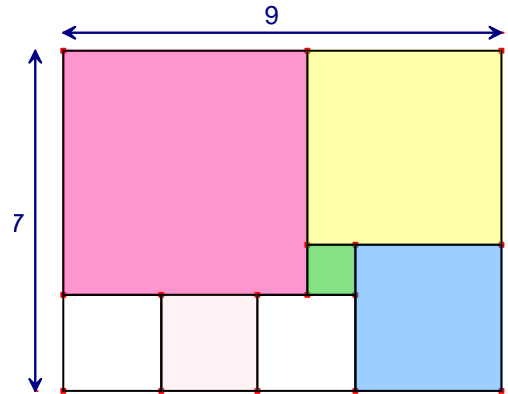


Problemes de Geometria per a l'ESO 371

3701.- Un rectangle està format per set quadrats.
 Calculeu l'àrea de la regió ombrejada.



Solució:

Siguen $\overline{JH} = a, \overline{HG} = b, \overline{PQ} = c, \overline{DE} = d, \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = e$

$$\begin{cases} a + b = 9 \\ a + e = 7 \\ b + d = 7 \\ a + c + d = 9 \\ d + 3e = 9 \end{cases}$$

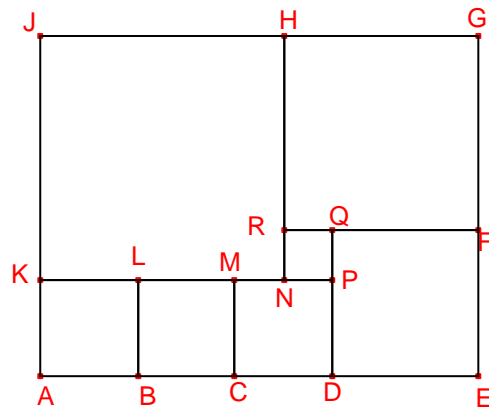
Resolent el sistema:

$$\begin{cases} b = 9 - a \\ e = 7 - a \\ d = a - 2 \\ c = 11 - 2a \\ a - 2 + 3(7 - a) = 9 \end{cases}$$

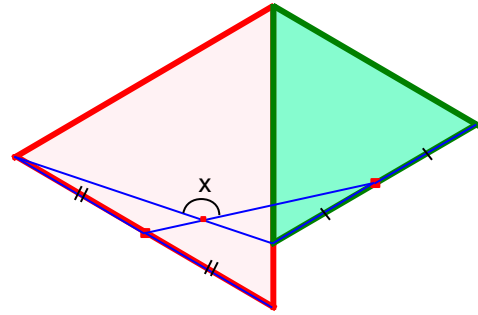
$$\begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \\ c = 1 \\ d = 3 \\ e = 2 \end{cases}$$

L'àrea ombrejada és:

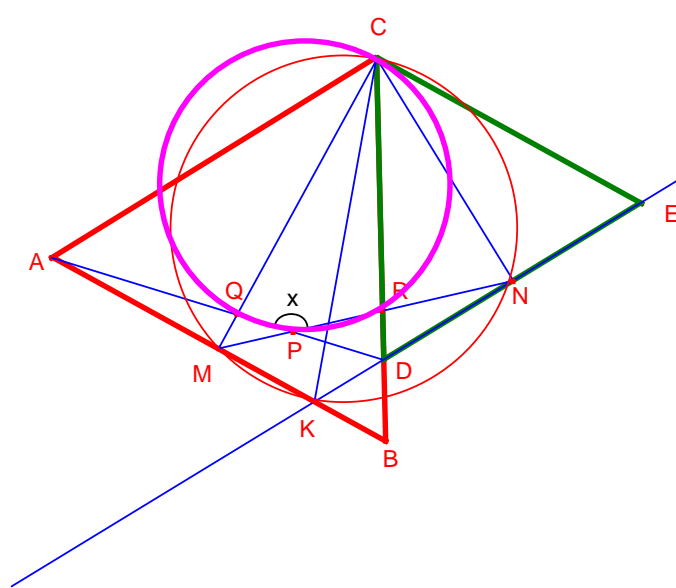
$$S_{\text{ombrejada}} = 9 \cdot 7 - f^2 = 55$$



3702.- La figura està formada per dos triangles equilàters
 Calculeu la mesura de l'angle x



Solució:

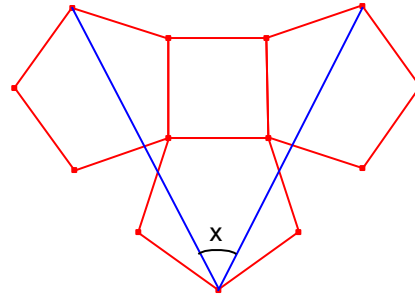


$x = \text{angleQPR}$
 $\text{angleDAB} = a$, $\text{angle MNK} = b$
 CMKN inscriptible

$KD = BK = DB$
 els triangles ABD, CBK iguals
 $\text{angle KCB} = b$
 $\text{angle MCK} = a$
 $a + b = 30^\circ$

$\text{angleCAP} = 90^\circ - a$
 $\text{angleLRC} = 120^\circ - b$
 $90^\circ - a + 120^\circ - b = 180^\circ$
 QPRC inscriptible
 $x = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

3703.- La figura està formada per tres pentàgons regulars sobre l'exterior de tres costats d'un quadrat. Calculeu la mesura de l'angle x



Solució:

Siga el quadrat $ABCD$.

Siga el pentàgon regular $ADKLM$

Siga $x = \angle KPQ$

$$\angle MAN = 360^\circ - (90^\circ + 2 \cdot 108^\circ) = 54^\circ$$

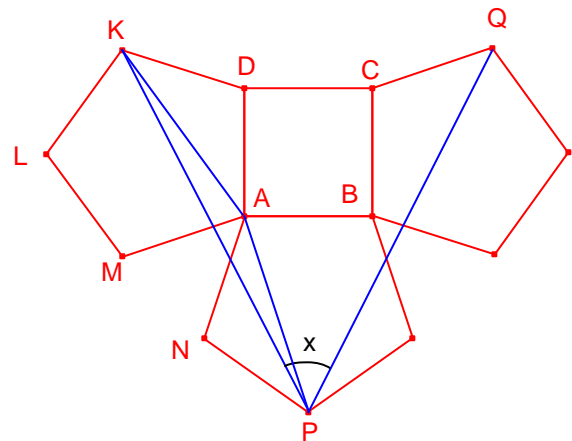
$$\angle MAK = 72^\circ, \quad \angle NAP = 36^\circ,$$

$$\angle APB = 36^\circ$$

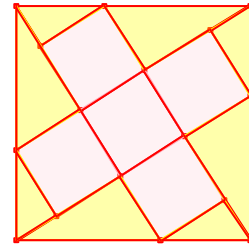
$$\angle KAP = 72^\circ + 36^\circ + 54^\circ = 162^\circ$$

$$\angle KPA = \angle PKA = \frac{1}{2}(180^\circ - 162^\circ) = 9^\circ$$

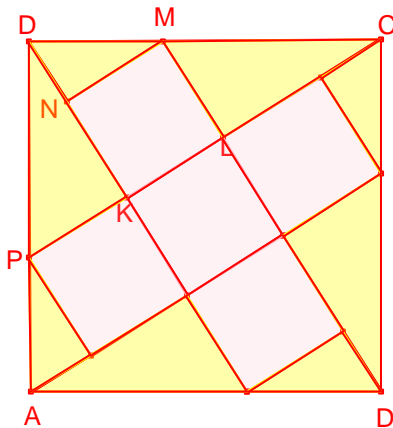
$$x = 2 \cdot 9^\circ + 36^\circ = 54^\circ$$



3704.- La figura està formada per cinc quadrats iguals de costat 1 i un quadrat exterior. Calculeu l'àrea del quadrat exterior.



Solució:



KLMN quadrat $KL=1$

$DK=x$

MND, DKP semblants

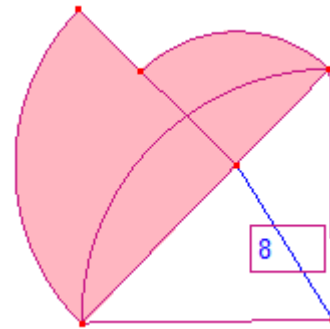
Teorema de Tales:

$$1/x = (1+x)/1$$

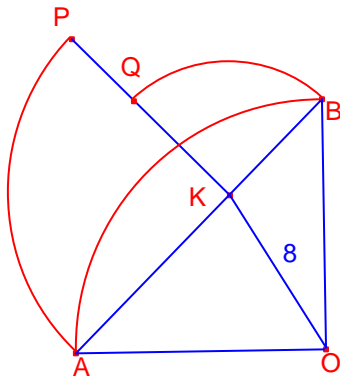
$$x = \text{Phi} \quad DN = \text{Phi} - 1$$

$$[ABCD] = 5 + 2 \cdot \text{Phi} + 2 \cdot (\text{Phi} - 1) = 3 + 4 \cdot \text{Phi}$$

3705.- La figura està formada per tres quadrats.
 Calculeu l'àrea de la zona ombrejada.



Solució:



Siga $\overline{OA} = R, \overline{KA} = r$

$\overline{KB} = R\sqrt{2} - r$

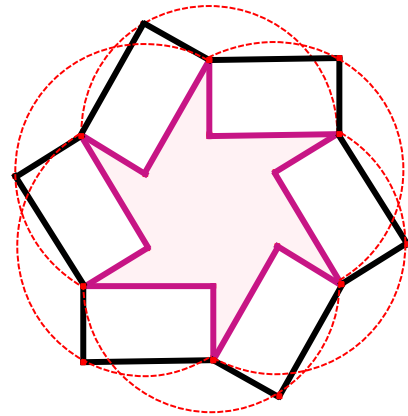
Teorema del cosinus a triangle $\triangle AOK$:

$$64 = R^2 + r^2 - Rr\sqrt{2}$$

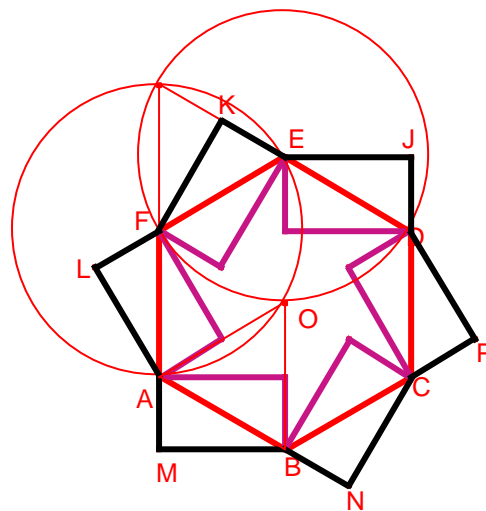
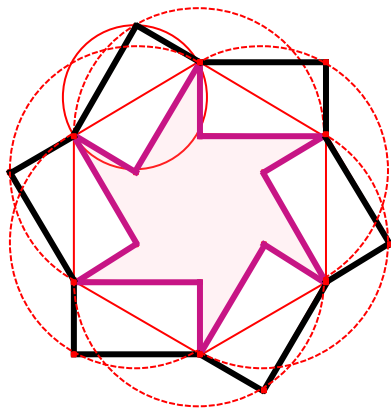
Àrea ombrejada:

$$S_{ombrejada} = \frac{\pi}{4} \left(r^2 + (R\sqrt{2} - r)^2 \right) = \frac{\pi}{4} (2R^2 + 2r^2 - 2Rr\sqrt{2}) = 32\pi$$

3706.- En la figura calculeu la proporció entre les àrees de la zona ombrejada i del polígon exterior.



Solució:

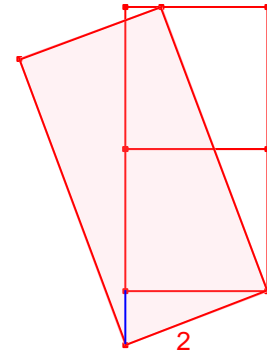


$$[\text{ombrejada}] = 6 \cdot [\text{ABO}] - 3 \cdot [\text{ABO}] = 3 \cdot [\text{ABO}]$$

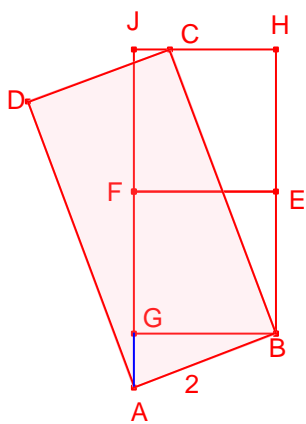
$$[\text{Total}] = 6 \cdot [\text{ABO}] + 3 \cdot [\text{ABO}] = 9[\text{ABO}]$$

$$[\text{ombrejada}]/[\text{Total}] = 1/3$$

3707.- La figura està formada per dos quadrat i un rectangle ombrejat de costat 2.
 Calculeu l'àrea del rectangle ombrejat.



Solució:



$$BG=c$$

BGA, BHC,
 semblants i de
 raó 1:2

$$BC=4$$

$$[ABCD]=8$$

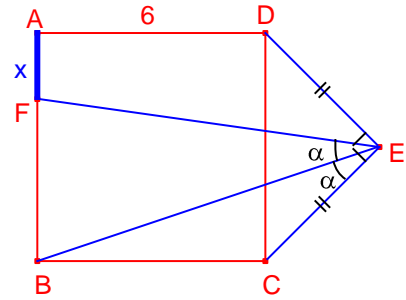
3708.- En la figura, $ABCD$ és un quadrat de costat

$$\overline{AB} = 6$$

El punt E és tal que $\overline{BE} = \overline{CE}$, $\angle CED = 90^\circ$

$$\angle CED = \angle DEF = \alpha$$

Calculeu la mesura del segment $\overline{AF} = x$



Solució:

$$\overline{CP} = \overline{EP} = 3$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle DPE :

$$\overline{DE} = \overline{AE} = 3\sqrt{10}$$

Aplicant el teorema del cosinus al triangle ACE :

$$36 = 18 + 90 - 2 \cdot 6\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{10} \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}, \cos 2\alpha = \frac{3}{5}, \sin 2\alpha = \frac{4}{5}$$

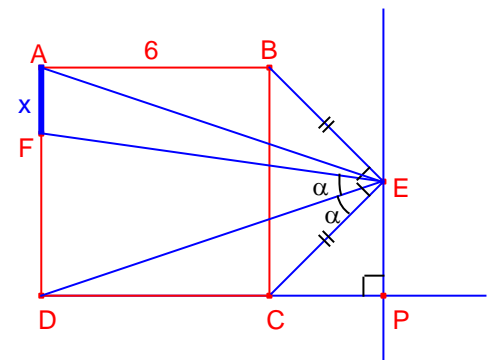
$$\angle FDE = 45^\circ + \alpha, \angle DFE = 135^\circ - 2\alpha$$

Aplicant el teorema dels sinus al triangle DFE :

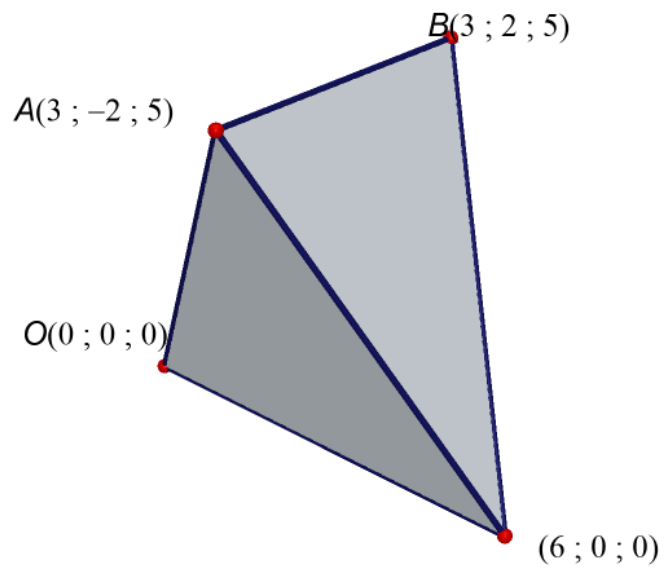
$$\frac{6-x}{\sin \alpha} = \frac{3\sqrt{10}}{\sin(135^\circ - 2\alpha)}$$

$$6-x = 3\sqrt{10} \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} \left(\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{5}} \right) = \frac{30}{7}$$

$$x = \frac{12}{7}$$



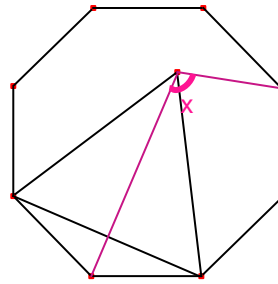
3709.- Calculeu el volum del tetràedre.



Solució:

$$V = \frac{1}{6} \text{Abs} \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 20$$

3710.- La figura està formada per un octògon regular i un triangle equilàter.
 Calculeu la mesura de l'angle x



Solució:

Siga l'octògon regular $ABCDEFGH$.

Siga el triangle equilàter $\triangle HBK$

els segments $\overline{HB}, \overline{AK}$ són perpendiculars.

$$\angle HAB = 135^\circ$$

$$\angle AKB = 30^\circ$$

$$\overline{BH} = \overline{BD} = \overline{BK}$$

$$\angle HBD = 90^\circ$$

$$\angle KBD = 30^\circ$$

$$\angle BKD = \angle BDK = 75^\circ$$

$$x = \angle AKD = 30^\circ + 75^\circ = 105^\circ$$

