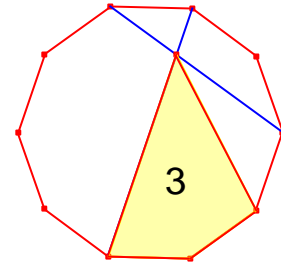
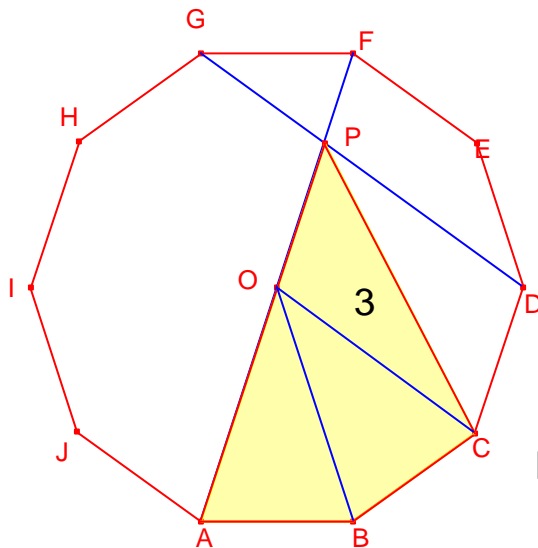


## Problemes de Geometria per a l'ESO 440

4391.- La figura està formada per un decàgon regular i un quadrilàter ombrejat d'àrea 3. Calculeu l'àrea del decàgon regular.



Solució:



$$AB=c$$

$$OA=c\Phi$$

$$\text{angleAOC}=36^\circ$$

$$\text{anglePOC}=108^\circ$$

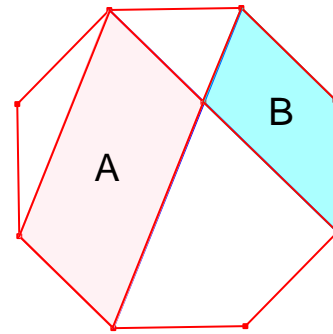
$$PF=1/\Phi$$

$$OP=c$$

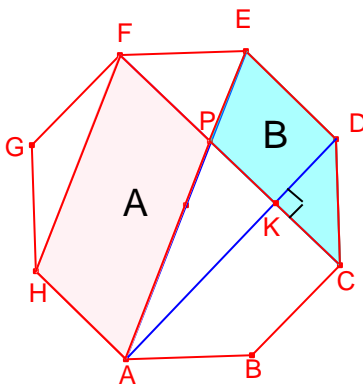
$$[ABCP]=\Phi^2 \cdot c^2 (3/2) \cdot \sin 36^\circ = 3$$

$$[ABCDEFGHIJ]=\Phi^2 \cdot 10 (1/2) c^2 \cdot \sin 36^\circ = 10$$

4392.- La figura està formada per un octògon regular i tres diagonals.  
 Calculeu la proporció d'àrees  $A : B$



Solució:



$$AB=1$$

$$CF=AF=1+\sqrt{2}$$

$$PF=AB=1$$

$$\text{angleAFP}=45^\circ$$

$$A=1(1+\sqrt{2})\cdot\sqrt{2}/2=(2+\sqrt{2})/2$$

$$CP=CF-1=\sqrt{2}$$

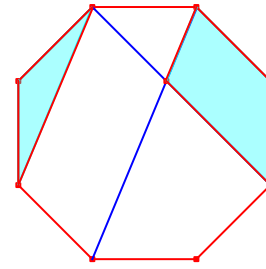
$$CF, AD \text{ perpendiculars}$$

$$DK=\sqrt{2}/2$$

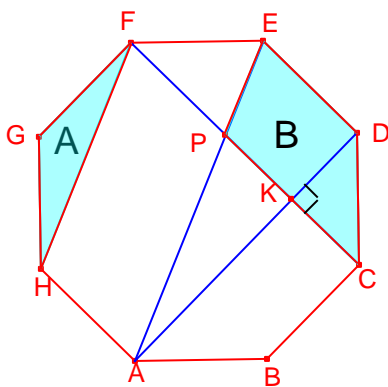
$$B=(1+\sqrt{2})/2\cdot\sqrt{2}/2$$

$$A / B = 2$$

4393.- La figura està formada per un octògon regular i tres diagonals.  
 Calculeu la proporció entre l'àrea ombrejada i l'àrea de l'octògon regular.



Solució:



$$AB=1$$

$$\text{angleAGF}=135^\circ$$

$$CF=1+\sqrt{2}$$

$$[ABCDEFGH]=CF^2-1^2=2(1+\sqrt{2})$$

$$[GHF]=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}/2$$

$$PF=AB=1$$

$$CP=CF-1=\sqrt{2}$$

$$CF, AD \text{ perpendiculars}$$

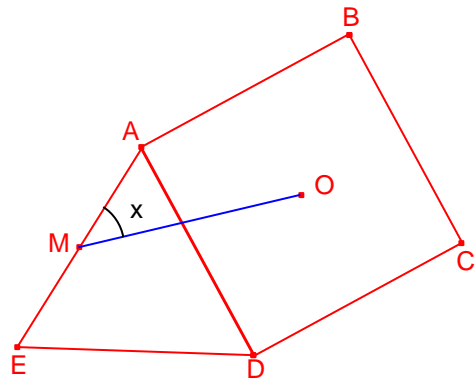
$$DK=\sqrt{2}/2$$

$$B=(1+\sqrt{2})/2\cdot\sqrt{2}/2$$

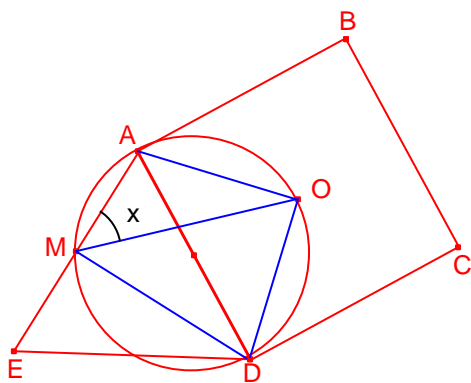
$$[A]+[B]= (1+\sqrt{2})/2$$

$$([A]+[B])/[ABCDEFGH]=1/4$$

4394.- En la figura  $ABCD$  és un quadrat de centre  $O$ ,  $\triangle ADE$  és un triangle equilàter. Calculeu la mesura de l'angle  $x = \angle AMO$



Solució:

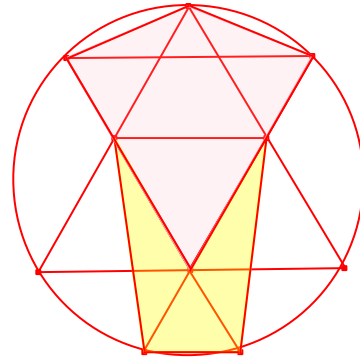


$$\begin{aligned} \angle AMD &= 90^\circ \\ \angle AOD &= 90^\circ \end{aligned}$$

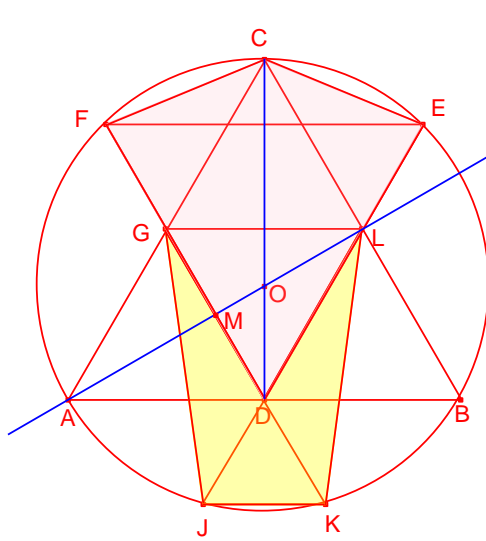
$AMDO$  cíclic

$$\angle AMO = \angle ADO = 45^\circ$$

4395.- En la figura, calculeu la proporció entre l'àrea rosa i l'àrea groga.



Solució:



$$AB=2$$

$$DK=FG=a$$

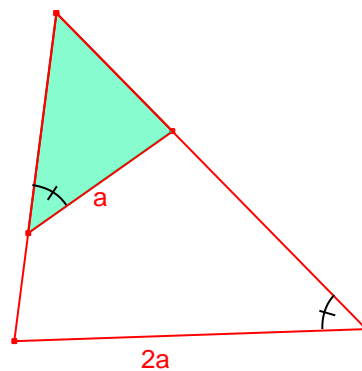
$$[DECF]=\frac{1}{2}FE \cdot CD=(1+a) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$[GJKL]=2 \cdot [JKL]-[JKD]=a(1+a) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}-a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}=$$

$$=(1+a) \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$[\text{rosa}]/[\text{groc}]=2$$

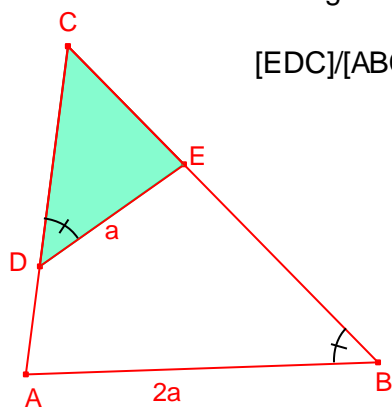
4396.- En la figura calculeu la proporció entre l'àrea ombrejada i l'àrea del triangle exterior.



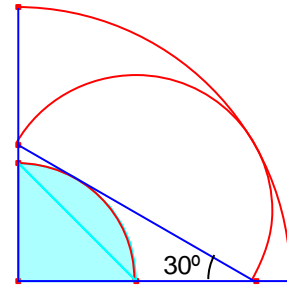
Solució:

Els triangles ABC, EDC són semblants i de raó 2:1

$$[EDC]/[ABC]=1/4$$



4397.- La figura està formada per un quadrant que conté un quadrant i un semicircle.  
 Calculeu la proporció entre les àrees dels dos quadrants.



Solució:

Siga el quadrant de centre  $O$  i radi  $\overline{OA} = 1$

Siga el semicircle de centre  $P$  i radi  $\overline{PK} = \overline{PJ} = \overline{PL} = a$

$$\overline{OP} = \frac{1}{2}\overline{LK} = a$$

$$2a = 1$$

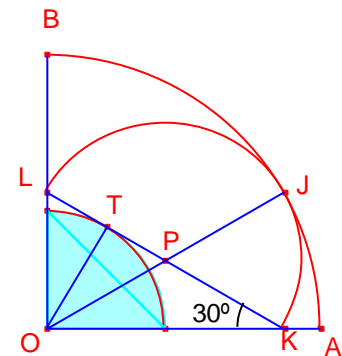
$$a = \frac{1}{2}$$

$$\angle TOP = 30^\circ$$

$$\overline{OT} = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

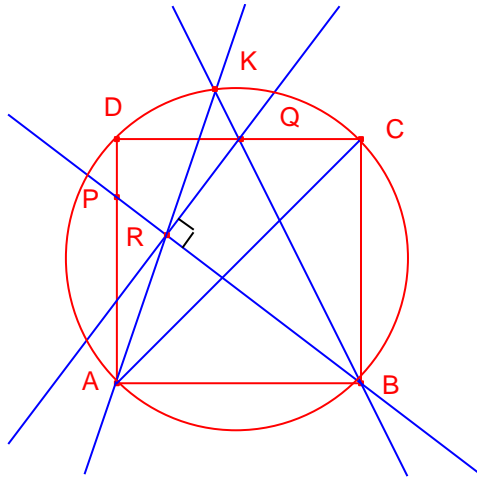
La proporció entre les àrees dels quadrants és:

$$\frac{S_{\text{ombrejada}}}{S_{\text{total}}} = \left(\frac{\overline{OT}}{\overline{OA}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2 = \frac{3}{16}$$



4398.- Siga  $P$  un punt dels costats  $\overline{AD}$  del quadrat  $ABCD$ .  
 La bisectriu de l'angle  $\angle PBC$  talla el costat  $\overline{CD}$  en el punt  $Q$ .  
 El peu de la perpendicular traçada des del punt  $Q$  a la recta  $\overline{BP}$  és  $R$ .  
 Calculeu l'angle de les rectes  $AR$  i  $BQ$   
*KöMaL, Novembre 2021. C1692*

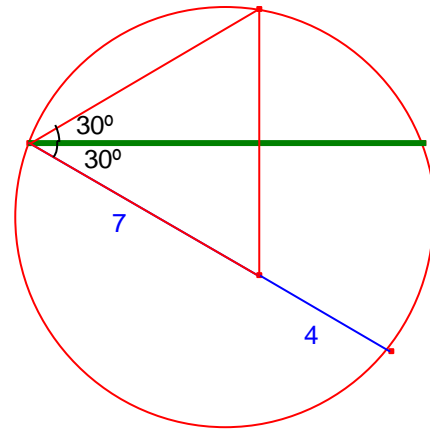
Solució:



Siga  $K$  la intersecció de  $BQ$  i  $AR$   
 $\angle RBQ = \angle CBQ = x$   
 $BR = BC$   
 $\angle ABP = 90^\circ - 2x$   
 $\angle BAR = \angle ARB = 45^\circ + x$   
 $\angle KAB = 45^\circ + x - 45^\circ = x$   
 $ABCK$  cíclic  
 $ABCKD$  cíclic  
 $\angle AKB = \angle ACB = 45^\circ$



4399.- La figura està formada per una circumferència i un triangle equilàter. Calculeu la mesura de la corda verda.



Solució:

Siga el triangle equilàter  $\triangle ABC$  de costats,  
 $\overline{AB} = \overline{BC} = 7$

Aplicant la potència de  $B$  respecte de la circumferència:

$$\overline{AB} \cdot \overline{BJ} = \overline{CB} \cdot \overline{BK}$$

$$\overline{BK} = \overline{BJ} = 4$$

Siga  $M$  el punt mig del costat  $\overline{BC}$ .

$$\overline{AM} = \frac{7\sqrt{3}}{2}$$

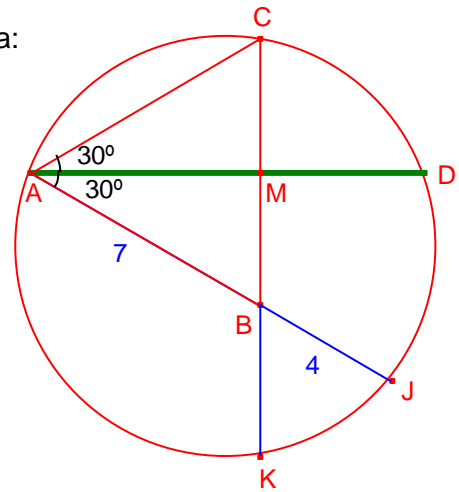
Aplicant la potència de  $M$  respecte de la circumferència:

$$\frac{7}{2} \cdot \left(\frac{7}{2} + 4\right) = \frac{7\sqrt{3}}{2} \cdot \overline{CM}$$

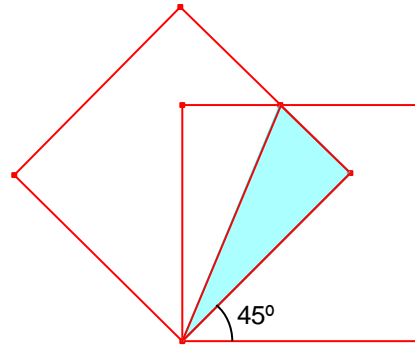
$$\overline{CM} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

La mesura de la corda  $\overline{AD}$  és:

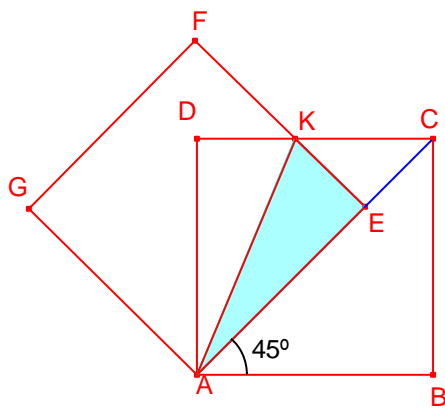
$$\overline{AD} = 6\sqrt{3}$$



4400.- Els dos quadrats de la figura tenen costat 1.  
 Calculeu l'àrea del triangle ombrejat



Solució:



$$AB=1$$

$$CE=EK=a$$

Els triangles AEK, ADK són iguals

$$DK=EK=a, CK=1-a$$

$$CK=a \cdot \sqrt{2} = 1-a$$

$$a = \sqrt{2} - 1$$

$$[AEK] = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot a = \frac{(\sqrt{2}-1)}{2}$$