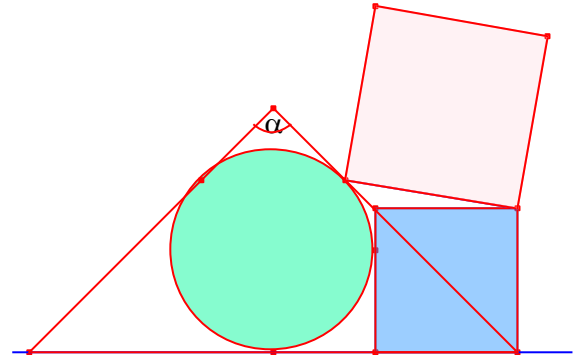


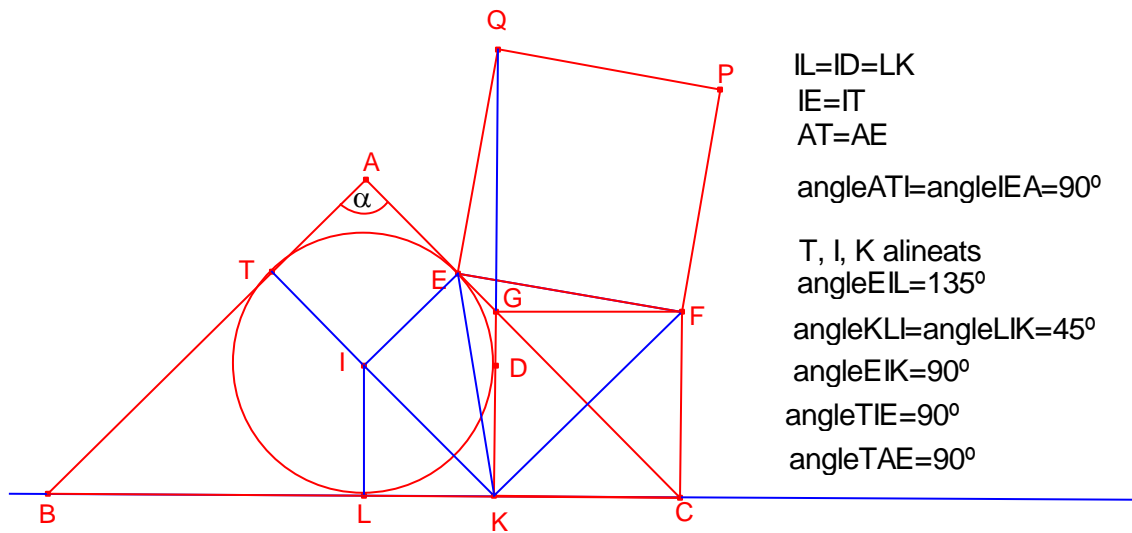
Problemes de Geometria per a l'ESO 405

4041.- La figura està formada per dos quadrats un cercle tangent als costats d'un triangle.

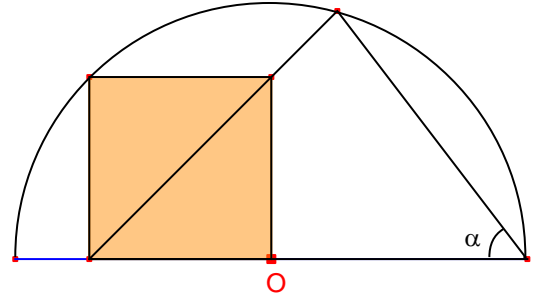
Calculeu la mesura de l'angle α



Solució:



4042.- La figura està formada per un quadrat que té un vèrtex en el centre d'una semicircumferència. Calculeu la mesura de l'angle α



Solució:

Siga la semicircumferència de centre O i radi $\overline{OB} = 1$

Siga el quadrat $OPQA$ de costat $\overline{OA} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\angle AOC = 2\alpha, \angle CAB = 45^\circ$

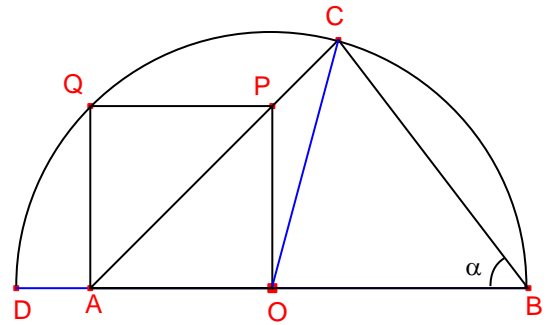
Aplicant el teorema dels sinus al triangle $\triangle AOC$:

$$\frac{1}{\sin 45^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sin(45^\circ + 2\alpha)}$$

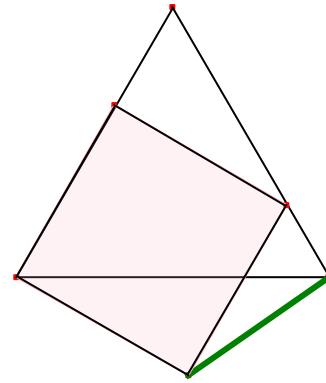
$$\sin(45^\circ + 2\alpha) = \frac{1}{2}$$

$$45^\circ + 2\alpha = 150^\circ$$

$$\alpha = \frac{1}{2} 105^\circ$$



4043.- La figura està formada per un triangle equilàter i un quadrat d'àrea 3.
 Calculeu la mesura del segment verd



Solució:

Siga el quadrat $ADEF$ d'àrea 3, $\overline{AD} = \sqrt{3}$

Siga el triangle equilàter $\triangle ABC$:

$$\overline{CF} = 1, \overline{CE} = 2, \overline{BE} = \sqrt{3} - 1$$

$$\overline{AE} = \sqrt{2} \cdot \overline{AD} = \sqrt{6}, \angle EAB = 15^\circ$$

$$\angle AEB = 105^\circ, \angle DEB = 60^\circ$$

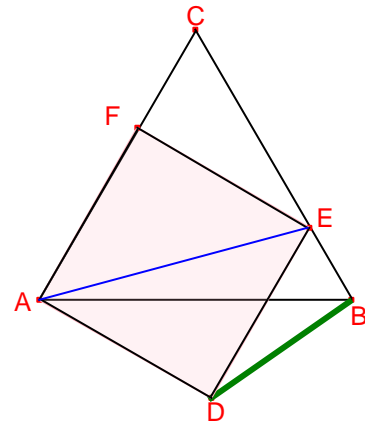
Siga $x = \overline{BD}$

Aplicant el teorema del cosinus al triangle $\triangle DBE$:

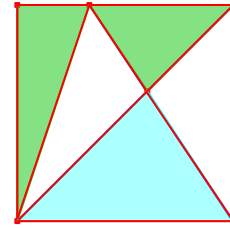
$$x^2 = (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3} - 1)^2 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} - 1) \cdot \frac{1}{2} = 4$$

$$x^2 = 4 - \sqrt{3}$$

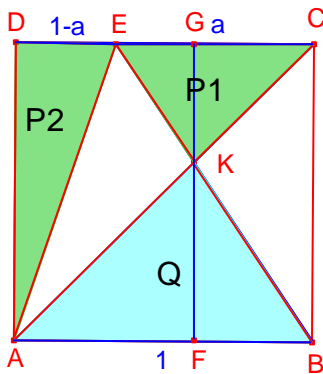
$$x = \sqrt{4 - \sqrt{3}}$$



4044.- La figura està formada per un quadrat i tres segments.
 Calculeu la proporció entre l'àrea verda i l'àrea blava.



Solució:



$$AB=1, CE=a$$

ABK, CEK semblats

$$P1/Q=a^2$$

$$FK/(1-FK)=1/a$$

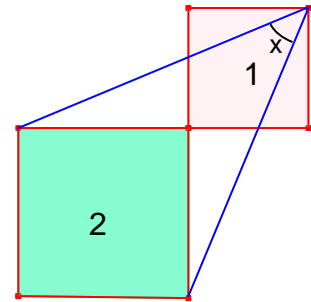
$$FK=1/(1+a)$$

ADE, ABK tenen la mateixa base

$$P2/B=(1-a)/FK=1-a^2$$

$$(P1+P2)/Q=1$$

4045.- La figura està formada per dos quadrats d'àrees 1 i 2.
 Calculeu la mesura de l'angle x



Solució:

Siga $ABCD$ el quadrat d'àrea 1, $\overline{AB} = 1$

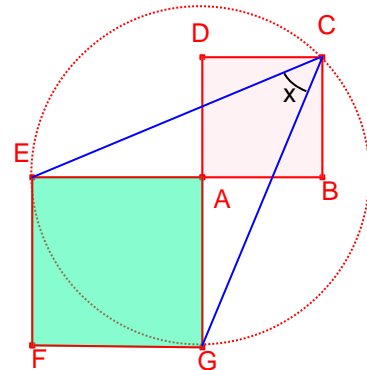
$$\overline{AC} = \sqrt{2}$$

Siga el quadrat $A EFG$ d'àrea 2, $\overline{AE} = \overline{AG} = \sqrt{2}$

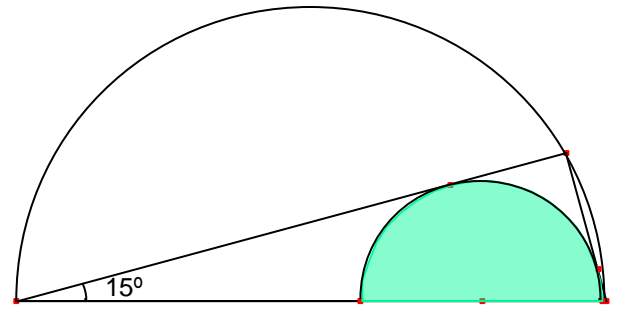
A és el centre de la circumferència que passa pels punts C, E, G .

per ser angle inscrit en la circumferència mesura la meitat de l'arc que abraça:

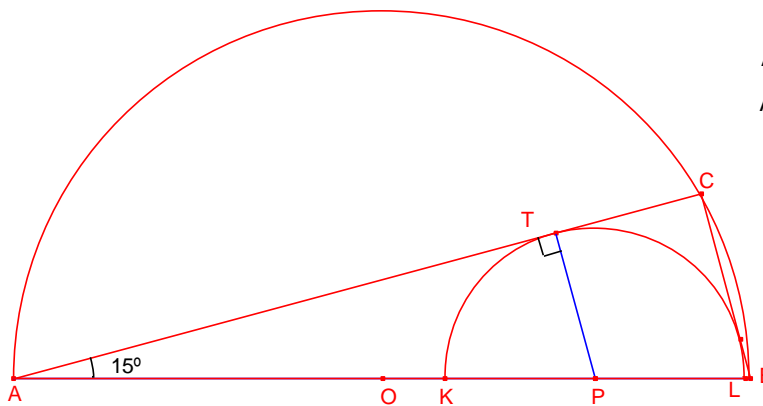
$$x = \angle ECG = \frac{1}{2} 90^\circ = 45^\circ$$



4046.- El semicircle ombrejat està inscrit en el triangle
 El triangle està inscrit en un semicircle.
 Calculeu la proporció entre l'àrea del semicircle ombrejat i l'àrea del semicircle exterior.



Solució:



$$OA=OB=1$$

$$PT=r$$

$$AC=2 \cdot \cos 15^\circ$$

$$AC=(\sqrt{6}+\sqrt{2})/2$$

$$AT=AC-r$$

$$r/AT=\tan 15^\circ$$

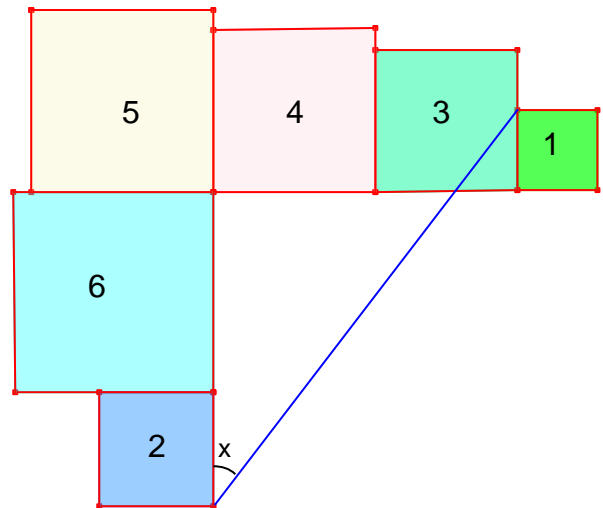
$$2r/(\sqrt{6}+\sqrt{2}-2r)=2-\sqrt{3}$$

$$r=\sqrt{6}/6$$

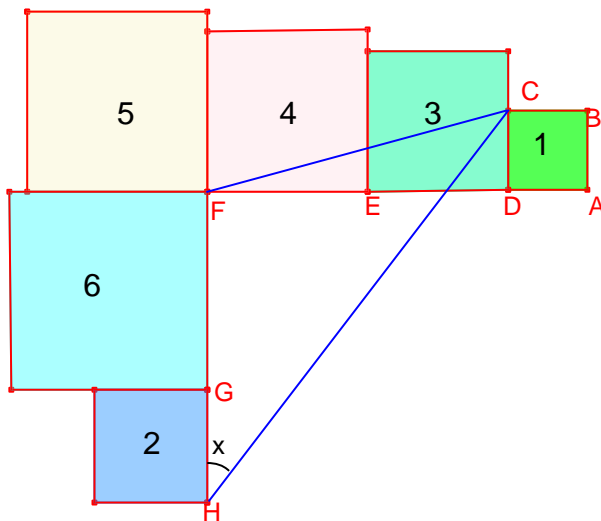
$$\text{Proporció:}$$

$$r^2/1^2=1/6$$

4047.- La figura està formada per sis quadrats d'àrees 1, 3, 4, 5, 6, 2
 Calculeu la mesura de l'angle x



Solució:



$$\begin{aligned} AB &= 1 \\ DE &= \sqrt{3} \\ FE &= 2 \\ FG &= \sqrt{6} \\ GH &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$FD = 2 + \sqrt{3}$$

$$FH = \sqrt{6} + \sqrt{2}$$

$$FC = \sqrt{6} + \sqrt{2}$$

$$\text{angle } FCH = \text{angle } FHC = x$$

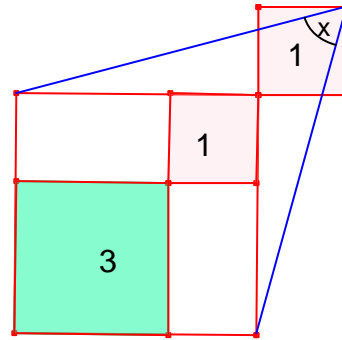
$$\text{angle } CFD = y$$

$$\tan y = 2 - \sqrt{3}$$

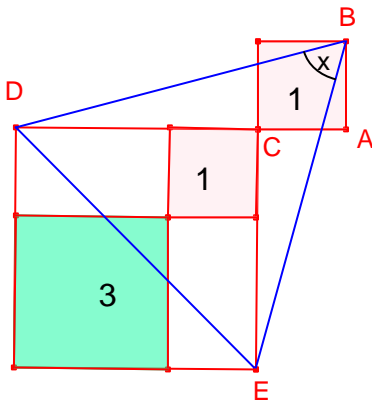
$$y = 15^\circ$$

$$x = 75^\circ/2$$

4048.- La figura està formada per quatre quadrats.
 Els quadrats ombrejats tenen àrees 1, 1, 3.
 Calculeu la mesura de l'angle x



Solució:



$$AB=1$$

$$CD=1+\sqrt{3}$$

Teorema Pitàgores DAB

$$BD=BE=\sqrt{8+4\cdot\sqrt{3}}$$

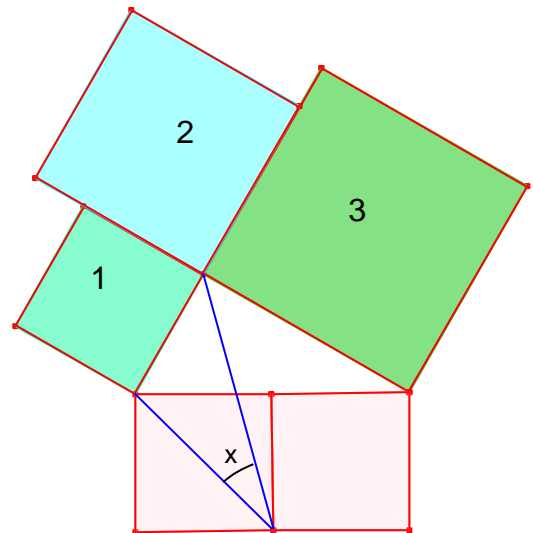
Teorema Pitàgores CDE

$$DE=\sqrt{8+4\cdot\sqrt{3}}$$

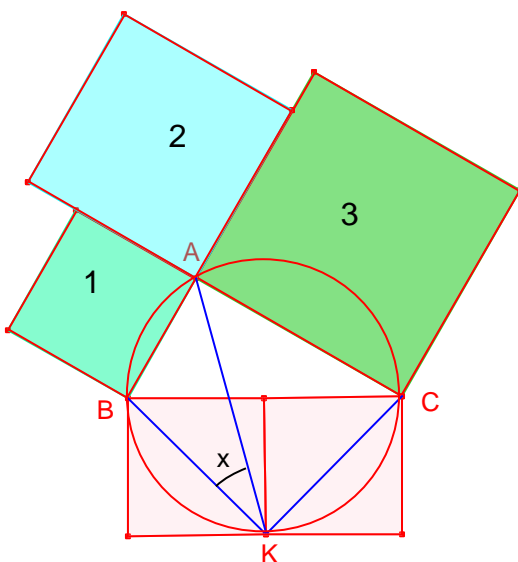
BDE és equilàter

$$x=60^\circ$$

4049.- La figura està formada per cinc quadrats, tres tenen àrees 1, 2, 3 i els de color rosa són iguals.
 Calculeu la mesura de l'angle x

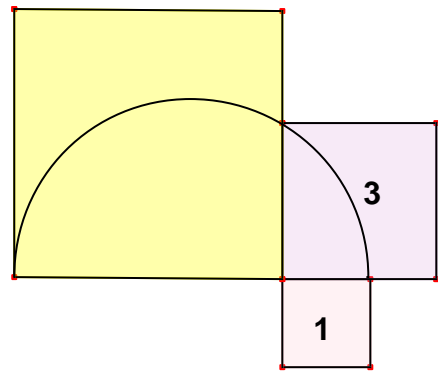


Solució:

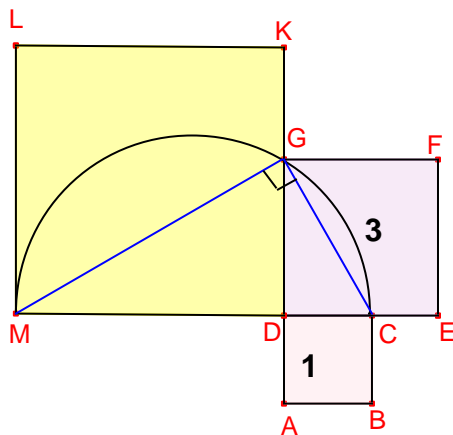


$AB=1$, $AC=\sqrt{3}$
 $\text{angle}BAC=90^\circ$
 Teorema Pitàgores ABC
 $BC=2$
 $\text{angle}ACB=30^\circ$
 quadrilàter ABKC inscriptible
 $x=\text{angle}BKA=\text{angle}ACB=30^\circ$

4050.- La figura està formada per tres quadrats (dos d'ells d'àrees 1, 3) i una semicircumferència. Calculeu l'àrea del triangle gran.



Solució:



$AB=1$
 $DE=DG=\sqrt{3}$
 $DM=c$
 Teorema de l'altura al triangle rectangle MGC
 $DG^2=DM \cdot DC$
 $c=3$
 $[DKLM]=9$