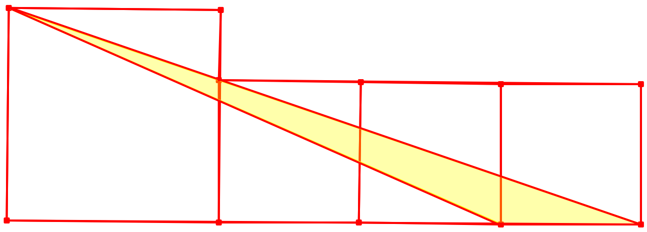
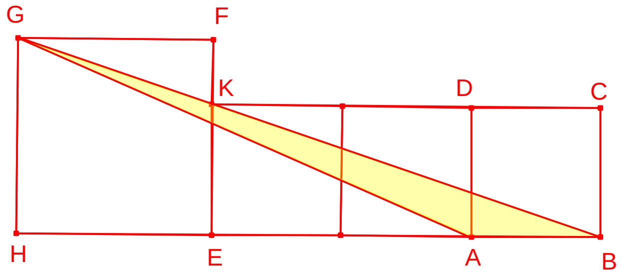
5601.- La figura està formada per quatre quadrats.
Calculeu la proporció de l'àrea ombrejada i l'àrea total.



Solució:



AB=1

EF=c

els triangles BEK, GFK semblants

FK=c/3

CF=c=1+c/3

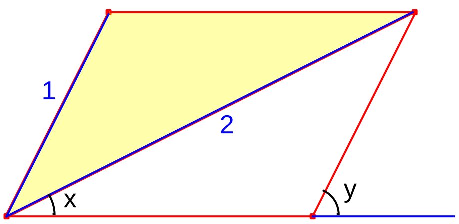
c=3/2

[ABG]=(1/2)·1·/2=3/4

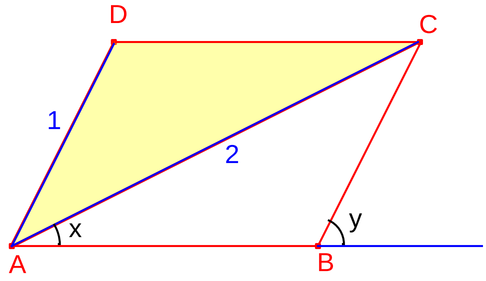
[ABCKFG]=3+c²=21/4

[ABG]/[ABCKFG]=1/7

5602.- En la figura, els angles x, y són complementaris, $x + y = 90°$.
Calculeu l'àrea del triangle ombrejat.

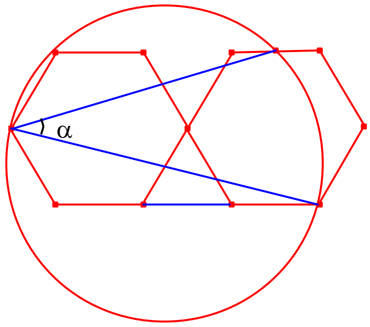


Solució:
Siga el paral·lelogram $ABCD, \overline{AD} = 1, \overline{AC} = 2$
Siga $\overline{CD} = a$
$\angle ABD = \angle ADC = 180° - y = 90° + x$

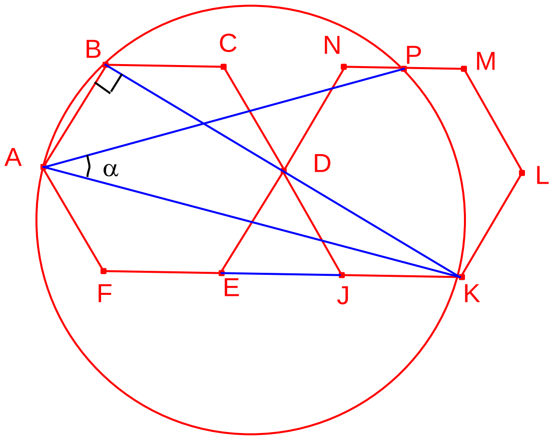


Aplicant el teorema dels sinus al triangle $\overset{\Delta}{ACD}$:
$$\frac{2}{\cos x} = \frac{1}{\sin x}$$
$$\tan x = \frac{1}{2}, \sin x = \frac{1}{\sqrt{5}}, \cos x = \frac{2}{\sqrt{5}}$$
Aplicant el teorema del cosinus al triangle $\overset{\Delta}{ACD}$:
$$1 = a^2 + 4 - 2 \cdot a \cdot 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}}$$
Simplificant:
$$a^2 - \frac{8}{\sqrt{5}}a + 3 = 0$$
Resolent l'equació;
$$a = \frac{3}{\sqrt{5}}$$
L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{ACD}$ és:
$$S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{3}{\sqrt{5}} \cdot \sin(90° + x) = \frac{3}{2\sqrt{5}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{3}{5}$$

4603.- La figura està formada per dos hexàgons regulars iguals.
Calculeu la mesura de l'angle α



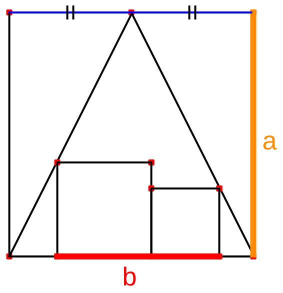
Solució:



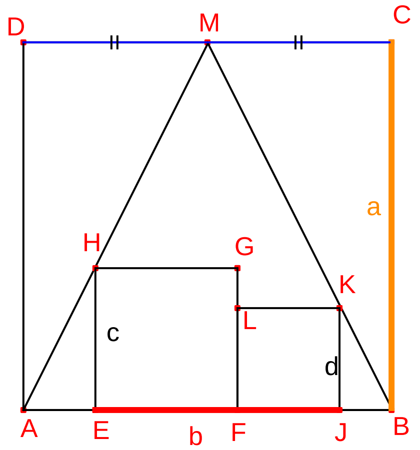
angleCBK=30º

anglePAL=anglePBK=30º

4604.- La figura està formada per tres quadrats i un triangle isòsceles.
Calculeu la proporció:
$\frac{a}{b}$



Solució:



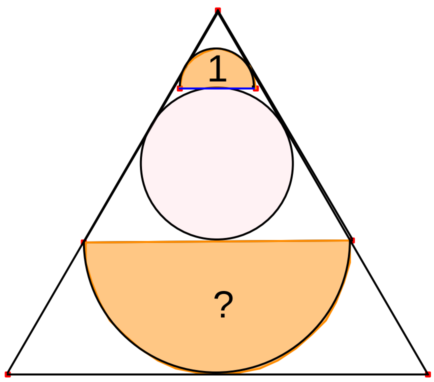
EF=c, FJ=d
b=c+d

AE=(1/2)c
BJ=(1/2)d

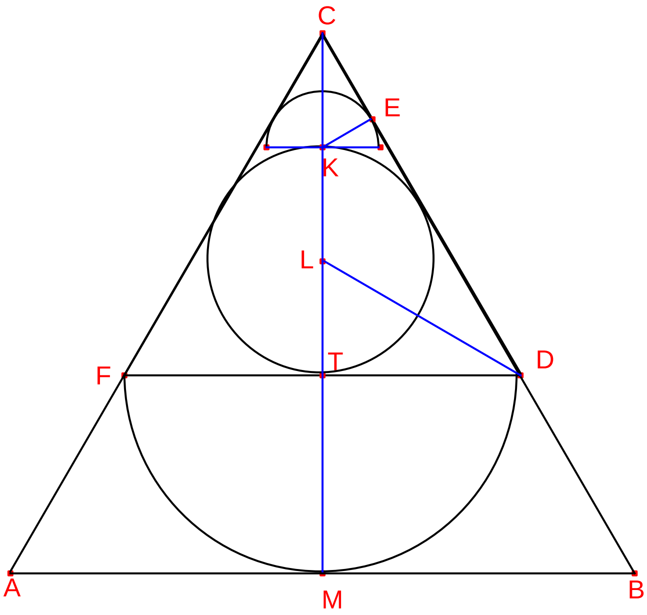
a=AB=b+(c+d)/2=(3/2)b

a/b=3/2

4605.- La figura està formada per un triangle equilàter que conté dos semicercles i un cercle. El semicercle menut té àrea 1, Calculeu l’àrea del semicercle gran.



Solució:



Siga el semicercle gran de centre T i radi $\overline{TD} = \overline{TM} = r$
Siga el cercle de centre L i radi $\overline{LT} = \overline{LK} = s$

Aplicant raons trigonomètriques al triangle rectangle $\overset{\Delta}{LTD}$

$\frac{r}{s} = \sqrt{3}$

L és el baricentre del triangle equilàter $\overset{\Delta}{FEC}$
Aplicant la propietat del baricentre:
$\overline{CL} = 2 \cdot \overline{LT}$
$\overline{CK} = r$
Siga el semicercle de centre K i radi $\overline{KE} = t$

Aplicant raons trigonomètriques al triangle rectangle $\overset{\Delta}{KEC}$

$\frac{s}{t} = 2$

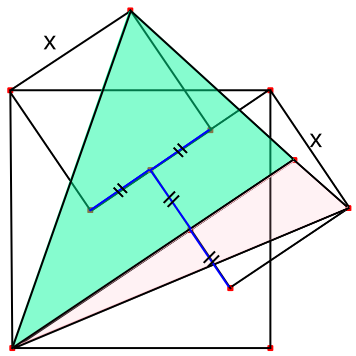
L’àrea del semicercle menut és 1:

$1 = \frac{1}{2}\pi \cdot t^2$

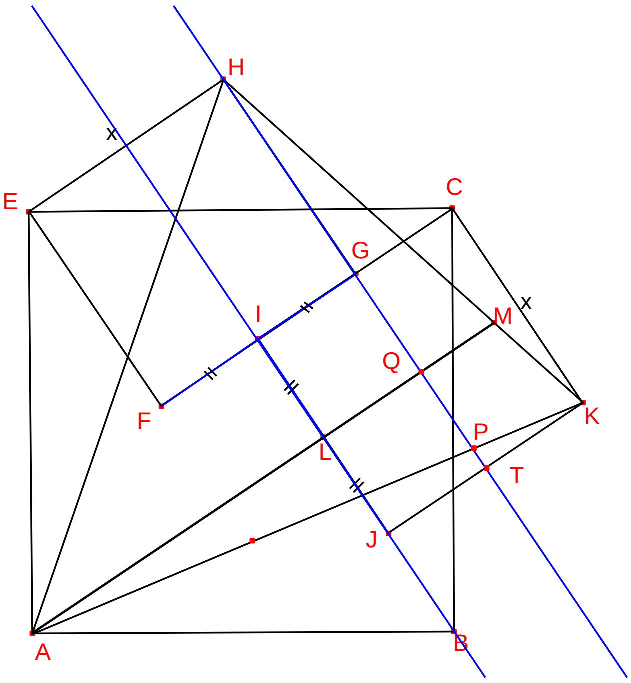
L’àrea del semicercle gran és:

$S_T = \frac{1}{2}\pi \cdot r^2 = \frac{1}{2}\pi \cdot 3s^2 = \frac{1}{2}\pi \cdot 3 \cdot 4t^2 = 12$

4606.- La figura està formada per tres quadrats, dos d'ells iguals.
Calculeu la proporció entre les àrees del triangle verd i el rosa.



Solució:



FI=GI=CG=a, x=2a

Els triangles CFE, BIC iguals

BJ=a

Els triangles ALB, CFE iguals

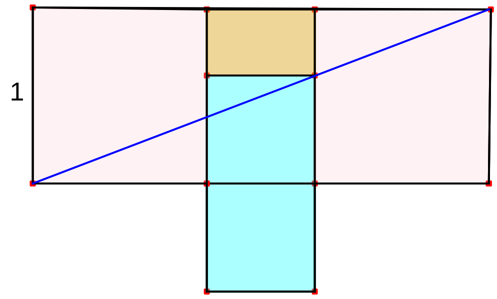
angleALB=90º

HGM, HTK semblants de raó 3 : 4

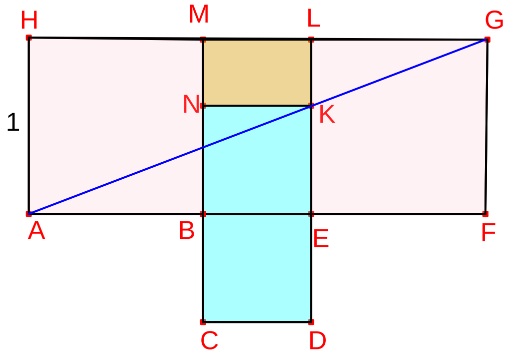
HM : MK = 3 : 1

[HAM]/[AMK] = HM : MK = 3 : 1

4607.- La figura està formada per quatre quadrats i un rectangle.
Calculeu l'àrea total de la figura.

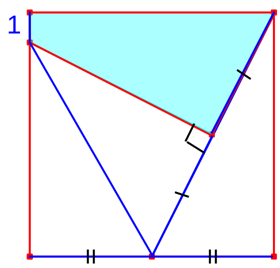


Solució:
Siguen els quadrats $ABMH, EFGL$ de costat $\overline{AB} = 1$
Siguen els quadrats $BCDE, BEKN$ de costat $\overline{BE} = x$
Siga el rectangle $KLMN$ de costats $\overline{NK} = x, \overline{KL} = 1 - x$

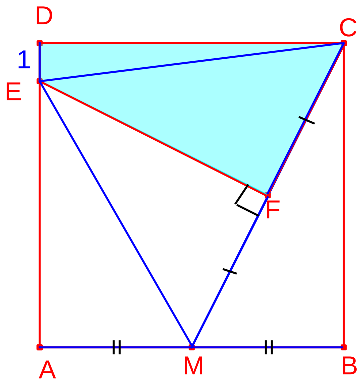


Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{AEK}, \overset{\Delta}{GLK}$ són semblants.
aplicant el teorema de Tales:
$$\frac{x}{1+x} = \frac{1-x}{1}$$
Simplificant:
$$x^2 + x - 1 = 0$$
Resolent l'equació:
$$x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{\Phi} = \Phi - 1$$
L'àrea total de la figura és:
$$S_{ABCDEFGH} = 2 \cdot S_{ABMH} + S_{CDLM} = 2 + x(1+x) = 2 + \frac{1}{\Phi}\Phi = 3$$

4608.- En la figura, calculeu l'àrea de la zona ombrejada.



Solució:



AB=c

CM=sqrt(5)/2

CF=MF=sqrt(5)/4

CE=ME

Teorema Pitàgores EDC, EAM

$(c-1)^2+c^2/4=c^2+1$

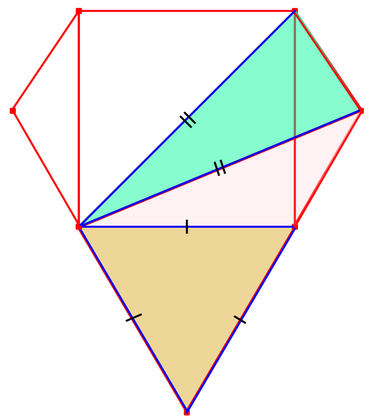
c=8

CE=sqrt(65)

EF=3·sqrt(5)

[CDEF]=[CDE]+[CEF]=19

4609.- La figura està formada per un quadrat inscrit en un pentàgon.
El triangle groc és equilàter.
el triangle verd és isòsceles.
Calculeu la proporció entre l'àrea del triangle groc i el triangle rosa.



Solució:

Siga el triangle equilàter $\overset{\Delta}{ABC}$ de cost $\overline{AB} = c$
Siga $\overline{BK} = a$
$\overline{CK} = \overline{CE} = x$
$\angle CBK = 120°$

Aplicant el teorema del cosinus al triangle $\overset{\Delta}{CBK}$:
$x^2 = x^2 = c^2 + a^2 + ac$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle $\overset{\Delta}{CDE}$:
$x^2 = 2c^2$
$2c^2 = c^2 + a^2 + ac$
$a^2 + ca - c^2 = 0$
Resolent l'equació:

$$a = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}c = \frac{1}{\Phi}c$$

L'àrea del triangle equilàter $\overset{\Lambda}{ABC}$ és:

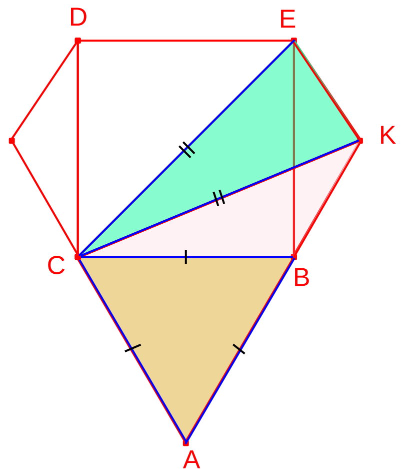
$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}c^2$$

L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{CBK}$ és:

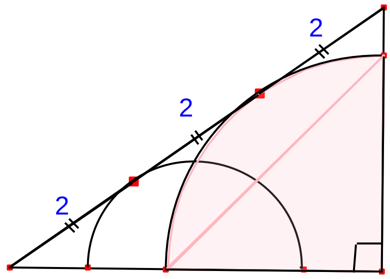
$$S_{CBK} = \frac{1}{2}\cdot c \cdot a \cdot \sin 120° = \frac{\sqrt{3}}{4}\frac{1}{\Phi}c^2$$

La proporció d'àrees és:

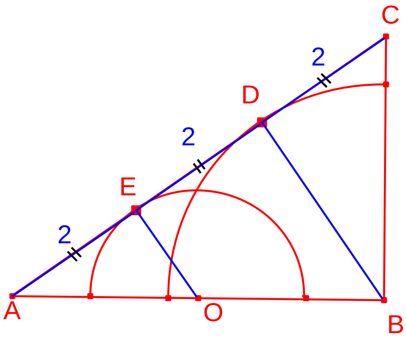
$$\frac{S_{ABC}}{S_{CBK}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}c^2}{= \frac{\sqrt{3}}{4}\frac{1}{\Phi}c^2} = \Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$



4610.- La figura està formada per un triangle rectangle que conte un quadrant i un semicercle. Calculeu l'àrea del quadrat.



Solució:



BD=r

ADB, AEO semblants

OE=r/2

BDC, AEO semblants

2/r = (r/2)/2

r=sqrt(8)

S=(1/4)Pi*r²2=2·Pi