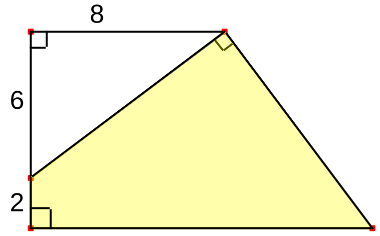
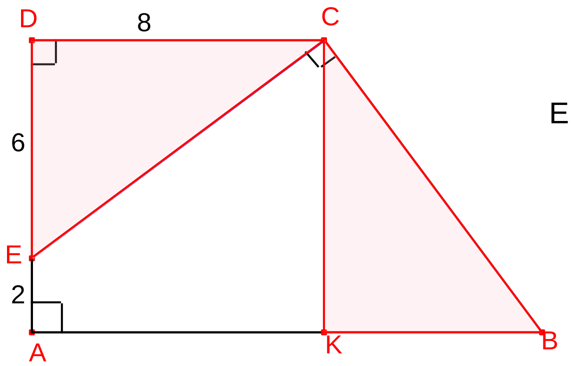
4591.- En el trapezi rectangle de la figura, calculeu l'àrea del quadrilàter ombrejat.



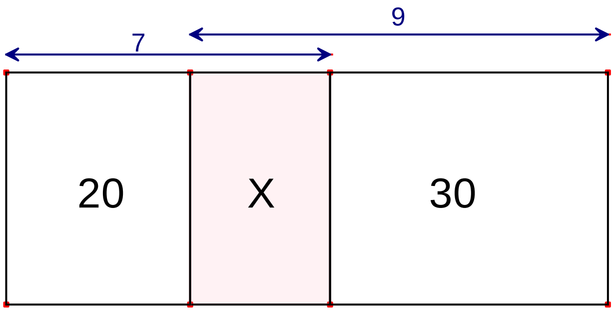
Solució:



Els triangles CDE, CKB són iguals

[ABCE]=AKCD]=64

4592.- La figura està formada per tres rectangles d'àrees $20, X$ i 30.
Calculeu l'àrea X.

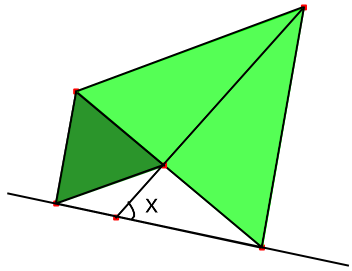


Solució:
Dos rectangles que tenen la mateixa altura les àrees són proporcionals a les bases:

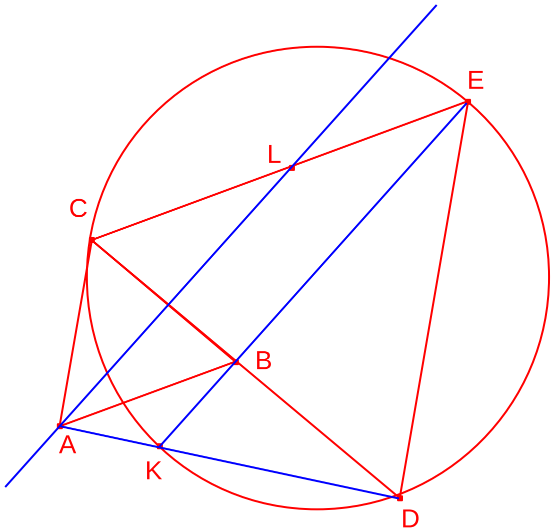
$$\frac{30+X}{20+X}=\frac{9}{7}$$

Resolent l'equació:
$X = 15$

4593.- La figura està formada per dos triangles equilàters.
Calculeu la mesura de l'angle x



Solució:



angleCDK=x

angleABD=AngleACE=120º

LE=AB, LE // AB

AL // KB

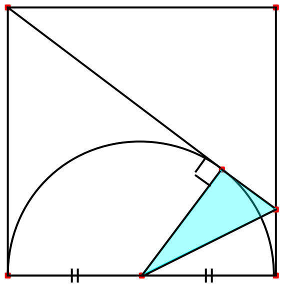
Els triangles ACL, ABD són iguals

angleCLA=angleCEK=angle ADB

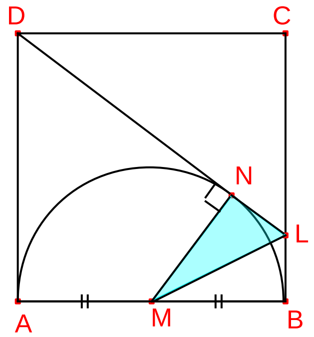
CKDE cíclic

angleEKD=AngleECD=60º

4594.- La figura està formada per un quadrat i una semicircumferència.
Calculeu la proporció entre l'àrea del triangle ombrejat i l'àrea del quadrat

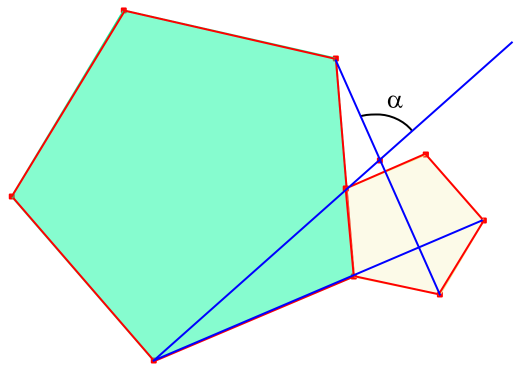


Solució:
Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = 1$
Siga la semicircumferència de centre M i radi $\overline{MB} = \overline{MN} = \frac{1}{2}$
$\overline{DL}$ és tangent a la semicircumferència.
$\overline{AD} = \overline{DN} = 1, \overline{NL} = \overline{BL} = a$
$\overline{DL} = 1 + a, \overline{CL} = 1 - a$

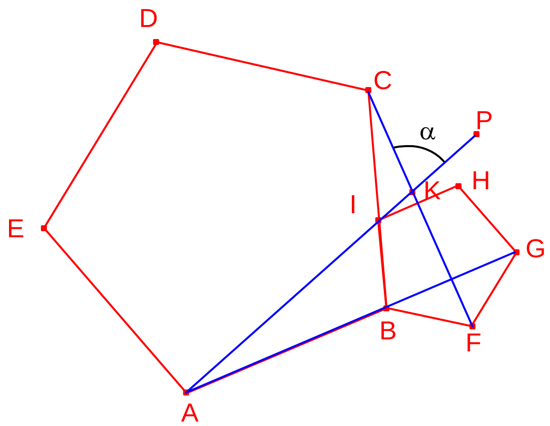


Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{DCL}$:
$(1 + a)^2 = (1 - a)^2 + 1$
Resolent l'equació:
$a = \frac{1}{4}$
L'àrea del triangle ombrejat és:
$S_{LNM} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$
La proporció d'àrees és:
$\frac{S_{LNM}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{16}}{1} = \frac{1}{16}$

4595.- La figura està formada per dos pentàgons regulars.
Calculeu la mesura de l'angle α



Solució:



anglIAB=x

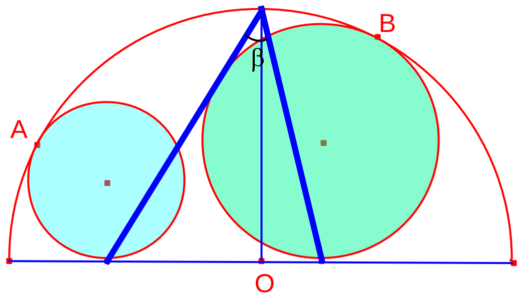
Els triangles ABI, CBF són iguals

angleBCF=x

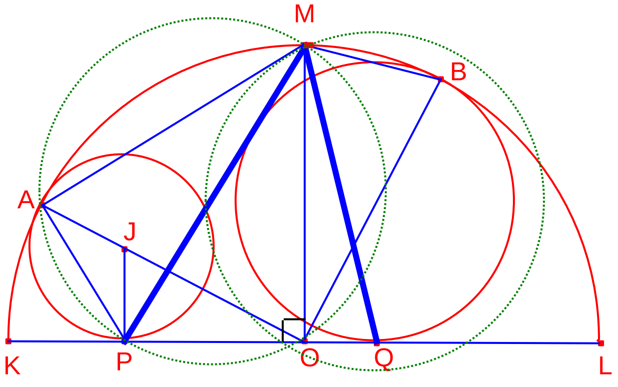
angleAIB=72º-x

angleCKP=72º

4596.- La figura està formada per un semicercle i dos cercles tangents interiors al semicercle i al diàmetre. Calculeu la mesura de l'angle β



Solució:



arcAB=90º

angleAOK=x
angleBOL=y

x+y=90º

angleAMB=135º
anglePJA=90º+x

angleJAP=45º-x/2

angleMAO=45º+x/2

anglePAM=90º

APOM cíclic

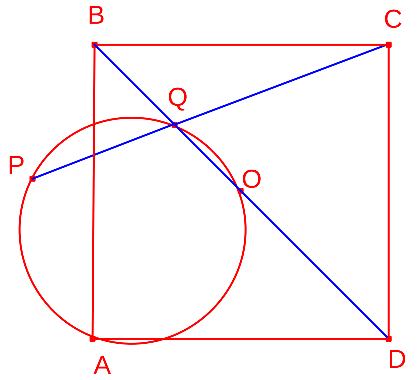
angleAMP=angleKOA=x

BMOQ cíclic
angleBMQ=y

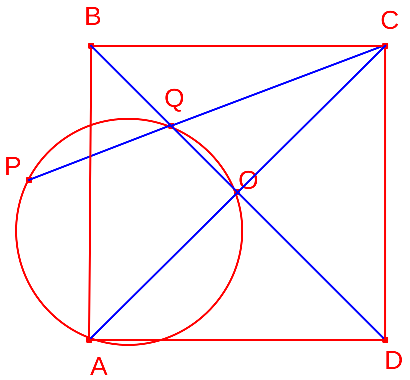
135º=x+y+anglePMQ

anglePMQ=45º

4597.- La figura està formada per un quadrat $ABCD$ de centre O i un cercle.
Si $\overline{PQ} = 2, \overline{CQ} = 3$, calculeu l'àrea del quadrat.



Solució:



PQ=2, CQ=3

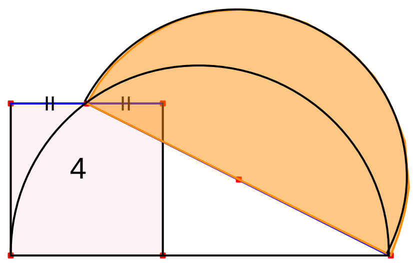
AB=c

CQ·CP=CO·CA

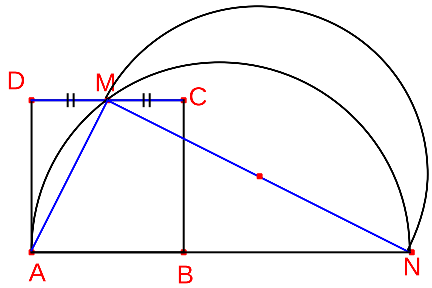
3·5=sqrt(2)/2·c·sqrt(2)·c

$c^2=15$

4598.- La figura està formada per un quadrat d'àrea 4 i dos semicercles.
calculeu l'àrea del semicercle ombrejat.



Solució:
Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = 2$

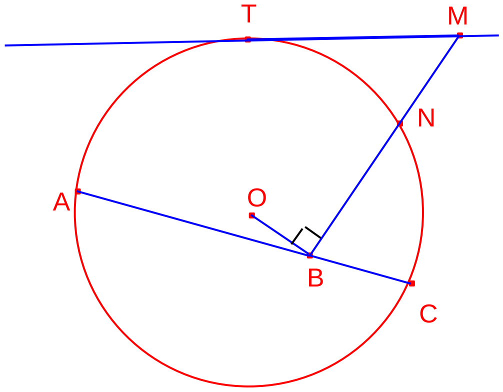


aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{ADM}$:
$\overline{AM} = \sqrt{5}$

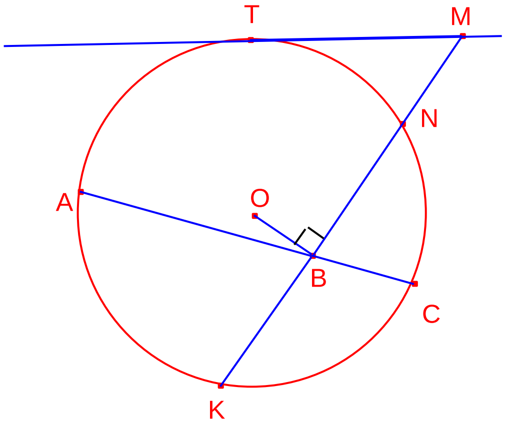
Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{ADM}, \overset{\Delta}{NMA}$ són semblants.
Aplicant el teorema de Tales:
$\overline{BM} = 2 \cdot \overline{AM} = 2\sqrt{5}$
L'àrea del semicercle de diàmetre $\overline{BM}$ és:

$$S = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{2\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}\pi$$

4599.- La figura és ta formada per una circumferència.
$\overline{TM} = 2 \cdot \overline{MN} = 8$
Calculeu, $\overline{AB} \cdot \overline{BC}$

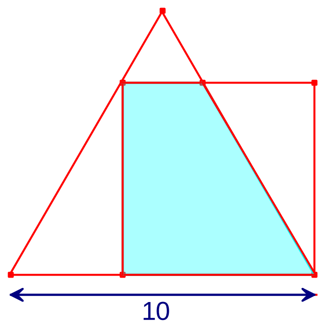


Solució:
$\overline{OB}$ és perpendicular a la corda $\overline{KN}$
Aleshores, $\overline{KB} = \overline{NB} = c$
Aplicant la potència de M respecte de la circumferència:
$\overline{MN} \cdot \overline{MK} = \overline{MT}^2$
$4(4 + 2c) = 64$
$c = 6$



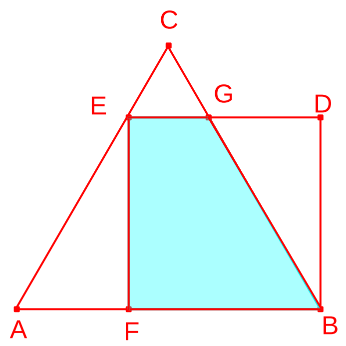
Aplicant la potència de B respecte de la circumferència:
$\overline{AB} \cdot \overline{CB} = \overline{BN}^2$
$\overline{AB} \cdot \overline{CB} = 36$

4600.- La figura està formada per un triangle equilàter de costat 10 i un quadrat.
Calculeu l'àrea ombrejada intersecció del triangle equilàter i del quadrat.



Solució:

Siga el triangle equilàter $\overset{\Delta}{ABC}$ de costat $\overline{AB} = 10$
Siga el quadrat $BDEF$ de costat $\overline{BD} = c$



$$\overline{DG} = \frac{\sqrt{3}}{3}c$$

$$\overline{EG} = \overline{CG} = c - \frac{\sqrt{3}}{3}c = \frac{3-\sqrt{3}}{3}c$$

$$10 = \frac{2\sqrt{3}}{3}c + \frac{3-\sqrt{3}}{3}c = \frac{3+\sqrt{3}}{3}$$

Resolent l'equació:

$$c = 5\left(3-\sqrt{3}\right)$$

l'àrea del trapezi rectangle ombrejat $FBGE$ és:

$$S_{FBGE} = \frac{c + \frac{3-\sqrt{3}}{3}c}{2}c = \frac{6-\sqrt{3}}{6}c^2 = 25\left(15-8\sqrt{3}\right) \approx 28.5898$$