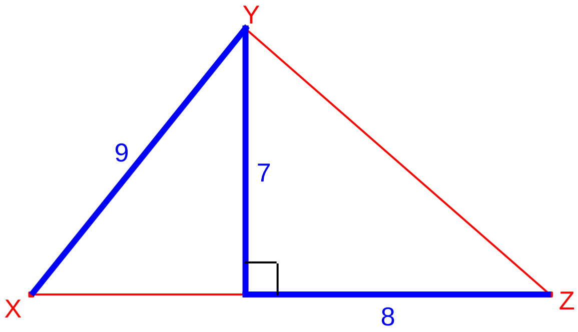
Solució:



DE=DA=DC

angleAEC=(1/2)angleADC=45º

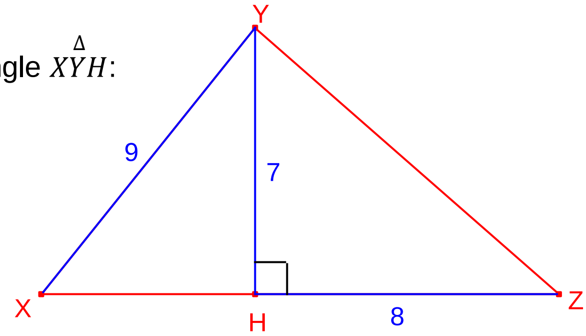
3357.- En el triangle $\overset{\Delta}{XYZ}$, calculeu la mesura de l'angle $\angle XYZ$



Solució:

Siga $\overline{AH} = 7$ altura del triangle $\overset{\Delta}{XYZ}$
Siguen $\alpha = \angle HYZ, \beta = \angle XYH$
$\angle XYZ = \alpha + \beta$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{XYH}$:
$\overline{XH} = 4\sqrt{2}$

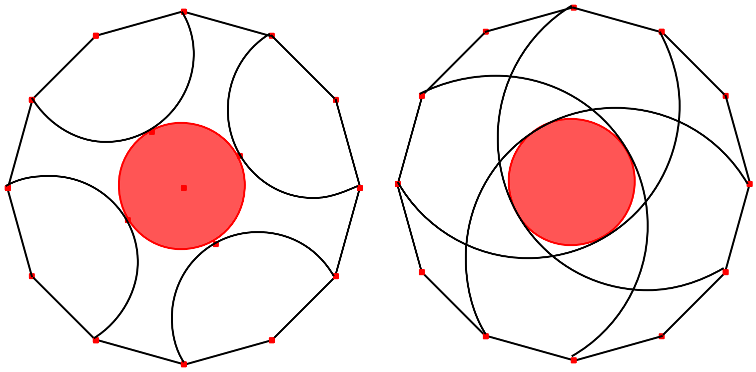


$$\tan\alpha = \frac{8}{7}, \tan\beta = \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

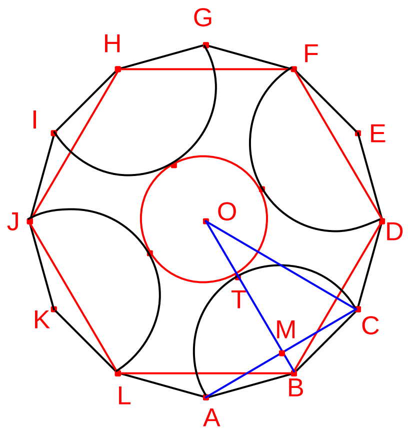
$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\frac{8}{7} + \frac{4\sqrt{2}}{7}}{1 - \frac{8}{7}\cdot\frac{4\sqrt{2}}{7}} = \frac{28\left(2+\sqrt{2}\right)}{49 - 32\sqrt{2}}$$

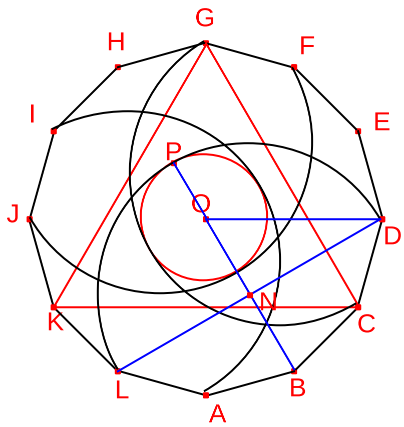
$$\angle XYZ = \alpha + \beta = \arctan\frac{28\left(2+\sqrt{2}\right)}{49 - 32\sqrt{2}} \approx 87°\,45'24"$$

3358.- En cadascun dels dos dodecàgons iguals s’han dibuixat quatre semicercles i un cercle tangent als semicercles.
Determineu la proporció entre les àrees dels dos cercles ombrejats.



Solució





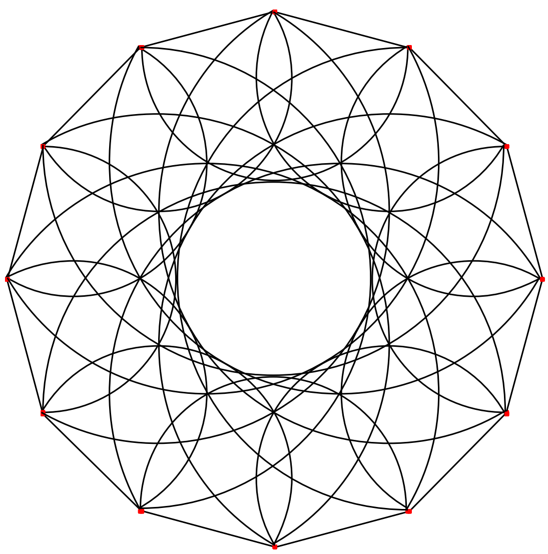
OC=AC=R
CM=MT=(1/2)R
OM=(sqrt(3)/2)·R

OT=(sqrt(3)/2+(1/2))·R

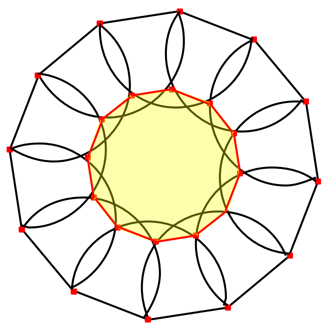
OD=R
MD=MP=(sqrt(3)/2)·R
OM=(1/2)R

OP=(sqrt(3)/2+(1/2))·R

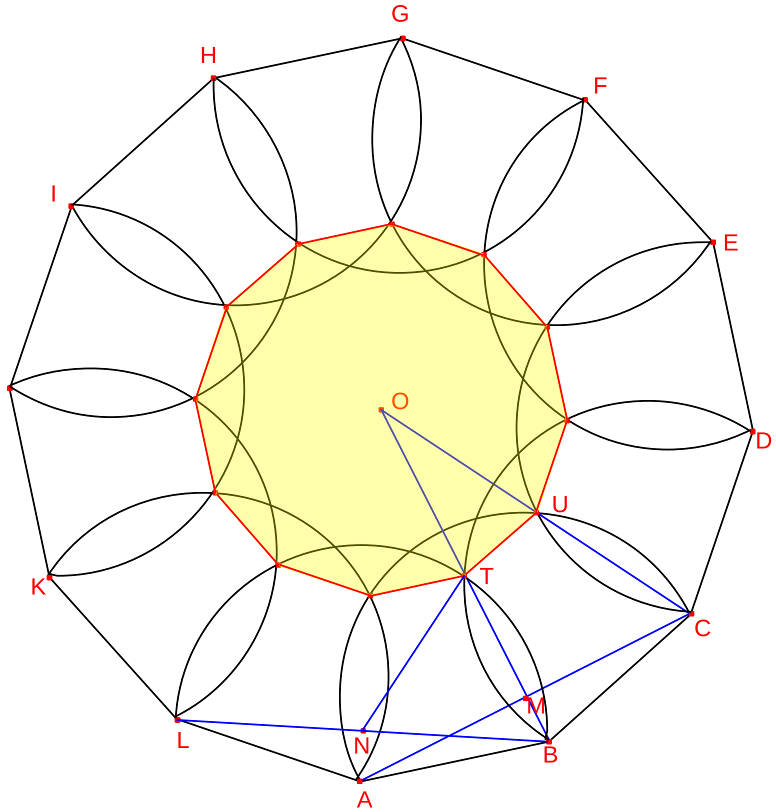
Els dos cercles són iguals.



3359.- La figura consta de dos dodecàgons regulars i dotze semicercles.
Calculeu la proporció entre les àrees dels dos dodecàgons.



Solució:



OB=OC=R

OM=(sqrt(3)/2)·R

MC=(1/2)R

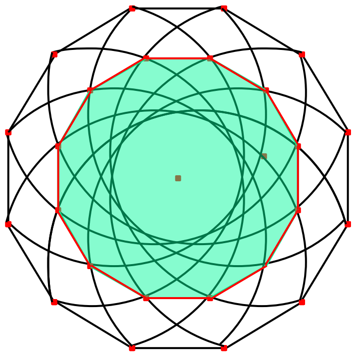
NMT equilàter

OT=R-(1/2)R=(1/2)R

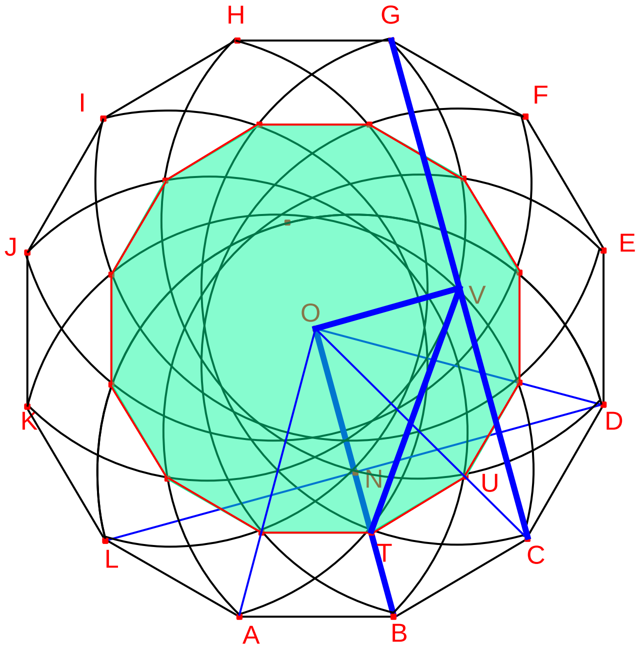
TU/BC=1/2

[groc]/[total]=1/4

3360.- La figura consta de dos dodecàgons regulars i dotze semicercles.
Calculeu la proporció entre les àrees dels dos dodecàgons.



Solució



OB=OC=R

CV=TV=(sqrt(3)/2)·R

OV=(1/2)R

OT=(sqrt(2)/2)·R

TU/BC=OT/OB=sqrt(2)/2

[verd]/[total]=1/2