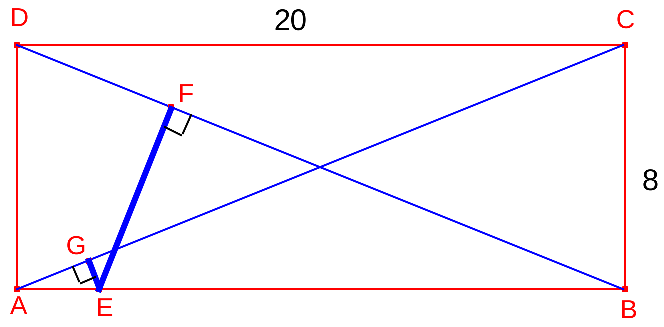
3621.- Siga el rectangle $ABCD$ de costats $\overline{AB}=20, \overline{BC}=8$
Calculeu $\overline{GE}+\overline{EF}$



Solució:

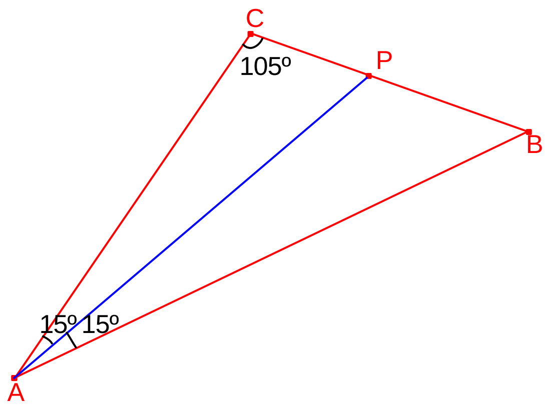
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{BAD}$:
$\overline{BD}=4\sqrt{29}$

Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{AGE}, \overset{\Delta}{BFE}, \overset{\Delta}{BAD}$ són semblants.
Aplicant el teorema de Tales:

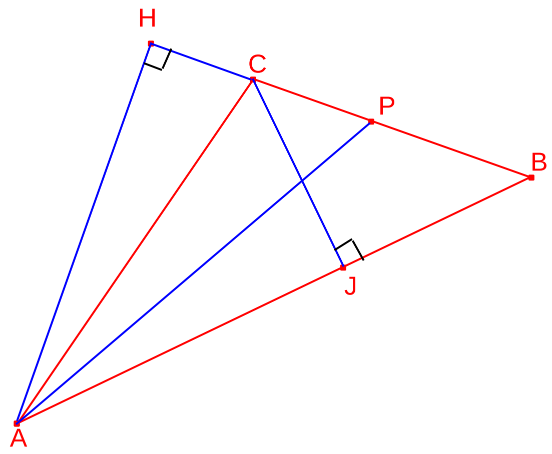
$$\frac{8}{4\sqrt{29}}=\frac{\overline{GE}}{x}=\frac{\overline{EF}}{20-x}=\frac{\overline{GE}+\overline{EF}}{20}$$

$$\overline{GE}+\overline{EF}=20\cdot\frac{8}{4\sqrt{29}}=\frac{40\sqrt{29}}{29}$$

3622.- Siga el triangle $\overset{\Delta}{ABC}, C = 105°$,
$\angle CAP = \angle BAP = 15°, \overline{AP} = 5\sqrt{6}$
Calculeu l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$



Solució:
$\angle ABC = 45°, \angle APC = 60°$
Siga H la projecció de A sobre la recta BC.



$$\overline{AH} = \overline{BH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 5\sqrt{6} = \frac{15\sqrt{2}}{2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{2} \cdot \overline{AH} = \sqrt{2} \cdot \frac{15\sqrt{2}}{2} = 15$$

Aplicant el teorema dels sinus al triangle $\overset{\Delta}{ABC}$:

$$\frac{\overline{BC}}{\sin 30°} = \frac{15}{\sin 105°}$$

$$\overline{BC} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = \frac{30}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$$

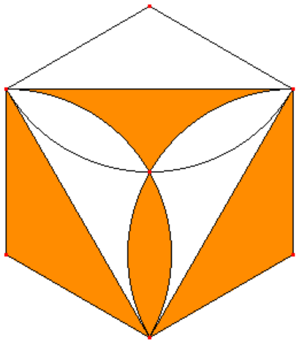
Siga J la projecció de C sobre $\overline{AB}$.

$$\overline{CJ} = \frac{\sqrt{2}}{2}\overline{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{30}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = \frac{15\sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$$

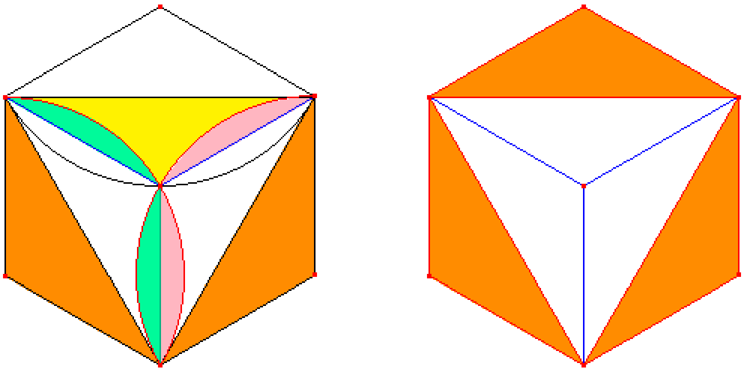
L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ és:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot \frac{15\sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = \frac{225\left(\sqrt{3} - 1\right)}{4}$$

3623.- Calculeu la proporció entre l'àrea ombrejada i l'àrea de l'hexàgon regular exterior.

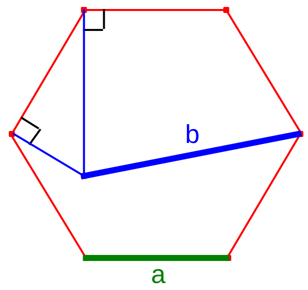


Solució:

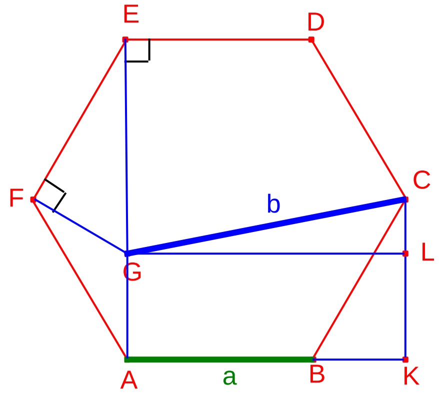


$$\frac{S_{ombrejada}}{S_{hexàgon}} = \frac{1}{2}$$

3624.- En l'hexàgon regular de la figura calculeu la proporció:
$\frac{b}{a}$



Solució:
Siga l'hexàgon regular $ABCDEF$ de costat $\overline{AB} = a$
Siga $\overline{CG} = b$
Siga K la projecció de C sobre la recta AK.
Siga L la projecció de G sobre la recta CK.

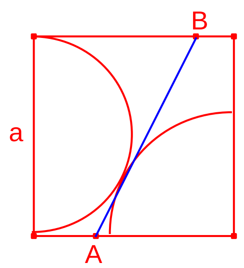


$\overline{AE} = a\sqrt{3}$
$\overline{EG} = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$
$\overline{GA} = a\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3}a = \frac{\sqrt{3}}{3}a$

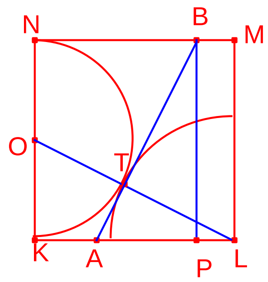
$\overline{CK} = \frac{\sqrt{3}}{2}a, \overline{BK} = \frac{1}{2}a$
$\overline{AK} = \frac{3}{2}a, \overline{CL} = \frac{\sqrt{3}}{2}a - \frac{\sqrt{3}}{3}a = \frac{\sqrt{3}}{6}a$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{GLC}$:

3625.- En un quadrat de costat a s’han dibuixat un semicercle i un quadrant tangents.
Calculeu la mesura del segment $\overline{AB}$ de tangència comú al semicercle i al quadrant.

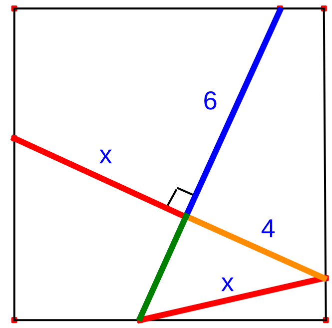


Solució:
Siga el quadrat $KLMN$ de costat $\overline{KL}=a$
Siga O el centre de la semicircumferència.
Siga T el punt de tangència de la semicircumferència i el quadrant.
$\overline{OL}$ és perpendicular a $\overline{AB}$
Siga P la projecció de B sobre $\overline{KL}$

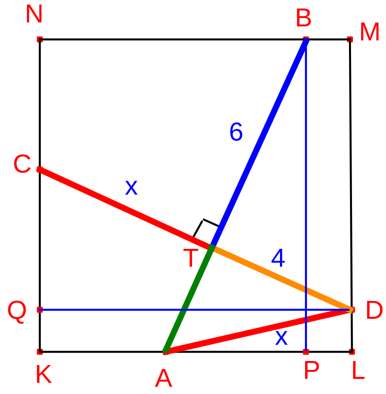


Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{OKL}, \overset{\Delta}{APB}$ són iguals.
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{OKL}$:
$$\overline{AB}=\overline{OL}=\frac{\sqrt{5}}{2}a$$

3626.- En el quadrat de la figura s'han dibuixat dos segments perpendiculars.
Calculeu la mesura x



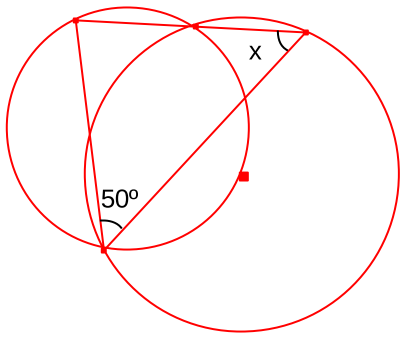
Solució:
Siga el quadrat $KLMN$.
Siguen els segments perpendiculars $\overline{AB}, \overline{CD}$
Siga P la projecció de B sobre $\overline{KL}$
Siga Q la projecció de D sobre $\overline{KN}$



Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{APB}, \overset{\Delta}{QCD}$ són iguals.
Aleshores, $\overline{CD} = \overline{AB}$
$\overline{AT} = x - 2$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{ATD}$:
$x^2 = 4^2 + (x-2)^2$
Resolent l'equació:
$x = 5$

3627.- La figura està formada per dues circumferències secants tal que la circumferència de l'esquerra passa pel centre de la de la dreta. Calculeu la mesura de l'angle x.



Solució:

$\angle AOD = 2 \cdot \angle ABD = 2x$

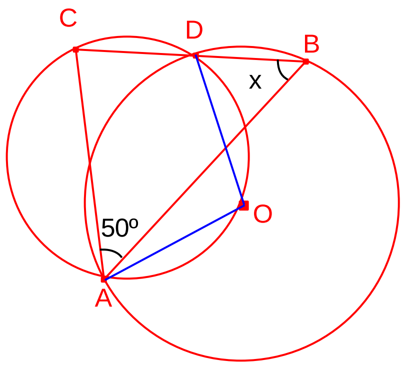
El quadrilàter $AODC$ està inscrit en la circumferència de l'esquerra.

Aplicant el teorema de de Tolomeu:

$\angle ACD = 180° - \angle AOD = 180° - 2x$

La suma dels angles del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ és $180°$:

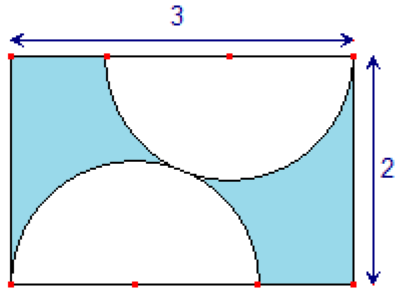
$180° - 2x + 50° + x = 180°$



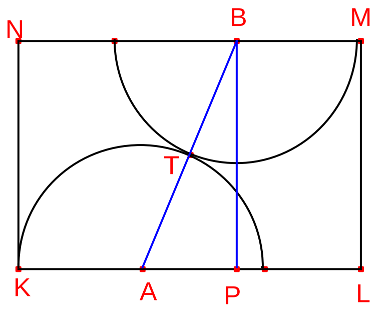
Resolent l'equació:

$x = 50°$

3628.- En un rectangle s'han dibuixat dos semicircumferències tangents i iguals. Calculeu l'àrea de la regió ombrejada.



Solució:



Siga el rectangle $KLMN$ de costats $\overline{KL} = 3, \overline{LM} = 2$

Siguen les semicircumferències de centres A, B de radis $\overline{AT} = \overline{BT} = r$

Siga P la projecció de B sobre $\overline{KL}$

$\overline{AB} = 2r, \overline{BP} = 2, \overline{AP} = 3 - 2r$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{APB}$:

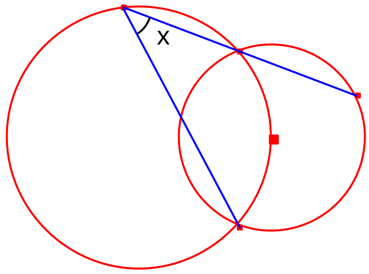
$4r^2 = 4 + (3 - 2r)^2$

$r = \dfrac{13}{12}$

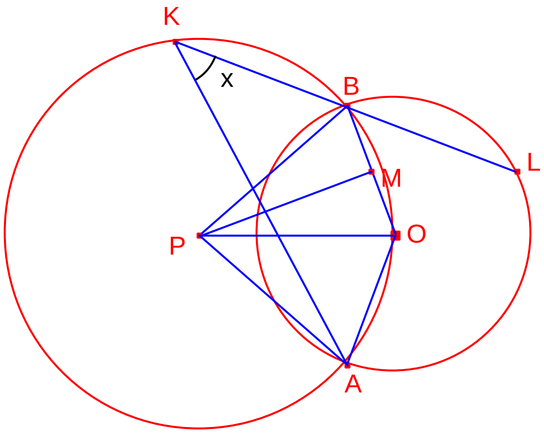
L'àrea de la part ombrejada és:

$$S_{ombrejada} = S_{KLMN} - \pi r^2 = 3 \cdot 2 - \pi \left(\frac{13}{12}\right)^2 = 6 - \frac{169}{144}\pi \approx 2.313$$

3629.- La figura està formada per dues circumferències secants tal que la circumferència de l'esquerra passa pel centre de la de la dreta.
La proporció entre les àrees dels dos cercles és $2:1$
Calculeu $\cos x$



Solució:
Siga la circumferència de centre O i radi $\overline{OA} = \overline{OB} = 1$
Siga la circumferència de centre P i radi $\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PO} = \sqrt{2}$
Siga $x = \angle AKB$
$\angle BPA = 2x$
Siga M el punt mig del segment $\overline{OB}$
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{PMB}$



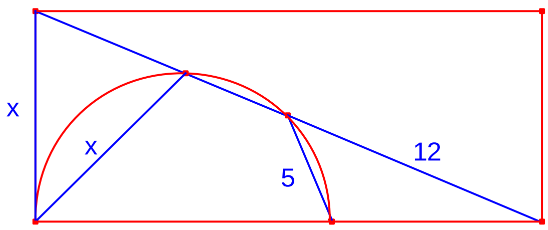
$\overline{PM} = \frac{\sqrt{7}}{2}$

$\angle BPM = \frac{1}{2}x$

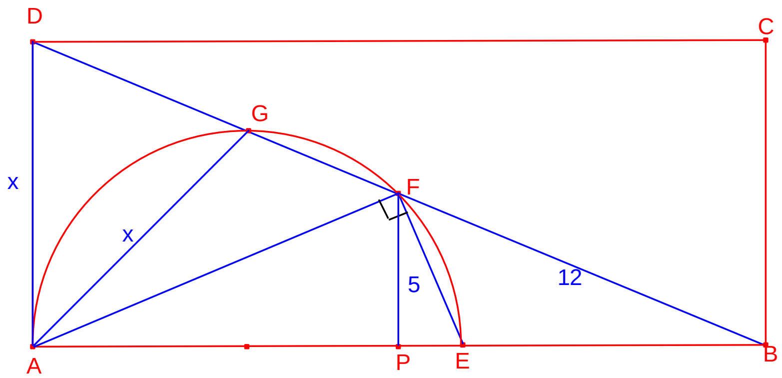
$\cos\frac{x}{2} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{14}}{4}, \sin\frac{x}{2} = \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

$\cos x = \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2} = \frac{3}{4}$

3630.- En el rectangle de la figura, calculeu la mesura del costat x



Solució:



a=angleDAG=AEG
angleABD=a/2

b=angleFAE
(2a-2b)/2=a/2

b=a/2

ABF isòsceles
AE=13

AP=144/13

PF=60/13

x=2·PF=120/13