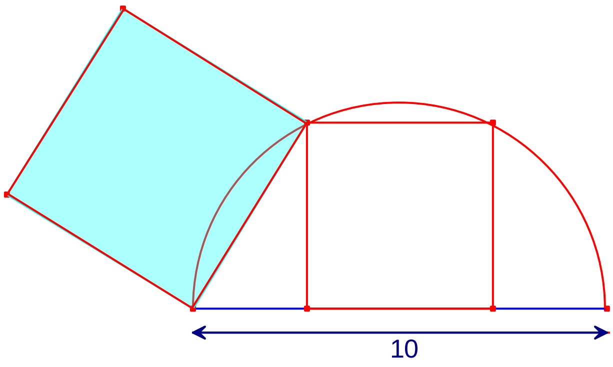
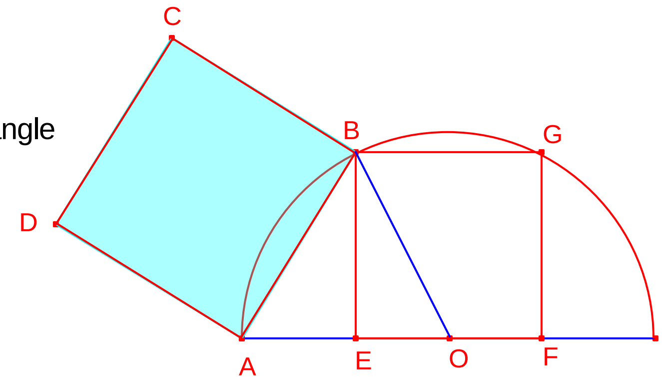
4651.- La figura està formada per una semicircumferència de diàmetre 10 que té inscrit un quadrat.
Calculeu l'àrea del quadrat ombrejat.

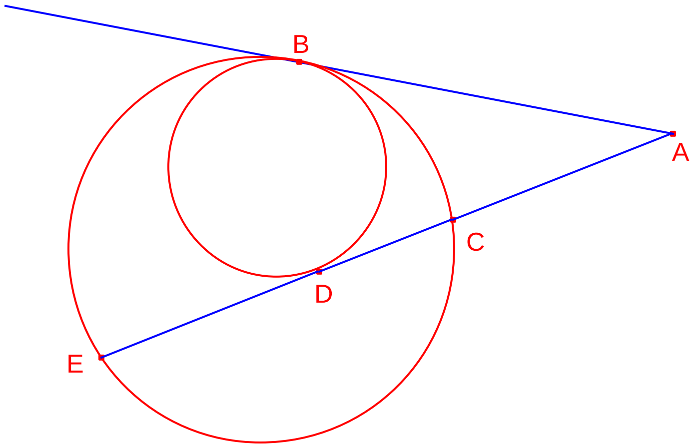


Solució:
Siga la semicircumferència de centre O i radi $\overline{OA} = \overline{OB} = 5$
Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = c$
Siga el quadrat $BEFG$ de costat $\overline{EF} = d$



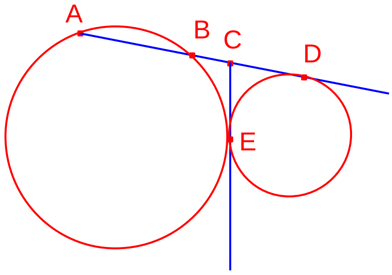
$\overline{OE} = \frac{1}{2}d$
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{BEO}$:
$25 = d^2 + \frac{1}{4}d^2$
$d^2 = 20$
$d = 2\sqrt{5}$
$\overline{AE} = 5 - \frac{1}{2}d = 5 - \sqrt{5}$
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{AEB}$:
$c^2 = d^2 + \left(5 - \sqrt{5}\right)^2 = 20 + 25 + 5 - 10\sqrt{5} = 50 - 10\sqrt{5}$
L'àrea del quadrat $ABCD$ és:
$S_{ABCD} = c^2 = 50 - 10\sqrt{5}$

4652.- La figura està formada per dues circumferències tangents interiors.
Siga B el punt de tangència.
Sigua la recta AE tangent a la circumferència interior en el punt D.
$$\frac{1}{\overline{\overline{CD}}} - \frac{1}{\overline{\overline{ED}}} = \frac{1}{5}$$
Calculeu la mesura del segment $\overline{AB}$



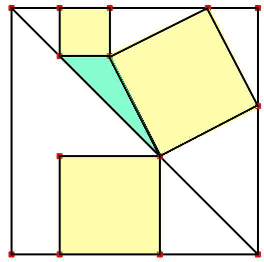
Solució:
Siga $x = \overline{AB}$
$\overline{AB} = \overline{AD}$
Aplicant la potència de A respecte de la circumferència exterior.
$(x - \overline{CD})(x + \overline{ED}) = x^2$
Simpñlificant:
$x(\overline{ED} - \overline{CD}) = \overline{ED} \cdot \overline{CD}$
$$\frac{1}{x} = \frac{\overline{ED} - \overline{CD}}{\overline{\overline{ED}} \cdot \overline{\overline{CD}}} = \frac{1}{\overline{\overline{CD}}} - \frac{1}{\overline{\overline{ED}}} = \frac{1}{5}$$
$x = 5$

4653.- La figura està formada per dues circumferències tangents exteriors.
Siga E el punt de tangència.
Siga la recta AD tangent a la circumferència de la dreta en el punt D.
Siga $\overline{BC} = 1, \overline{CE} = 2$
Calculeu la mesura del segment $\overline{AB}$

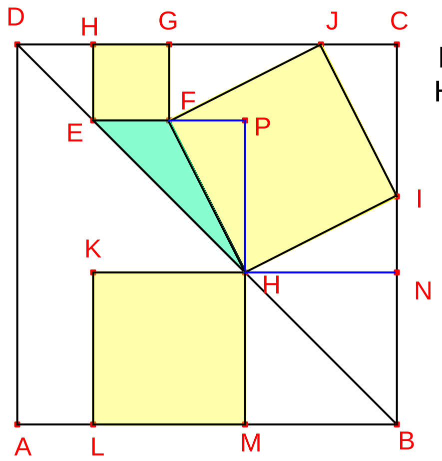


Solució:
Siga $x = \overline{AB}$
Aplicant la potència del punt C respecte de la circumferència de l'esquerra:
$\overline{CB} \cdot \overline{CA} = \overline{CE}^2$
$1(x+1) = 2^2$
Resolent l'equació:
$x = 3$

4654.- En la figura el costat del quadrat exterior és 5. Calculeu l'àrea groga formada per tres quadrats i l'àrea verda.



Solució:



AB=5

Els triangles rectangles JGF, ICJ, HNI, NPF són iguals

EF=c

DH=JC=c, GJ=5-3c

CI=BN=JC=5-c

BC=c+10-6c=5

c=EF=1

GJ=2

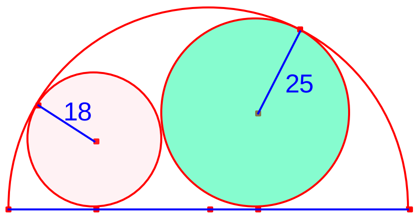
FJ=sqrt(5)

MH=2

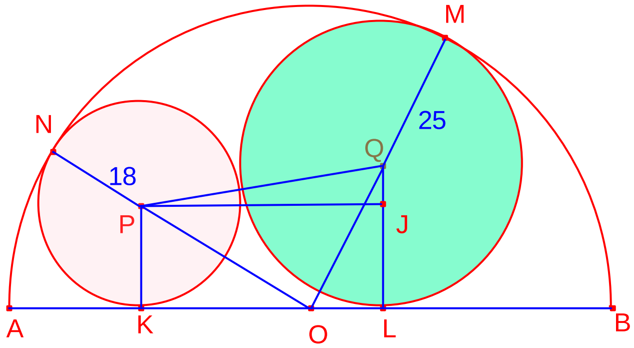
[Groga]=$EF^2+FJ^2+MH^2$=1+5+4=10

[Verda]=(1/2)·EF·PH=1

4655.- La figura està formada per una semicircumferència que conté dues circumferències tangents de radis 18 i 25. Calculeu la proporció entre l'àrea ombrejada i l'àrea del semicercle exterior.



Solució:



Siga la semicircumferències de centre O i radi $\overline{OA} = r$
Siga la circumferència de dintre P i radi $\overline{PK} = \overline{PN} = 18$
Siga la circumferència de dintre Q i radi $\overline{QL} = \overline{QM} = 25$
Siga J la projecció de P sobre $\overline{QL}$
$\overline{QJ} = 7, \overline{PQ} = 43$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{PJQ}$:
$\overline{PJ} = \overline{KL} = 30\sqrt{2}$

Siga $\overline{OK} = a, \overline{OL} = 30\sqrt{2} - a$

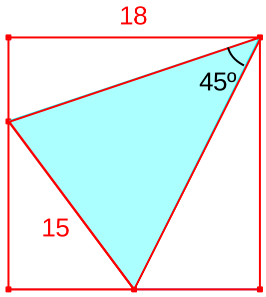
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangles $\overset{\Delta}{PKO}$:
$(r-18)^2 = 18^2 + a^2$
$r^2 - 36r = a^2$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{QLO}$:
$(r-25)^2 = 25^2 + \left(30\sqrt{2} - a\right)^2$
$r^2 - 50r = 1800 + a^2 - 60\sqrt{2}a$

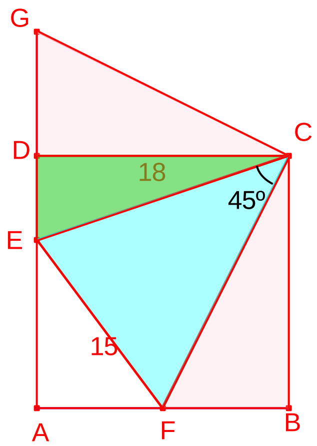
Resolent el sistema:
$$r = \frac{900}{17}, a = \frac{360\sqrt{2}}{17}$$

La proporció d'àrees és:
$$\frac{S_{ombrejada}}{S_{semicerccle}} = \frac{\pi 18^2 + \pi 25^2}{\frac{1}{2}\pi\left(\frac{900}{17}\right)^2} = \frac{274261}{405000}$$

4656.- La figura està formada per un quadrat de costat 18 i un triangle amb un angle de 45º i el costat oposat mesura 15.
Calculeu l'àrea del triangle ombrejat.



Solució:



angle ECF=45º

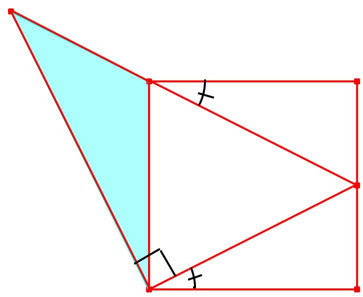
CD=18

Els triangles GEC, EBC són iguals

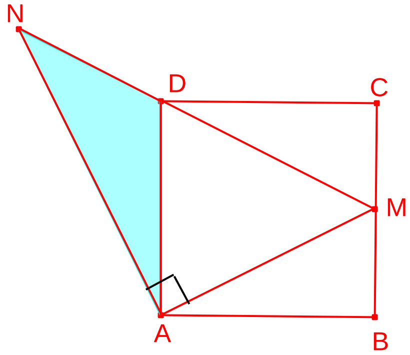
GE=EF=15

[EFC]=(1/2)·GE·DC=(1/2)·15·18=135

4657.- La figura està formada per un quadrat i un triangle rectangle.
Calculeu la proporció entre l’àrea del triangle ombrejat i l’àrea del quadrat.



Solució:



AB=2

M punt mig del costat BC

AM=sqrt(5)

Angle MAB=x

tan x =1/2

Angle AMD=2x

tan 2x=4/3

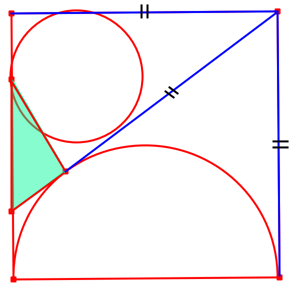
AN=(4/3)·AM=(4/3)·sqrt(5)

[ADN]=[AMN]-[AMD]=10/3-2=4/3

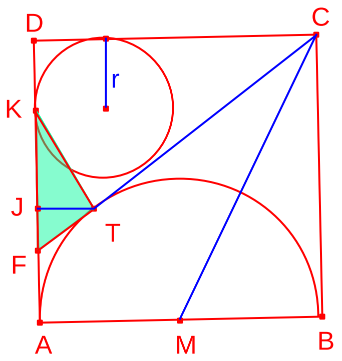
[ABCD]=4

[ADN]/[ABCD]=1/3

4658.- La figura està formada per un quadrant i una semicircumferència sobre un costat del quadrat.
Des d'un vèrtex s'ha traçat una tangent a la semicircumferència .
S'ha dibuixat la circumferència inscrita al triangle format per la recta tangent i dos costats del quadrat.
Calculeu la proporció entre l'àrea ombrejada i l'àrea del quadrat.



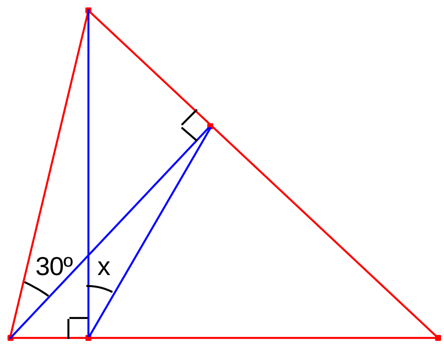
Solució:



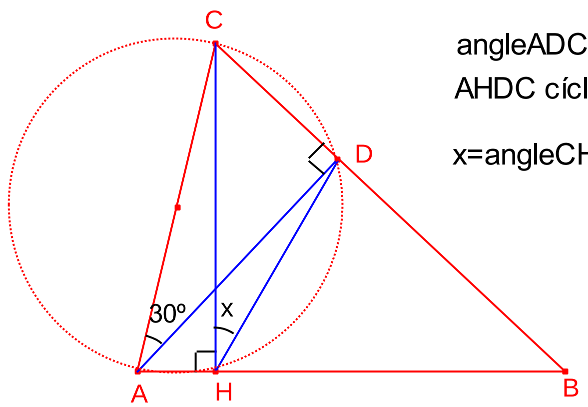
AB=CT=CD=2

angleMCB=angleFCM=x
angleDFC=2x
tan x=1/2, tan 2x=4/3
DF=(3/4)CD=3/2
CF=5/2
r=DK
DK=(CD+DF-CF)/2=1/2
FT=1/2
JT=(4/5)FT=2/5
[FTK]=(1/2)·1·(2/5)=1/5
[ABCD]=4
[FTK]/[ABCD]=1/20

4659.- En el triangle de la figura calculeu la mesura de l'angle x



Solució:

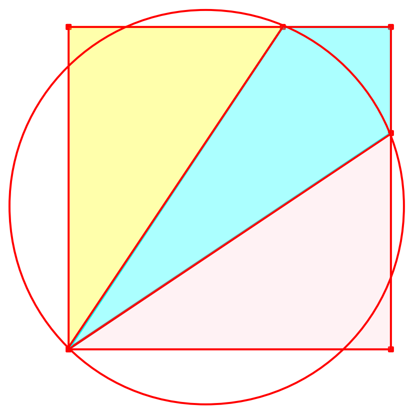


angleADC = angle AHC =90º

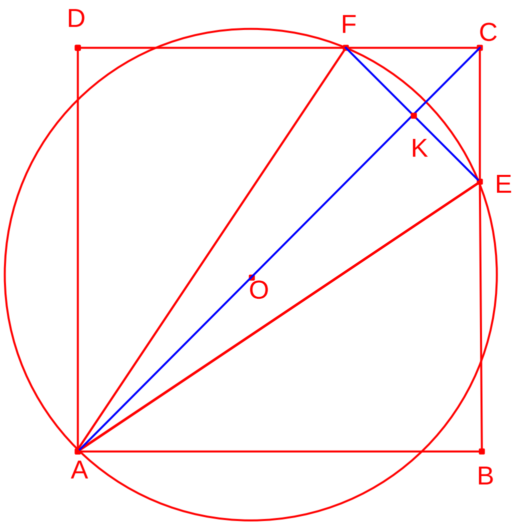
AHDC cíclic

x=angleCHD=angleCAD=30º

4660.- La figura està formada per un quadrat que conté dos triangles i un polígon d'igual àrea 150. Calculeu el radi de la circumferència.



Solució:



$[AEC]=(1/2)\cdot[ABE]$

$CE=x$, $BE=2x$, $AB=3x$

$[ABE]=150=2x^2$

$x^2=50$

$OA=r$

$FE=x\cdot sqrt(2)$

$AE=x\cdot sqrt(13)$

$AK=(5/2)\cdot sqrt(2)\cdot x$

$[AEF]=(x\cdot sqrt(13)\cdot x\cdot sqrt(13)\cdot sqrt(2))/(4r) = (1/2)x\cdot sqrt(2)\cdot 5\cdot sqrt(2)\cdot x$

$r=13$