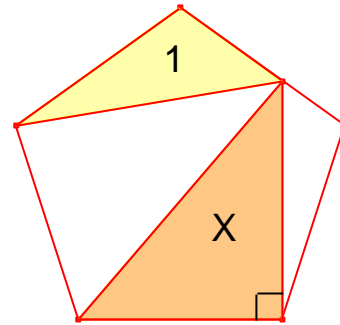


Problemes de Geometria per a l'ESO 431

4301.- Calculeu l'àrea X del triangle taronja, interior al pentàgon regular..



Solució:

Siga $ABCDE$, $\overline{AB} = c$

Siguen $\overline{BK} = x$, $\overline{CK} = y$

Aplicant el teorema dels sinus al triangle BCK

$$\frac{c}{\sin 54^\circ} = \frac{x}{\sin 108^\circ} = \frac{y}{\sin 18^\circ}$$

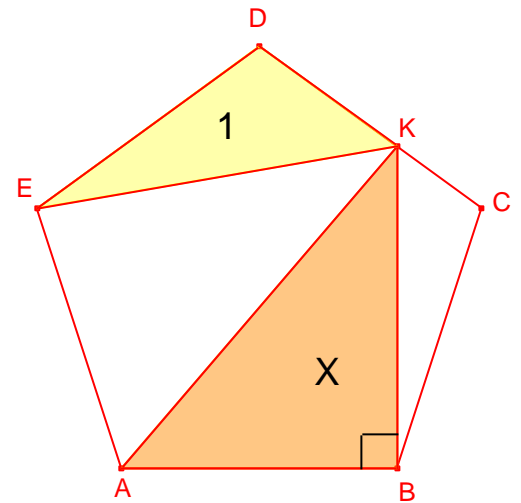
$$x = \frac{\sin 108^\circ}{\sin 54^\circ} c, y = \frac{\sin 18^\circ}{\sin 54^\circ} c, \overline{DK} = c - y = \frac{\sin 54^\circ - \sin 18^\circ}{\sin 54^\circ} c$$

$$S_{DEK} = \frac{1}{2} c^2 \cdot \frac{\sin 54^\circ - \sin 18^\circ}{\sin 54^\circ} \cdot \sin 108^\circ$$

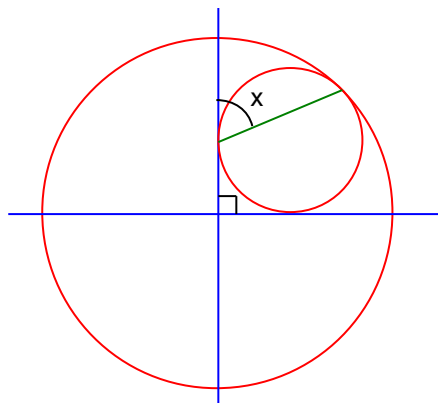
$$S_{ABK} = \frac{1}{2} c^2 \cdot \frac{\sin 108^\circ}{\sin 54^\circ}$$

$$\sin 18^\circ = \frac{1}{2}(\Phi - 1), \sin 54^\circ = \frac{1}{2}\Phi$$

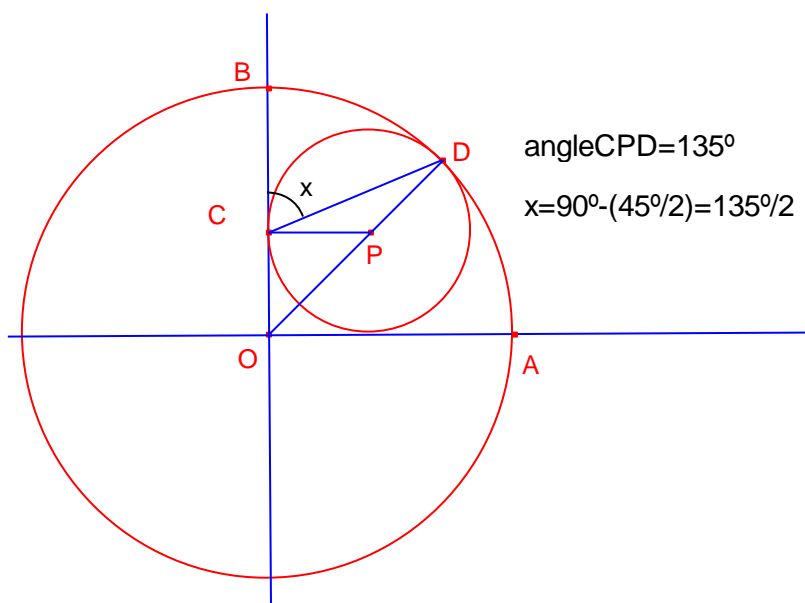
$$X = S_{ABK} = \frac{1}{2} c^2 \cdot \frac{\sin 108^\circ}{\sin 54^\circ} = 2S_{DEK} = 2$$



4302.- La figura esta formada per dues circumferències tangents interiors.
 Calculeu la mesura de l'angle x



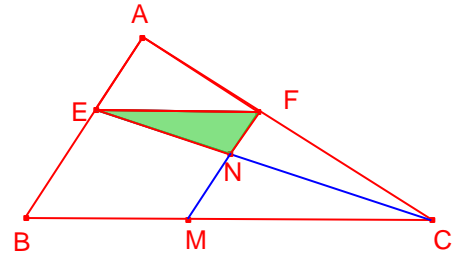
Solució:



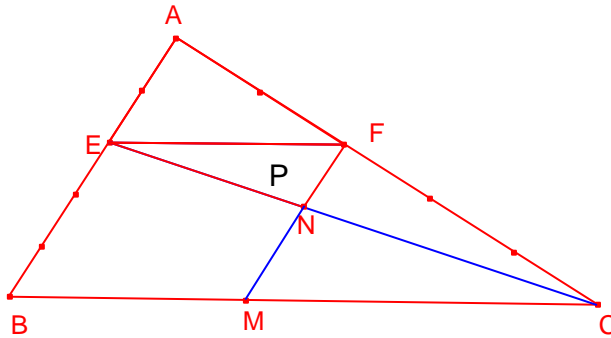
4303.- En la figura $EFMB$ és un paral·lelogram.

$$\frac{AE}{BE} = \frac{2}{3}$$

Calculeu la proporció entre les àrees dels triangles EFN i ABC

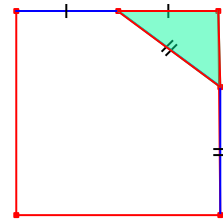


Solució:

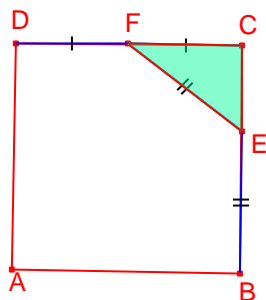


$$\begin{aligned} [EFN] &= P \\ [MNC] &= (9/4)[EFN] = (9/4)P \\ [NFC] &= (3/2)[MNC] = (3/2)P \\ [EFC] &= (5/2)P \\ [AEF] &= (2/3)[EFC] = (5/3)P \\ [AEF] &= (25/6)P \\ [ABC] &= (5/2)[AEC] = (125/12)P \\ [EFN]/[ABC] &= 12/125 \end{aligned}$$

4304.- En la figura un quadrat conté un triangle.
 Calculeu la proporció entre l'àrea del triangle ombrejat i
 l'àrea del quadrat.



Solució:



$$AB=2$$

$$BE=FE=a$$

$$CE=2-a$$

Teorema Pitàgorews FCE

$$a^2=1+(2-a)^2$$

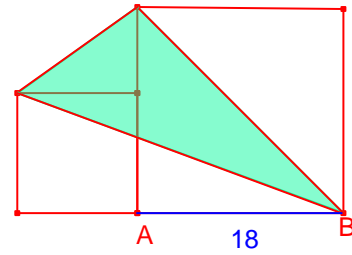
$$a=5/4, CE=3/4$$

$$[FCE]=(1/2) \cdot 1 \cdot (3/4)=3/8$$

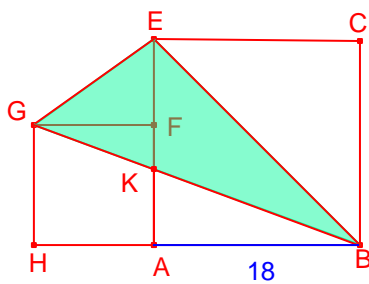
$$[ABCD]=4$$

$$[FCE]/[ABCD]=3/32$$

4305.- La figura està formada per dos quadrats adossats, un d'ells de costats 18. Calculeu l'àrea del triangle ombrejat.



Solució:



$$AB=18, GF=c$$

$$AK=x$$

GHB, KAB semblants.

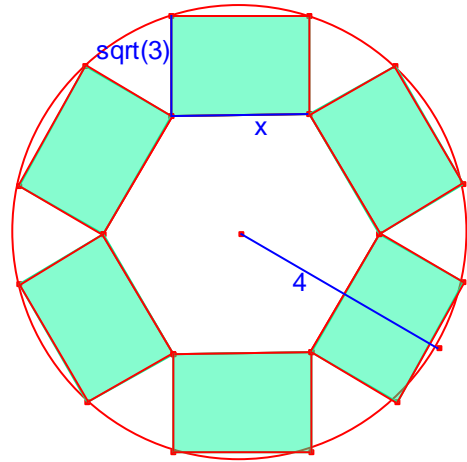
Teorema Tales:

$$x=18c/(18+c)$$

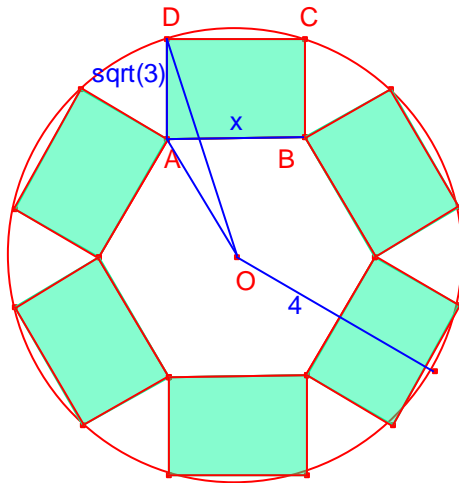
$$EK=18^2/(18+c)$$

$$[GEB]=[KEG]+[KEB]=(1/2)KE \cdot (c+18)=162$$

4306.- En una circumferència de radi 4 s'ha dibuixat sis rectangles iguals de costats $x, \sqrt{3}$
 Calculeu el valor de x



Solució:



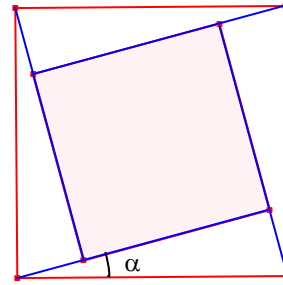
$OA=x$, $AD=\sqrt{3}$, $OD=4$
 $\text{angle}DAO=150^\circ$

Teorema cosinus DAO

$$16=x^2+3+3x$$

$$x=\frac{-3+\sqrt{61}}{2}$$

4307.- La figura està formada per dos quadrats.
 L'àrea del quadrat ombrejat és la meitat de l'àrea del quadrat exterior.
 Calculeu la mesura de l'angle α



Solució:

Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = 1$

Siga el quadrat $EFGH$ d'àrea $S_{EFGH} = \frac{1}{2}$

$$S_{AFB} = \frac{1}{8}$$

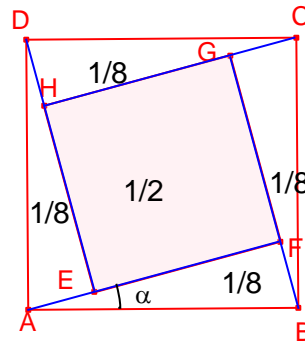
$$\overline{AF} = \cos \alpha, \overline{BF} = \sin \alpha$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{2} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{4} \sin 2\alpha$$

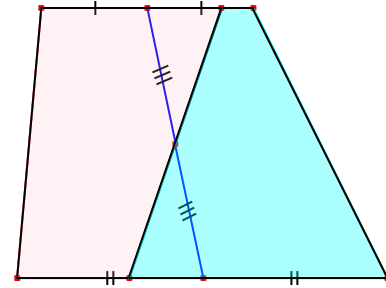
$$\sin 2\alpha = \frac{1}{2}$$

$$2\alpha = 30^\circ$$

$$\alpha = 15^\circ$$

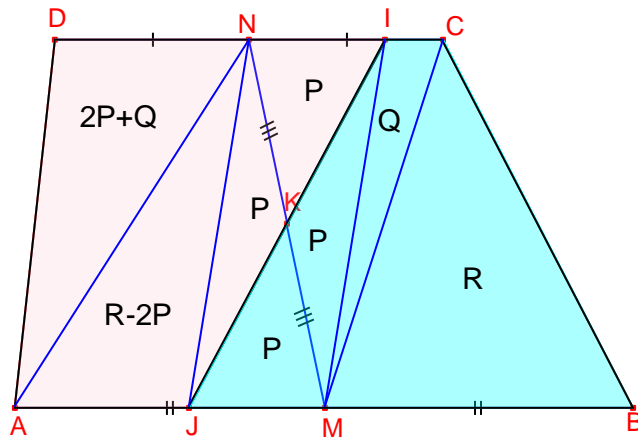


4308.- La figura està formada per un trapezi.
 Els punts migs de les bases paral·leles s'han unit.
 Determineu la proporció entre l'àrea rosa i l'àrea blava.



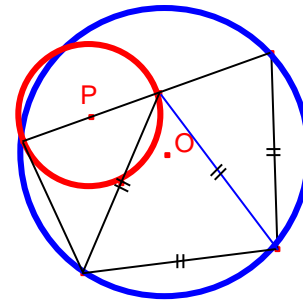
Solució:

Dos triangles que tenen la mateixa base les àrees són proporcionals a les altures.

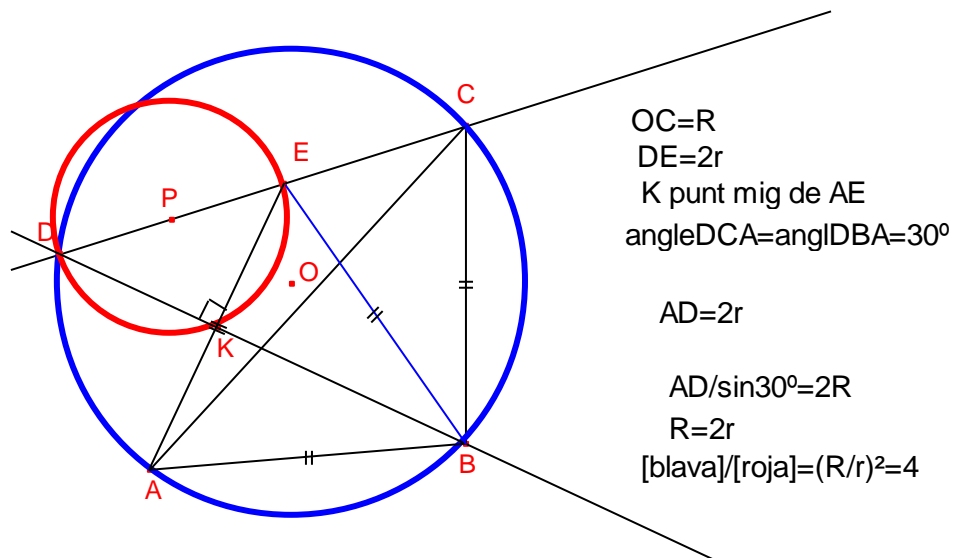


- $KI=JP$
- $[NIK]=P$
- $[JMK]=[JKN]=[MKI]=P$
- $[ICM]=Q, [MBC]=R$
- $[CNM]=[DNA]=2P+Q$
- $[MBC]=[AMN]=R$
- $[AJN]=R-2P$
- $[rosa]=R+Q+2P$
- $[blava]=R+Q+2P$
- $[rosa]/[blava]=1$

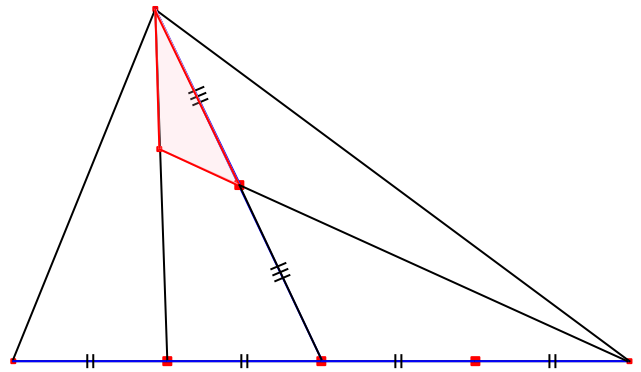
4309.- En la figura, calculeu la proporció entre l'àrea de la circumferència blava i l'àrea de la circumferència roja.



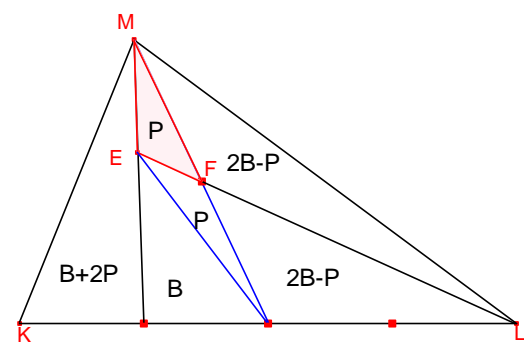
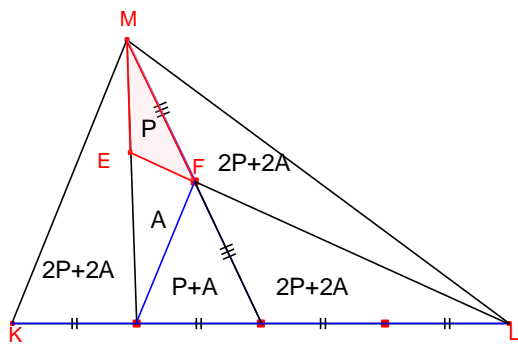
Solució:



4310.- En la figura calculeu la proporció entre l'àrea del triangle ombrejat i l'àrea del triangle exterior.



Solució:



$$\begin{aligned}
 2P+2A &= B+2P & 2P+2A &= 2B-P \\
 B &= 2A & 2P+B &= 2B-P \\
 & & 3P &= B \\
 [KLM] &= 4B+8P = 20P \\
 [MEF]/[KLM] &= 1/20
 \end{aligned}$$