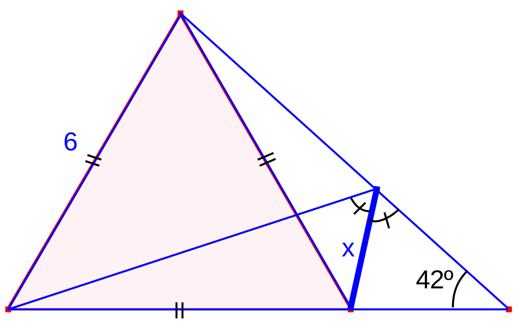
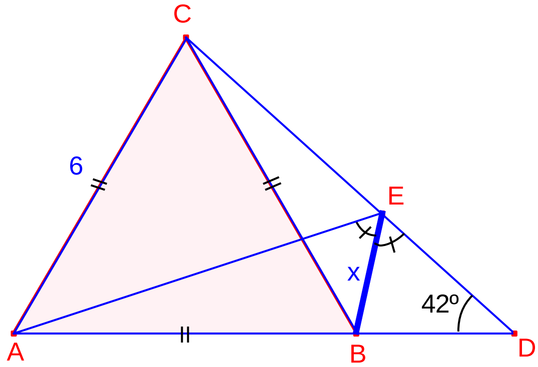
5151.- La figura està formada per un triangle equilàter de costat 6.
Calculeu la mesura del segment $x$




Solució:
Siga $\alpha = \angle AEB = \angle BED$
$\angle BCD = 60° - 42° = 18°$
$\angle EAD = 138° - 2\alpha$




Aplicant el teorema dels sinus al triangle $\overset{\Delta}{ABE}$:

$$\frac{x}{\sin(138° - 2\alpha)} = \frac{6}{\sin \alpha}$$

Aplicant el teorema dels sinus al triangle $\overset{\Delta}{BCE}$:

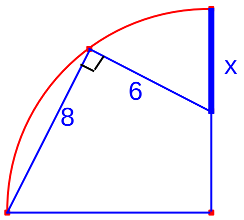
$$\frac{x}{\sin 18°} = \frac{6}{\sin \alpha}$$

$$\sin(138° - 2\alpha) = \sin 18°$$

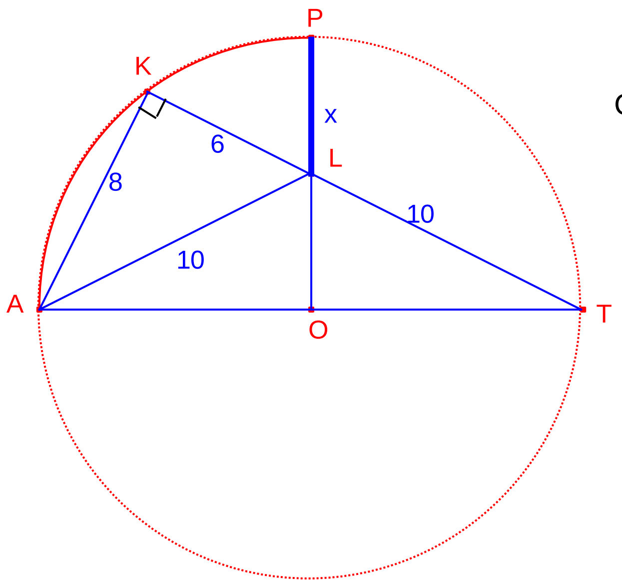
$$\alpha = 60°$$

$$x = 6 \cdot \frac{\sin 18°}{\sin 60°} = 6 \cdot \frac{\frac{1}{2\Phi}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{15} - \sqrt{3} \approx 2.1409$$

4152.- La figura està formada per un quadrant.
Calculeu la mesura del segment $x$




Solució:




OA=R

OL=sqrt(100-R²)

x+sqrt(100-R²)=R

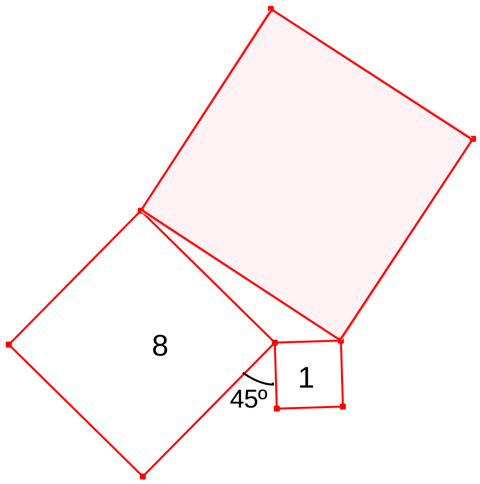
Teorema Pitàgores AKT

4R²=64+256

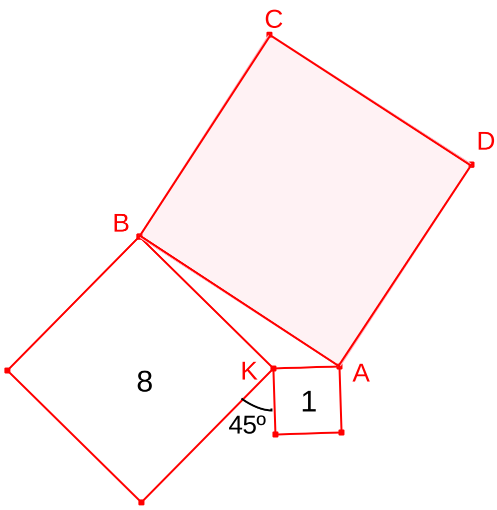
R=4·sqrt(5)

x=2·sqrt(5)

4153.- La figura està formada per tres quadrats.
Dos tenen àrees 1, 8, respectivament.
Calculeu l'àrea del quadrat ombrejat.




Solució:




AK=1

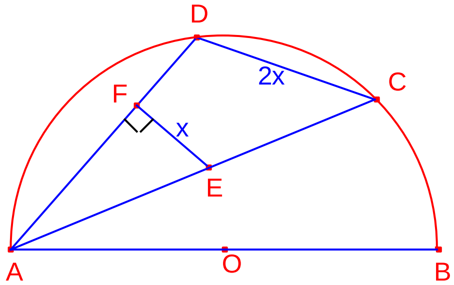
BK=2·sqrt(2)
AB=c

Teorema del cosinus al triangle BKA

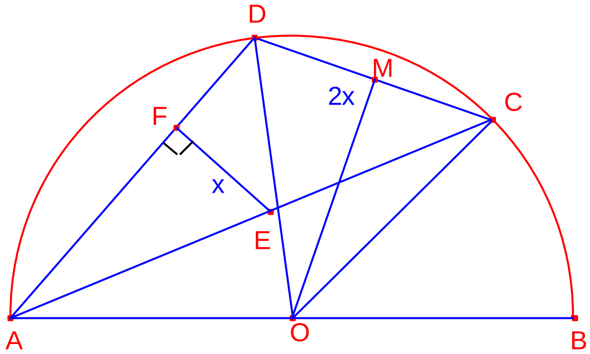
$c^2$=1+8+2·1·2·sqrt(2)·sqrt(2)/2=13

[ABCD]=13

4154.- En la figura calculeu la proporció
$\overline{AE}/\overline{AO}$




Solució:




angleDOC=2·angleDAC

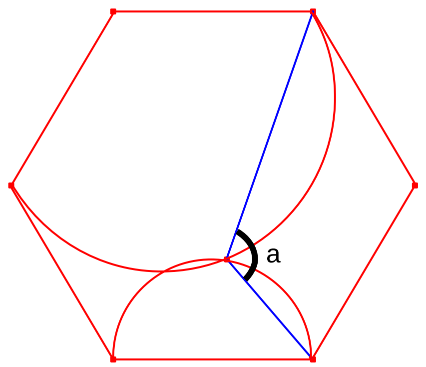
CM=DM=x

Els triangles OMC, AFE són iguals

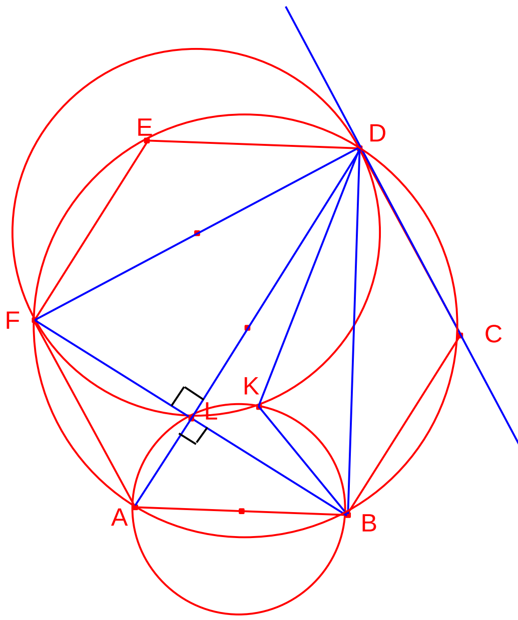
AE = OC = AO

AE / AO =1

4155.- La figura està formada per un hexàgon regular i dos semicercles que es tallen en dos punts.
Calculeu la mesura de l'angle $\alpha$ format per dues cordes.




Solució:




angle DLB=(120º+60º)/2=90º

F, L, B alineats

angle ABL=30º

Angle KBD=x

angle KAB=x

angle LAB=60º

angle LAK=60º-x

angle LKA=30º

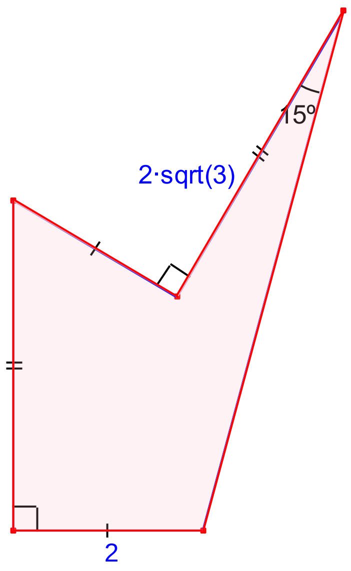
angle DLK=90-x

angle DDC=90º-x

angleKDB=60º-x

Angle DKB=180º-(angleKBD+angleKBD)=120º

4156.- Calculeu l’àrea de la figura.

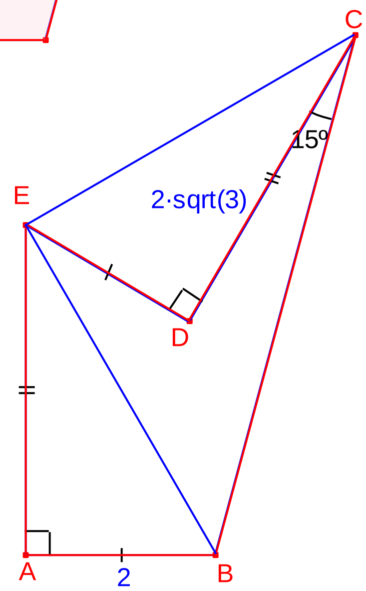



Solució:

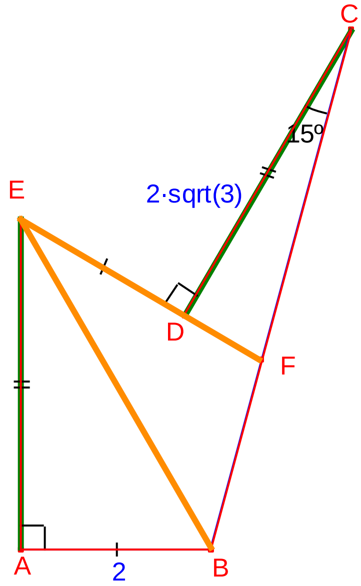
Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{EAB}, \overset{\Delta}{CDE}$ són iguals.

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{EAB}$
$\overline{BE} = \overline{CE} = 4$
$\angle AEB = \angle ECD = 30°$
Els triangles $\overset{\Delta}{BEC}$ és isòsceles.
$\angle ECB = \angle EBC = 45°, \angle BEC = 90°$
L’àrea del polígon $ABCDE$ és igual a l’àrea del triangle rectangle isòsceles $\overset{\Delta}{BEC}$:

$$S_{ABCDE} = S_{BEC} = \frac{1}{2} \cdot 4^2 = 8$$



4157.- En la figura $\overline{AB} = \overline{DE} = 2, \overline{AE} = \overline{CD} = 2\sqrt{2}, \angle DCB = 15°$
Calculeu la proporció $(\overline{EF} + \overline{EB}) : (\overline{CD} + \overline{AE})$

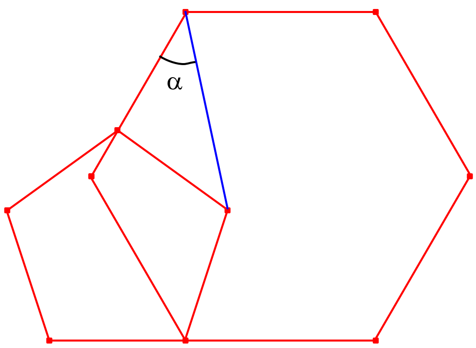



Solució:

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{EAB}$
$\overline{BE} = \overline{CE} = 4$

Aplicant raons trigonomètriques al triangle rectangle $\overset{\Delta}{FDC}$
$\frac{\overline{FD}}{2\sqrt{3}} = \tan 15° = 2 - \sqrt{3}$
$\overline{FD} = 4\sqrt{3} - 6$
$\overline{EF} + \overline{EB} = 2 + 4\sqrt{3} - 6 + 4 = 4\sqrt{3}$
$\overline{CD} + \overline{AE} = 2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$
Aleshores:
Calculeu la proporció $(\overline{EF} + \overline{EB}) : (\overline{CD} + \overline{AE}) = 1 : 1$

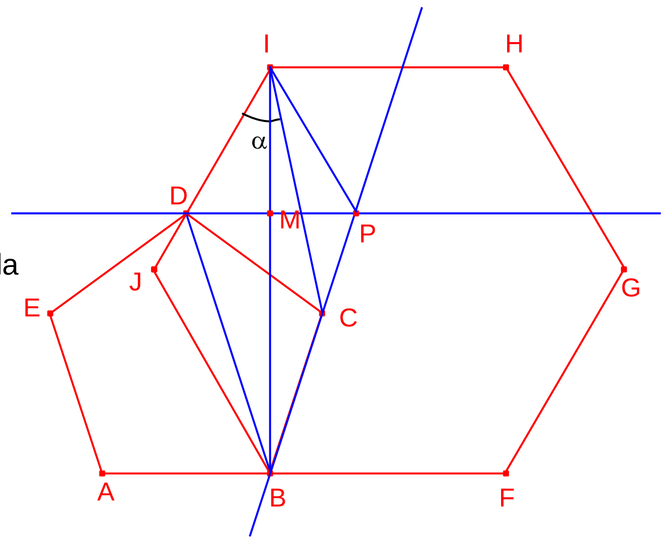
4158.- La figura està formada per un pentàgon i un hexàgon regulars.
Calculeu la mesura de l'angle $\alpha$



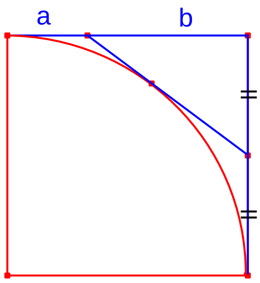

Solució:
Siga el pentàgon regular $ABCDE$ de costat $\overline{AB} = 1, \overline{BD} = \Phi$
Siga l'hexàgon regular $BFGHIJ$.
$\angle ABJ = 60°, \angle CBF = 72°$
$\angle JBC = 180° - (60° + 72°) = 48°$
$\angle DJB = 120°, \angle BCD = 108°$
$\angle JDC = 360° - (48° + 120° + 108°) = 84°$
$\angle CDI = 180° - 84° = 96°$
Pel punt $D$ tracem una paral·lela a $AF$ que talla la recta $BC$ en el punt $P$.
Siga $M$ el punt intersecció de $NI$ i DP
$\angle DBP = 36°, \angle DBM = 90° - 72° = 18°$
$M$ és el punt mig del segment $\overline{DP}$
$\overset{\Delta}{DPI}$ és equilàter.
$\overline{DP} = \overline{DI}$

El triangle isòsceles $\overset{\Delta}{BDP}$ és auri.
$\overline{DP} = \overline{CD}$

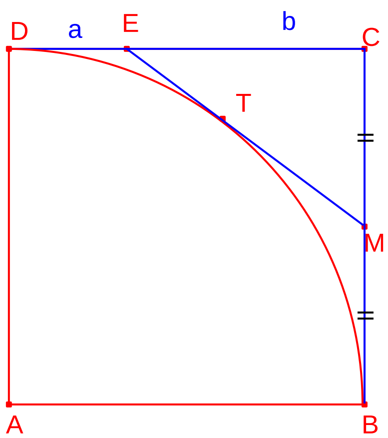
Aleshores, el triangle $\overset{\Delta}{CDI}$ és isòsceles.
$$\alpha = \frac{180° - 96°}{2} = 42°$$



4159.- La figura està formada per un quadrat, un quadrant i un segment tangent al quadrant.
Calculeu la proporció:
$\frac{a}{b}$




Solució:




AB=a+b, BM=CM=(a+b)/2

DE=TE=a, BM=MT=(a+b)/2

ME=(3a+b)/2

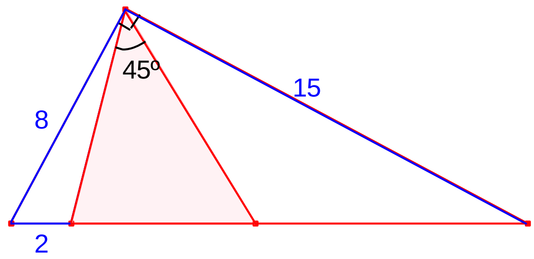
Teorema Pitàgores ECM

$((3a+b)/2)^2=b^2+((a+b)/2)^2$

$2a^2+ab-b^2=0$

a/b=1/2

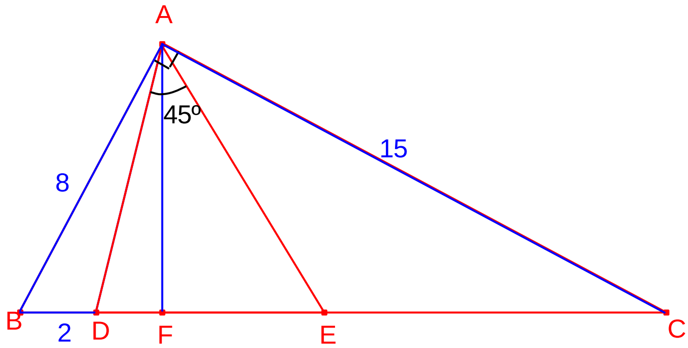
4160.- La figura està formada per un triangle rectangle de catets 8, 15
Calculeu l'àrea del triangle ombrejat.




Solució:

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{ABC}$
$\overline{BC} = 17$
$\overline{CD} = 15$

Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{ABC}$, $\overset{\Delta}{FBA}$ són semblants.
Aplicant el teorema de Tales:




$$\frac{\overline{AF}}{8} = \frac{15}{17}$$
$$\overline{AF} = \frac{120}{17}$$
Siguen $\overline{DF} = m, \overline{EF} = n$
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{BFA}$
$$64 = \left(\frac{120}{17}\right)^2 + (2+m)^2$$
Resolent l'equació:
$$m = \frac{30}{17}, \overline{BF} = \frac{64}{17}, \overline{CF} = \frac{225}{17}$$
Siga $\alpha = \angle ACB$
$$\angle ADC = \angle DAC = 90° - \frac{\alpha}{2}$$
$$\angle DAF = \frac{\alpha}{2};\ \angle FAC = 90° - \alpha$$
$$\angle FAE = \angle EAC = 45° - \frac{\alpha}{2}$$
$\overline{AE}$ és bisectriu del triangle $\overset{\Delta}{FAC}$
Aplicant la propietat de la bisectriu:
$$\frac{n}{\frac{120}{17}} = \frac{\frac{225}{15} - n}{15}$$
Resolent l'equació:
$$n = \frac{72}{17}$$
$$\overline{DE} = m + n = 6$$
L'àrea del triangle ombrejat $\overset{\Delta}{ADE}$ és:
$$S_{ADE} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \frac{120}{17} = \frac{360}{17}$$