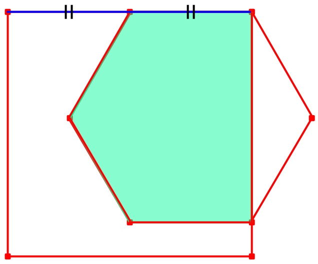
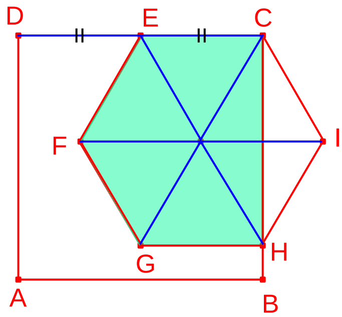
3851.- La figura està formada per un quadrat i un hexàgon regulars.
Calculeu la proporció d'àrea ombrejada (intersecció del quadrat i l'hexàgon) i l'àrea total.

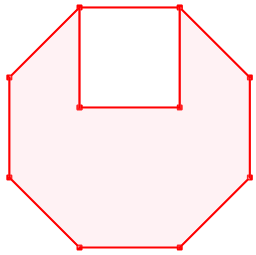


Solució:
Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = 2$
Siga l'hexàgon regular $CEFGHI$ de costat $\overline{CE} = 1$
L'àrea ombrejada és cinc sisenes parts de l'àrea de l'hexàgon regular.
L'àrea total és l'àrea del quadrat més una sisena part de l'àrea de l'hexàgon regular.

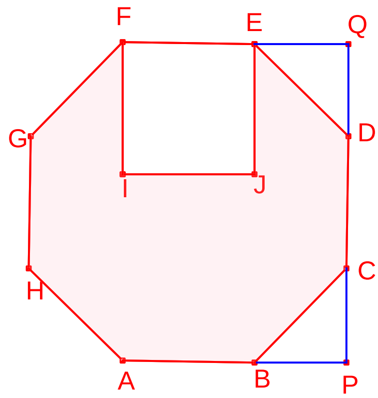


$$\frac{S_{CEFGH}}{S_{ABHICD}} = \frac{5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}}{4 + \frac{\sqrt{3}}{4}} = \frac{5\left(16\sqrt{3} - 3\right)}{253} \approx 0.4884$$

3852.- La figura està formada per un octògon regular i un quadrat.
Calculeu la proporció entre l'àrea ombrejada i l'àrea de l'octògon regular,

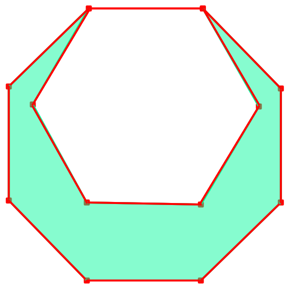


Solució:
Siga l'octògon regular $ABCDEFGH$ de costat $\overline{AB} = 1$
Siga el quadrat $EFIJ$ de costat $\overline{EF} = 1$

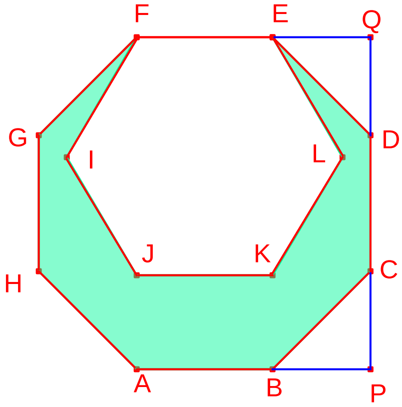


$\overline{PB} = \overline{PC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
$\overline{PQ} = 1 + \sqrt{2}$
L'àrea de l'octògon és:
$S_{ABCDEFGH} = \left(1 + \sqrt{2}\right)^2 - 1^2 = 2 + 2\sqrt{2}$
L'àrea ombrejada és igual a la diferència entre les àrees de l'octògon i el quadrat.
$S_{ombrejada} = 2 + 2\sqrt{2} - 1^2 = 1 + 2\sqrt{2}$
La proporció d'àrees és:
$\frac{S_{ombrejada}}{S_{ABCDEFGH}} = \frac{1 + 2\sqrt{2}}{2 + 2\sqrt{2}} = \frac{3 - \sqrt{2}}{2} \approx 0.7929$

3853.- La figura està formada per un octògon regular i un hexàgon regular.
Calculeu la proporció entre l'àrea de la zona ombreja i l'àrea de l'octògon regular.

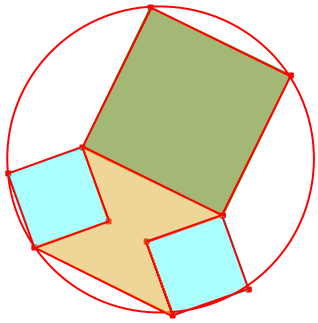


Solució:
Siga l'octògon regular $ABCDEFGH$ de costat $\overline{AB} = 1$
Siga l'hexàgon regularel quadrat $EFIJKL$ de costat $\overline{EF} = 1$

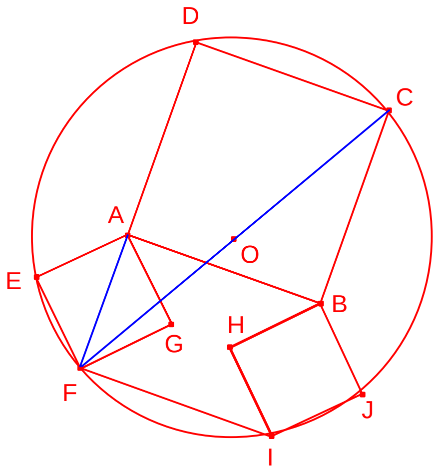


$\overline{PB} = \overline{PC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
$\overline{PQ} = 1 + \sqrt{2}$
L'àrea de l'octògon és:
$S_{ABCDEFGH} = \left(1 + \sqrt{2}\right)^2 - 1^2 = 2 + 2\sqrt{2}$
L'àrea ombrejada és igual a la diferència entre les àrees de l'octògon i l'hexàgon regular.
$S_{ombrejada} = 2 + 2\sqrt{2} - 6\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{4 + 4\sqrt{2} - 3\sqrt{3}}{2}$
La proporció d'àrees és:
$$\frac{S_{ombrejada}}{S_{ABCDEFGH}} = \frac{\frac{4 + 4\sqrt{2} - 3\sqrt{3}}{2}}{2 + 2\sqrt{2}} = \frac{4 - 3\sqrt{6} + 3\sqrt{3}}{4} \approx 0.4619$$

3854.- La figura està formada per tres quadrats dins d'una circumferència.
Calculeu la proporció de l'àrea ombrejada i l'àrea del cercle



Solució:



OC=R
AB=c, AE=d

D, A, F alineats

AF=d·sqrt(2)

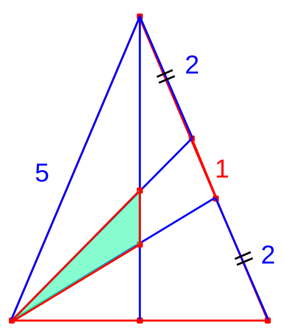
$CF^2=(2R)^2=c^2+(c+d\cdot sqrt(2))^2$

$4R^2=2(c^2+d^2+sqrt(2)cd)$

[ombrejada]=c·(c+d·sqrt(2))+d²=c²+d²+sqrt(2)cd

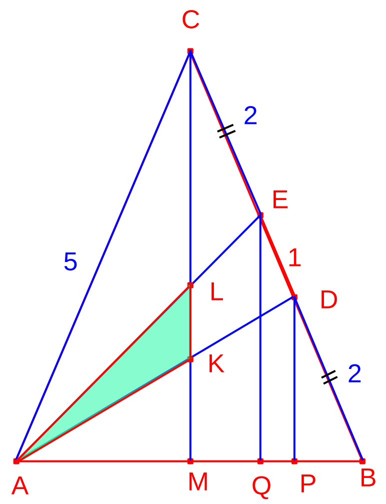
[ombrejada]/[cercle]=2/Pi

3855.- En la figura, calculeu la proporció entre l'àrea del triangle ombrejat i l'àrea del triangle isòsceles



Solució:

Siga el triangle isòsceles $\overset{\Delta}{ABC}, \overline{AB} = \overline{AC} = 5, \overline{AB} = 2x$
Siguen $\overline{BD} = \overline{CE} = 2, \overline{DE} = 1$
Siga M el punt mig del costat $\overline{AB}, \overline{AM} = \overline{BM} = a$
Siga $\overline{CM} = h$
Siguen P, Q, les projeccions dels punts D, E, sobre el costat $\overline{AB}$, respectivament.



Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{CMB}, \overset{\Delta}{DPB}$ són semblants i de raó $5:2$
Aplicant el teorema de Tales:
$\overline{DP} = \frac{2}{5}h, \overline{PB} = \frac{2}{5}a$

Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{CMB}, \overset{\Delta}{EQB}$ són semblants i de raó $5:3$
Aplicant el teorema de Tales:
$\overline{EQ} = \frac{3}{5}h, \overline{MQ} = \frac{2}{5}a, \overline{MP} = \frac{3}{5}a$

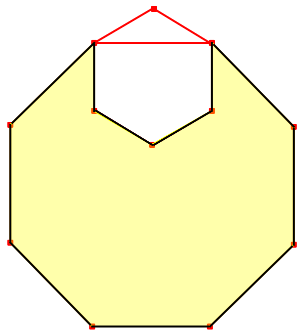
Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{AMK}, \overset{\Delta}{APD}$ són semblants i de raó $5:8$
Aplicant el teorema de Tales:
$\overline{MK} = \frac{5}{8}\overline{DP} = \frac{1}{4}h$

Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{AML}, \overset{\Delta}{AQE}$ són semblants i de raó $5:7$
Aplicant el teorema de Tales:
$\overline{ML} = \frac{5}{7}\overline{EQ} = \frac{3}{7}h$

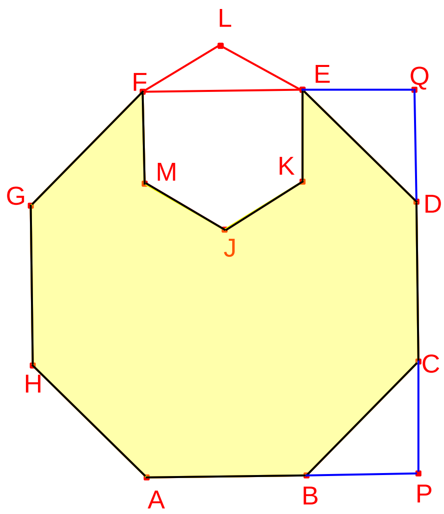
L'àrea del triangle isòsceles $\overset{\Delta}{ABC}$ és:
$S_{ABC} = xh$

L'àrea del triangle ombrejat $\overset{\Delta}{AKL}$ és:
$S_{AKL} = S_{AML} - S_{AMK} = \frac{1}{2}a \cdot \frac{3}{7}h - \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{4}h = \frac{5}{56}xh$
La proporció d'àrees és:
$\frac{S_{AKL}}{S_{ABC}} = \frac{5}{56}$

3856.- La figura està formada per un octògon regular de costat 1 i un hexàgon regular.
Calculeu l'àrea de la regió ombrejada.



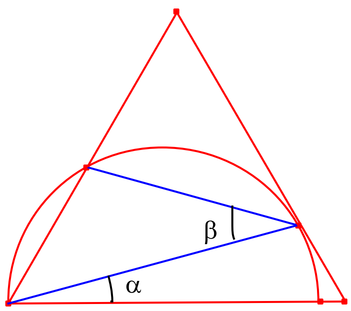
Solució:
Siga l'octògon regular $ABCDEFGH$ de costat $\overline{AB} = 1$
Siga l'hexàgon regular $JKELFM$ de costat $\overline{JK} = \frac{\sqrt{3}}{3}$



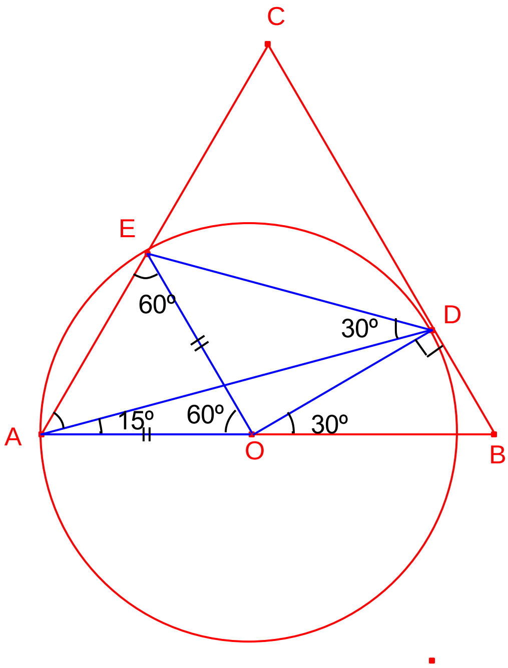
$\overline{PB} = \overline{PC} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$
$\overline{PQ} = 1 + \sqrt{2}$
L'àrea de l'octògon és:
$S_{ABCDEFGH} = \left(1 + \sqrt{2}\right)^2 - 1^2 = 2 + 2\sqrt{2}$
L'àrea ombrejada és igual a la diferència entre les àrees de l'octògon i la cinquena part de l'àrea de l'hexàgon regular..

$$S_{ombrejada} = 2 + 2\sqrt{2} - 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 2 + 2\sqrt{2} - \frac{5\sqrt{3}}{12}$$
$$\approx 4.1067$$

3857.- La figura està formada per un triangle equilàter i una semicircumferència tangent a un costat.
Calculeu les mesures dels angles α, β



Solució:



AngleODB=60º

AngleOBD=60º

AngleDOB=30º

AngleDAB=(1/2)AngleDOB=15º

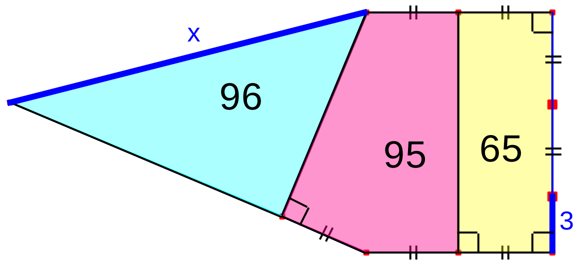
OA=OE

AngleAEO=AngleEAO=60º

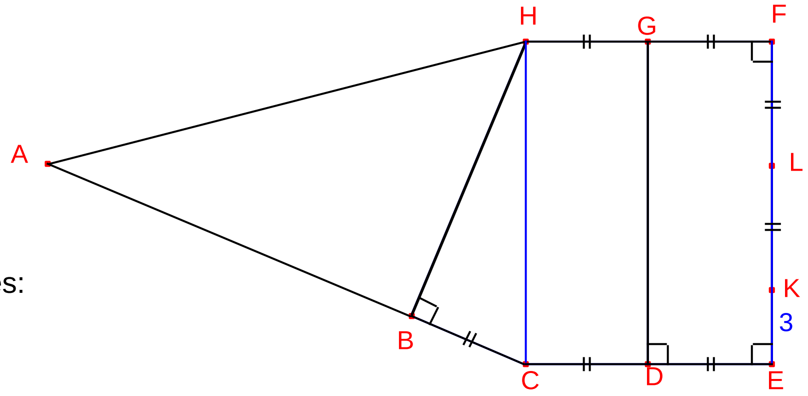
AngleAOE=60º

Angle ADE=(1/2)AngleAOE=30º

3858.- En la figura, un pentàgon s'ha dividit entres parts d'àrees 96, 95, 65
Calculeu la mesura del segment x



Solució:
Siga $a = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{KL} = \overline{LF}$
$\overline{EF} = 2a + 3$
L'àrea del rectangle $DEFG$ és 65:
$a(2a + 3) = 65$
Resolent l'equació:
$a = 5$

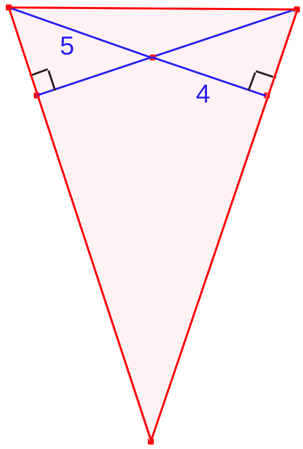


Siga $\overline{BH} = b$
L'àrea del triangle rectangle $\overset{\Delta}{HBC}$ és:
$S_{HBC} = \frac{1}{2}ab = S_{BCDGH} - S_{DEFG}$
$\frac{1}{2} \cdot 5b = 95 - 65 = 30$
Resolent l'equació:
$b = 12$

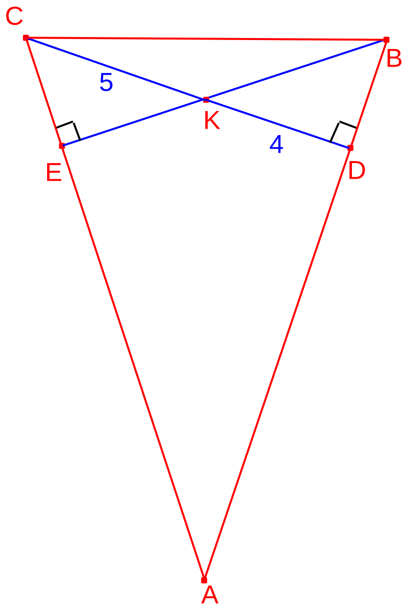
Siga $\overline{AB} = c$
L'àrea del triangle rectangle $\overset{\Delta}{ABH}$ és 96:
$\frac{1}{2}bc = 96$
$6c = 96$
Resolent l'equació:
$c = 16$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{ABH}$:
$z = 20$

3859.- La figura està formada per un triangle isòsceles i dues altures que es divideixen entre si en segments de longituds 4 i 5.
Calculeu l'àrea del triangle.



Solució:



KB=5

BD=3

AD=a

AC=3+a

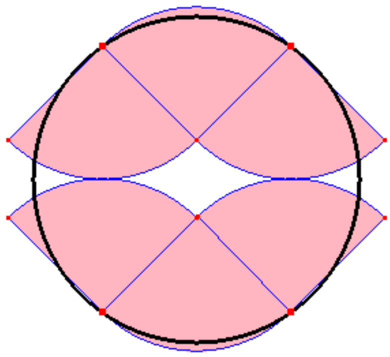
Teorema Pitàgores ADC

$(3+a)^2=a^2+9^2$

a=12

$[ABC]=(1/2)AB\cdot CD=135/2$

3860.- La figura està formada que sis quadrants iguals, tals que la suma de les àrees és 6π
Calculeu l'àrea del cercle.



Solució:
Siga el quadrant de centre A i radi $\overline{AK} = \overline{AT} = r$
La suma dels sis quadrants és:
$6 \cdot \frac{1}{4}\pi r^2 = 6\pi$
$r^2 = 4$
Siga la circumferència de centre O i radi $\overline{OA} = R$
$\overline{AD} = 2r, \overline{AB} = r\sqrt{2}$
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{ABD}$:
$4R^2 = 2r^2 + 4r^2$
$R^2 = \frac{3}{2}r^2 = 6$
L'àrea del cercle de centre O és:
$S_O = \pi R^2 = 6\pi$