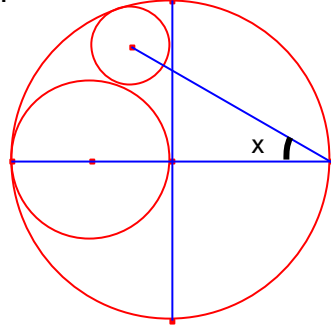
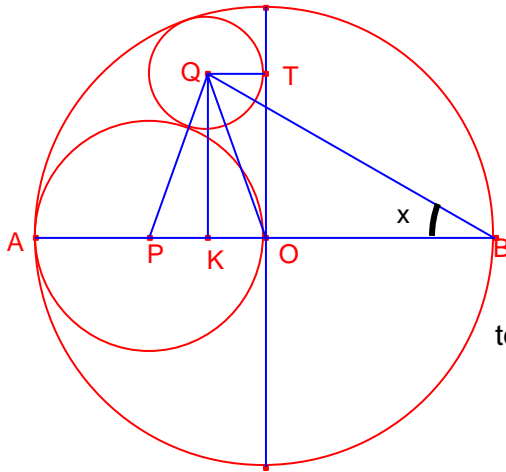


Problemes de Geometria per a l'ESO 411

4101.- La figura està formada per tres circumferències.  
 Calculeu la mesura de l'angle  $x$



Solució:



- OA=2
- PO=1
- QT=r
- PQ=1+r
- OQ=2-r
- OK=r
- PK=1-r

teorema Pitàgores als triangles PKO, OKQ

$$(1+r)^2 - (1-r)^2 = (2-r)^2 - r^2$$

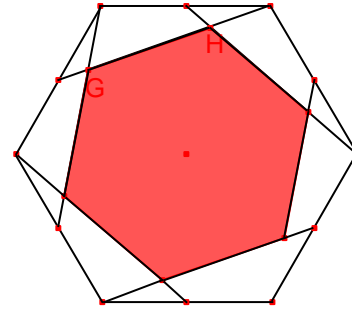
$$r = 1/2, \quad QK = \sqrt{2}$$

$$BK = 5/2$$

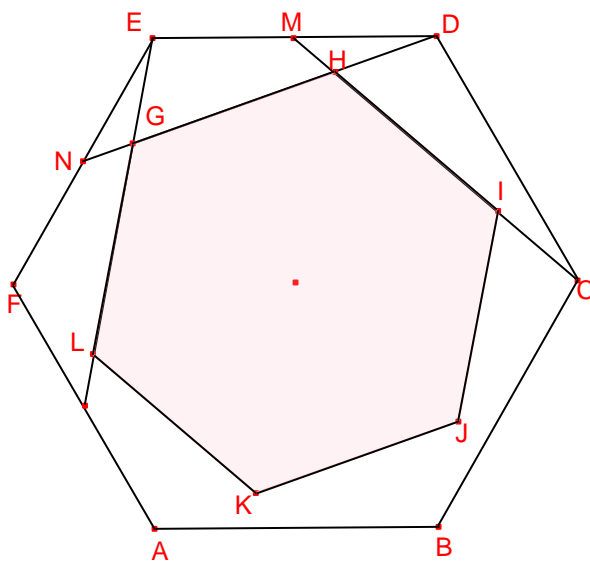
$$\tan x = 2 \cdot \sqrt{2} / 5$$

$$x = 29.4962^\circ$$

4102.- Els vèrtexs d'un hexàgon regular estan connectats als punts mitjans dels costats oposats. Calculeu la proporció entre l'àrea ombrejada i l'àrea del hexàgon regular exterior.



Solució:  
 Siga hexàgon regular  $ABCDEF$ .  
 L'hexàgon  $GHIJKL$  és un hexàgon regular.



$$DE=2$$

Teorema cosinus DEN

$$DN=\sqrt{7}$$

DEN, EGN semblants

Aplicant el teorema de Tales

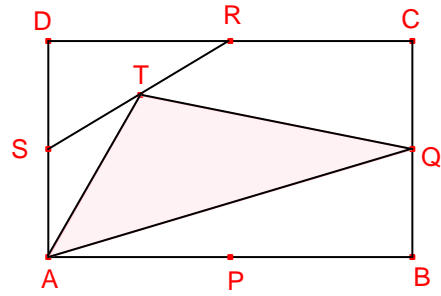
$$EG=DH=\frac{2}{7}\sqrt{7}$$

$$GN=\frac{1}{7}\sqrt{7}$$

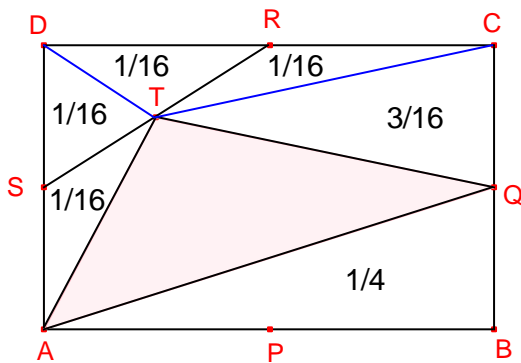
$$GH=\frac{4}{7}\sqrt{7}$$

$$\frac{[GHIJKL]}{[ABCDEF]}=\left(\frac{GH}{DE}\right)^2=\frac{4}{7}$$

4103.- Siga el rectangle  $ABCD$  d'àrea 1.  
 $P, Q, R, S$  són els punts migs dels costats del rectangle.  
 $T$  és el punt mig del segment  $\overline{RS}$   
 Calculeu l'àrea del triangle  $AQT$



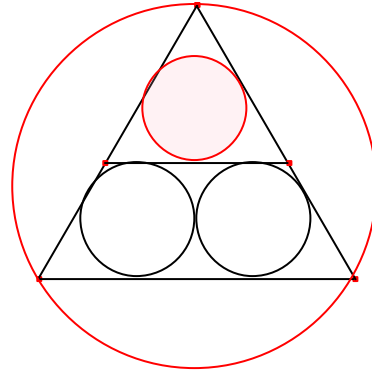
Solució:



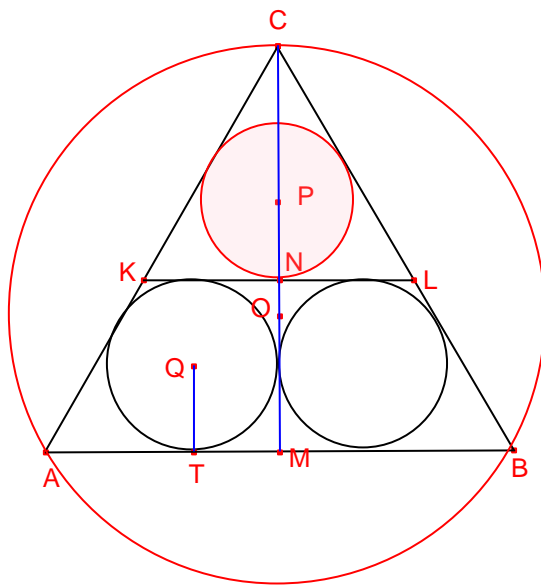
$$[SDR] = 1/8 \cdot [ABCD] = 1/8$$

$$[AQT] = 1 - 11/16 = 5/16$$

4104.- La figura està formada per un triangle equilàter que conté tres cercles i un cercle circumscribit. Calculeu la proporció entre l'àrea del cercle ombrejat i l'àrea del cercle exterior.



Solució:



$$QT=r$$

$$AT=r \cdot \sqrt{3}$$

$$AB=c$$

$$c=2(1+\sqrt{3}) \cdot r$$

$$CM=c \cdot \sqrt{3}/2=(3+\sqrt{3})r$$

$$CN=(1+\sqrt{3})r$$

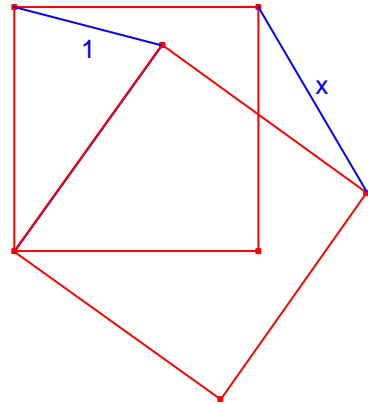
$$PN=(1/3)CN=(1+\sqrt{3})/3$$

$$OC=(2/3)CM=(2/3)(3+\sqrt{3})r$$

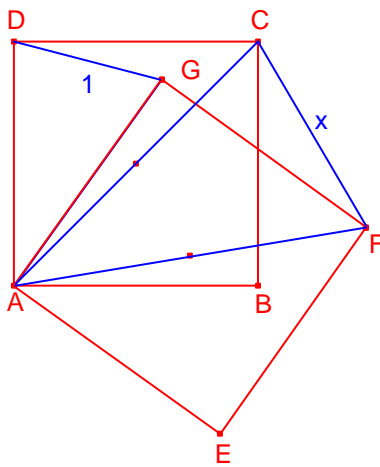
Proporció:

$$PN^2/OC^2=1/12$$

4105.- La figura està formada per dos quadrats amb un vèrtex comú.  
 Calculeu la mesura del segment  $x$



Solució:

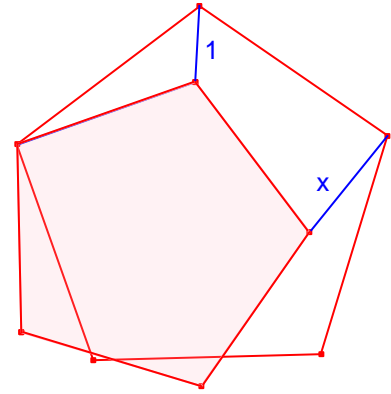


$$\text{angleDAG} = \text{angleBAE} = \text{angleCAF}$$

Els triangles DAG, CAF  
 són semblants  $1 : \sqrt{2}$

$$x = \sqrt{2}$$

4106.- La figura està formada per dos pentàgons regulars amb un vèrtex comú.  
 Calculeu la mesura del segment  $x$



Solució:

Siga el pentàgon regular  $ABCDE$  de costat  $\overline{AB} = c$

Siga el pentàgon regular  $AFGHI$  de costat  $\overline{AF} = d$

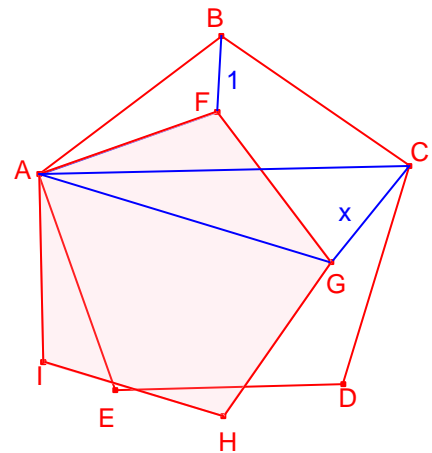
$$\overline{AC} = \Phi \cdot c$$

$$\overline{AG} = \Phi \cdot d$$

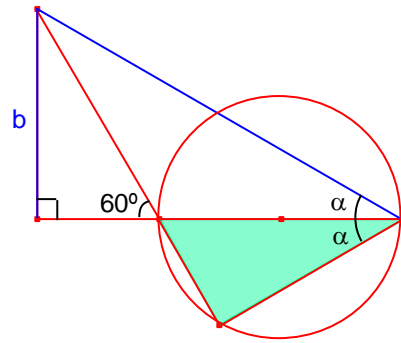
$$\angle BAF = \angle CAG$$

Els triangles  $\triangle BAF, \triangle CAG$  són semblants i de raó  $1 : \Phi$

$$x = \Phi$$



4107.- L'àrea del triangle ombrejat és  $8\sqrt{3}$   
 Calculeu la mesura del segment  $b$



Solució:

Siga el triangle rectangle  $\triangle ABC$ ,  $B = 90^\circ$ ,  $A = 60^\circ$

Siga  $a = \overline{AB}$ ,  $\overline{BC} = a\sqrt{3}$

$$\frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

Resolent l'equació:

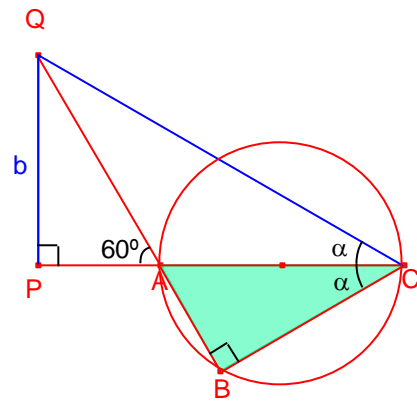
$$a = 4$$

$$\angle BCQ = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$$

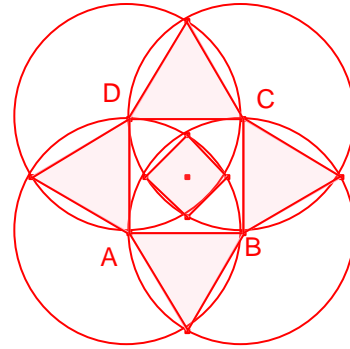
Els triangles rectangles  $\triangle QPC$ ,  $\triangle CBQ$  són iguals.

$$\overline{CQ} = 2b = 2 \cdot a\sqrt{3}$$

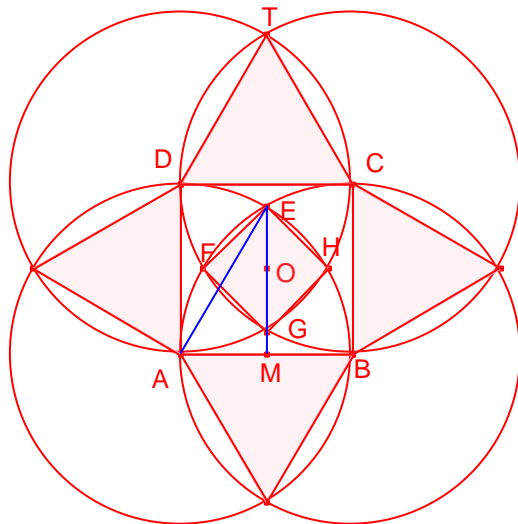
$$b = 4\sqrt{3}$$



4108.- La figura està formada per un quadrat  $ABCD$  de costat 3, quatre circumferències de centres els vèrtexs del quadrat  $ABCD$ .  
 Calculeu el total d'àrea ombrejada formada per quatre triangle equilàters i un quadrat.



Solució:



$$AB=AE=3$$

$$AM=3/2$$

$$OE=x$$

$$EM=3/2+x$$

Teorema Pitàgores AME

$$3^2=(3/2)^2+(3/2+x)^2$$

$$x=(3/2)(\sqrt{3}-1)$$

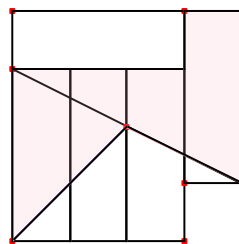
$$[EFGH]=2x^2=9(2-\sqrt{3})$$

$$[DCT]=\sqrt{3}/4 \cdot 9$$

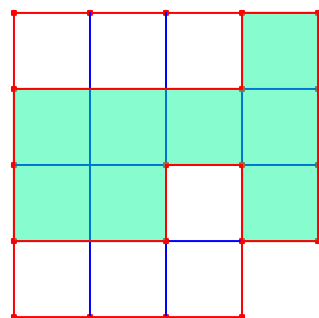
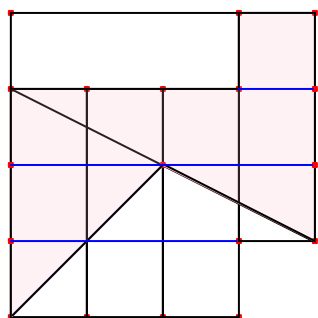
$$S=4 \cdot \sqrt{3}/4 \cdot 9+9(2-\sqrt{3})=18$$



4109.- La figura està formada per cinc rectangles iguals.  
 Calculeu la proporció entre l'àrea ombrejada i l'àrea total.

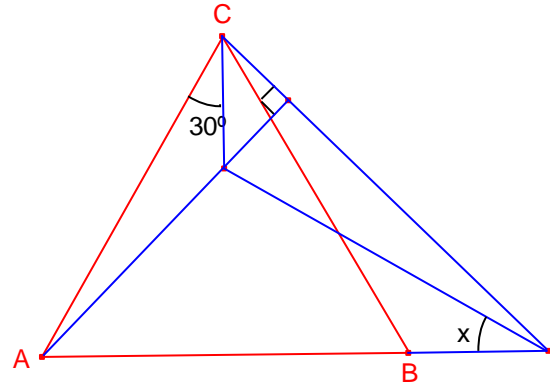


Solució:

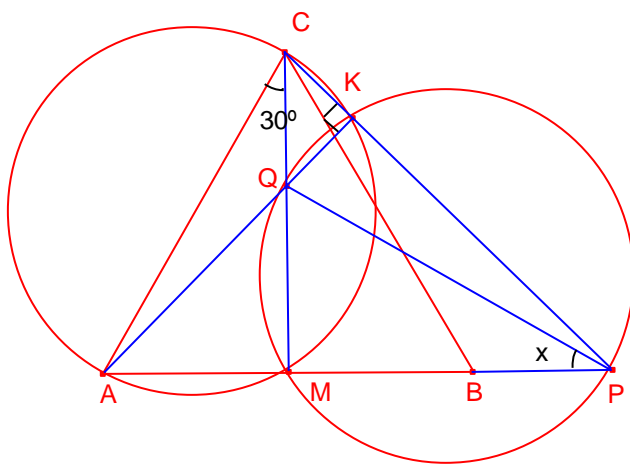


$8/15$

4010.- En la figura el triangle  $\triangle ABC$  és equilàter.  
 Calculeu la mesura de l'angle  $x$



Solució:



Angle  $\angle AKC = \angle AMC = 90^\circ$   
 $AMKC$  inscriptible

Angle  $\angle QKP = \angle QMP = 90^\circ$   
 $QMPK$  inscriptible

angle  $\angle AKM = \angle ACM = 30^\circ$

$x = \angle MPQ = \angle AKM = 30^\circ$