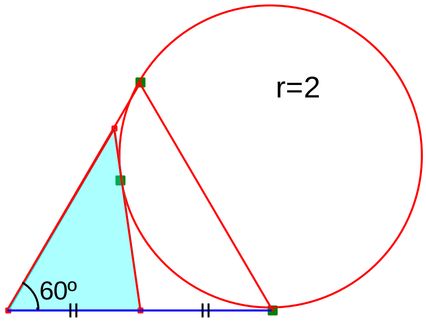
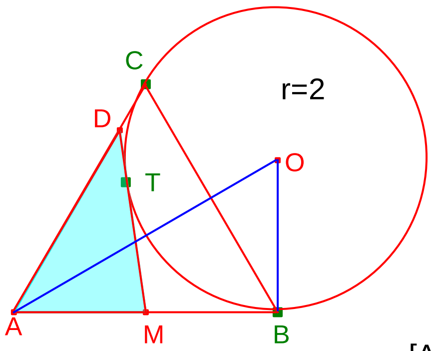
4671.- En la figura la circumferència té radi 2 i els tres punts ressaltats són punts de tangència.
Calculeu l'àrea del triangle ombrejat.



Solució:



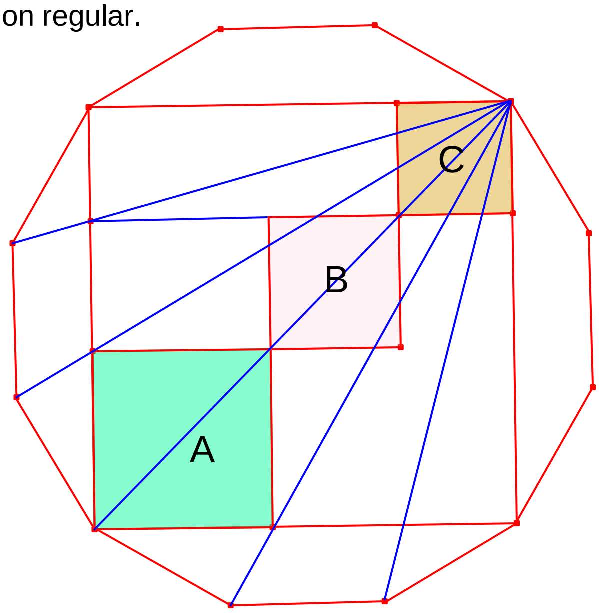
ABC és equilàter
OB=2
angleOAB=30º

AM=BM=MT=a
a=sqrt(3)

CD=DT=b

AD=2a-b, DM=a+b
Teorema cosinus AMD
(a+b)`2=a²+(2a-bn)²-a(2a-b)
b=(2/5)sqrt(2)
[AMD]=(1/2)a(2a-b)·sin60º=(6/5)sqrt(3)

4672.- La figura està formada per un dodecàgon regular.
L'àrea del quadrat A és $4+2\sqrt{3}$
Calculeu l'àrea dels quadrat B, C



Solució:
Siga $\overline{DH}=a, a^2=4+2\sqrt{3}$
Siga $\overline{JP}=b, \overline{QR}=c$
Siga $d=\overline{HE}=b+c$

$$\frac{d}{a+d}=tan30°$$

$$d=\frac{\sqrt{3}+1}{2}a$$

$$\overline{DE}=a+d=\frac{3+\sqrt{3}}{2}a$$

$$\frac{c}{\overline{FG}}=\tan 15°=2-\sqrt{3}$$

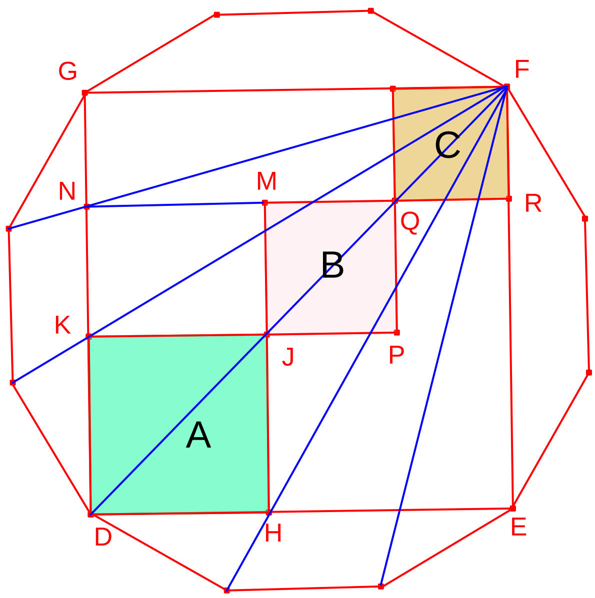
$$c=\frac{3+\sqrt{3}}{2}a\left(2-\sqrt{3}\right)=\frac{3-\sqrt{3}}{2}a$$

$$b=d-c=\left(\sqrt{3}-1\right)a$$

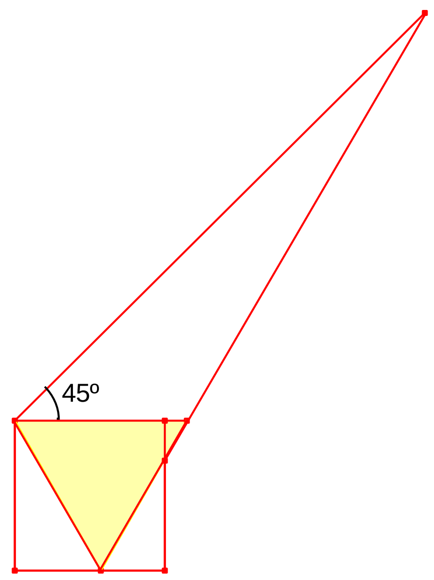
Les àrees són:

$$B=b^2=\left(\sqrt{3}-1\right)^2 a^2=4$$

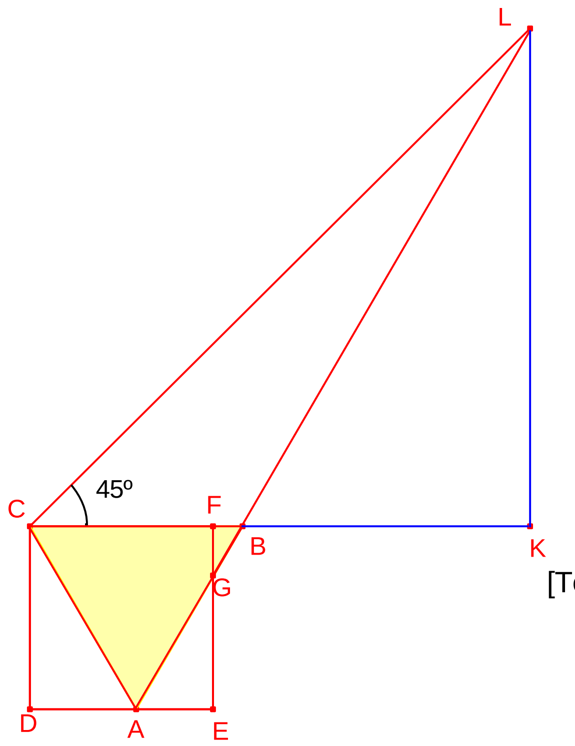
$$C=c^2=\left(\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right)^2 a^2=3$$



4671.- La figura està formada per un quadrat i un triangle equilàter.
Calculeu la proporció entre l'àrea del triangle equilàter i l'àrea total.



Solució:



AB=1

CD=sqrt(3)/2

BK=a, KL=a·sqrt(3)

1+a=a·sqrt(3)

a=(1+sqrt(3))/2

FB=1-sqrt(3)/2

FG=(-3+2·sqrt(3))/2

[ABC]=sqrt(3)/4

[CDEF]=3/4

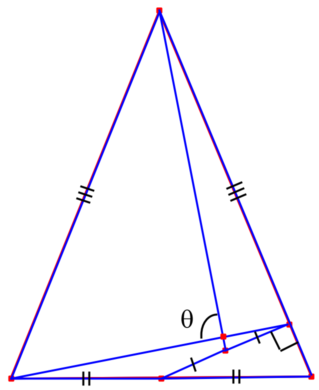
[CBL]=(1/2)a·sqrt(3)=(3+sqrt(3))/4

[BFG]=(1/2)·BF·FG=(-12+7·sqrt(3))/8

[Total]=[CDEF]+[CBL]+[BFG]=(9/8)sqrt(3)

[ABC]/[Total]=2/9

4674.- En la figura calculeu la mesura de l’angle θ



Solució:

Siga el triangle isòsceles $\overset{\Delta}{ABC}, \overline{AC} = \overline{BC}$
Sigem $\overline{AL}, \overline{CM}$ altures del triangle.
$\overline{BK} = \overline{LK}$

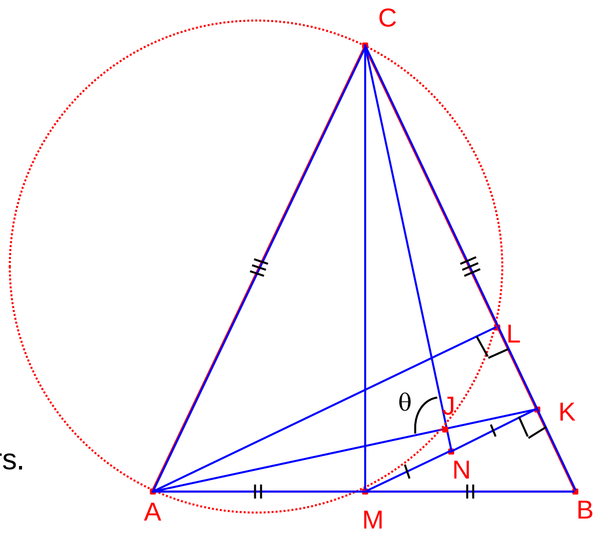
Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{ALB}, \overset{\Delta}{CKM}$ són semblants.

$\overline{AK}$ és mitjana del triangle $\overset{\Delta}{ALB}$

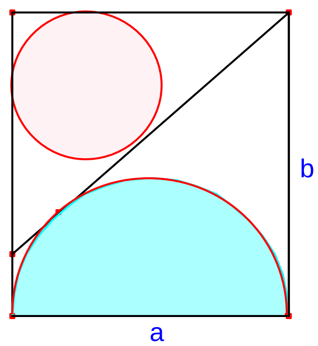
$\overline{CN}$ és mitjana del triangle $\overset{\Delta}{CKM}$

Aleshores, els triangles $\overset{\Delta}{AKB}, \overset{\Delta}{CNM}$ són semblants.
Els segments $\overline{CM}, \overline{AB}$ són perpendiculars.
Els segments $\overline{KB}, \overline{NM}$ són perpendiculars.
Aleshores, els segment $\overline{CN}, \overline{AK}$ són perpendiculars.

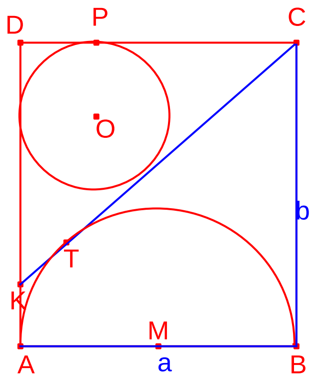
Per tant, $\theta = \angle ALC = 90°$



4675.- La figura està formada per un rectangle amb una circumferència i una semicircumferència. Determineu la proporció entre l'àrea del cercle i del semicercle en funció de a, b.



Solució:



CT=BC=b

AK=TK=c

DK=b-c

r=OP

r=(CD+DK-CK)/2=(a-2c)/2

Teorema Pitàgores CDK

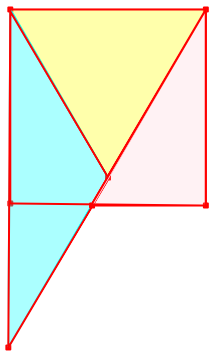
$(b+c)^2=a^2+(b-c)^2$

$c=a^2/(4b)$

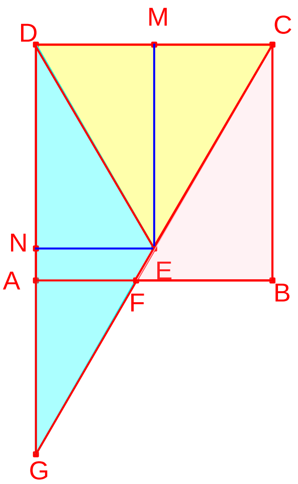
Proporció:

$8r^2/a^2=(2b-a)^2/(2b^2)$

4676.- La figura està formada per un quadrat que conté un triangle equilàter.
Calculeu la proporció entre les àrees $[Blava] : [Groga] : [Rosa]$



Solució:



Els triangles EMD, DNE, GNE són iguals

[CDE]=[DEG]

AB=2

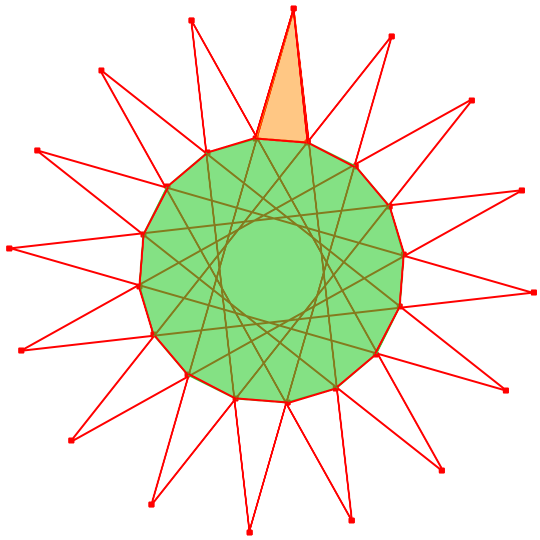
BF=2/sqrt(3)

ME=sqrt(3)

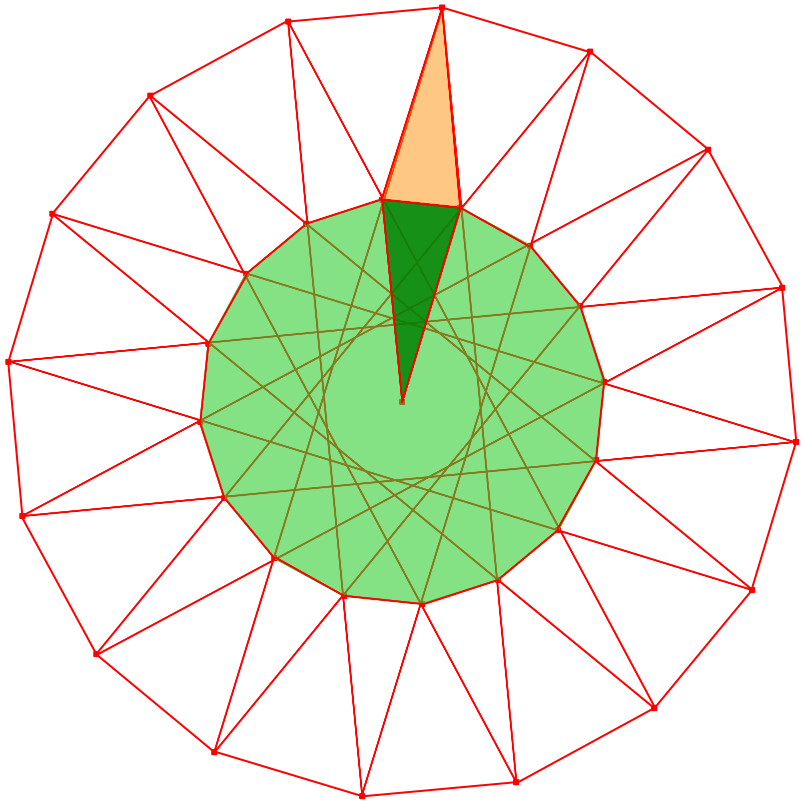
[CBF] : [CDE] = BF : ME = 2 /3

[DEG] : [CDE] : [CBF] = 3 : 3 : 2

4677.- La figura està formada per un polígon de 16 costats regular i un altre de 16 costats regular estelat.
Calculeu la proporció entre l'àrea verda i l'àrea taronja

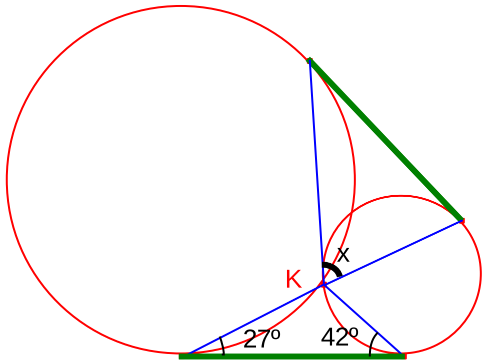


Solució:

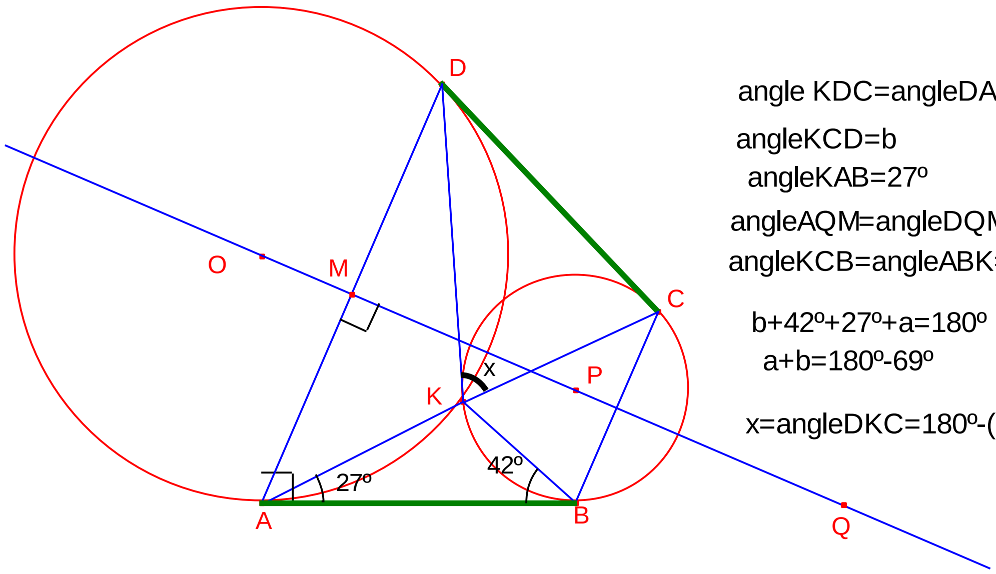


16 : 1

4678.- En la figura, els segments verds són tangents a les dues circumferències.
Calculeu la mesura de l'angle x



Solució:



angle KDC=angleDAK=a

angleKCD=b

angleKAB=27º

angleAQM=angleDQM=63-a

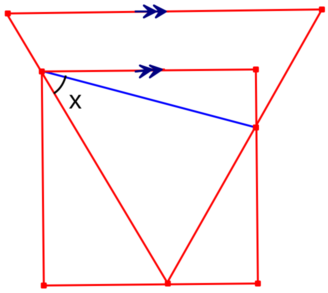
angleKCB=angleABK=42º

b+42º+27º+a=180º

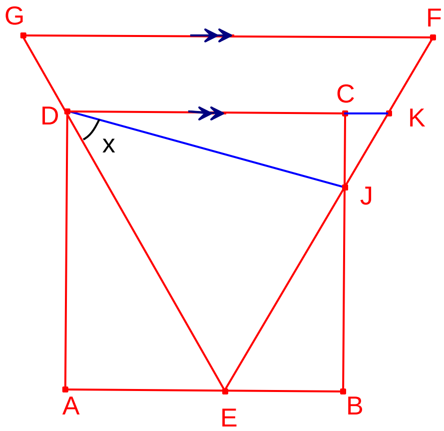
a+b=180º-69º

x=angleDKC=180º-(a+b)=69º

4679.- La figura està formada per un quadrat i un triangle equilàter.
Calculeu la mesura de l'angle x



Solució:



DE=DK=EK=2

AE=1, AD=sqrt(3)

BE=sqrt(3)-1

BJ=3-sqrt(3)

CJ=2·sqrt(3)-3

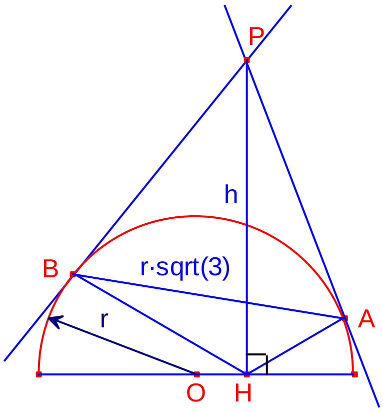
angleJDC=a

tan a=(2·sqrt(3)-3)/sqrt(3)=2-sqrt(3)

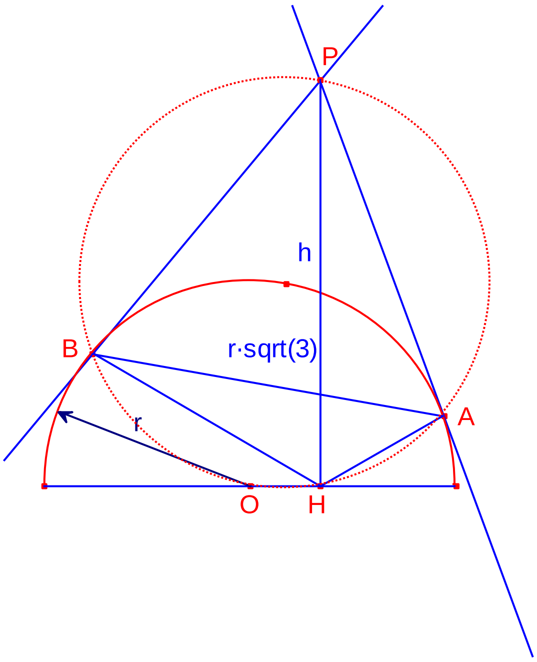
a=15º

x=60º-15º=45º

4680.- La figura està formada per una semicircumferència de radi r i una corda de $\overline{AB} = r\sqrt{3}$
Calculeu la mesura $\overline{AH} + \overline{BH}$



Solució:



angleOBP=angleOHP=90º

OHPB cíclic

angleOAP=angleOHP=90º

OHAP cíclic

OHAPB cíclic

AB=r·sqrt(3)

angleBHA=angleBOA=120º

angleBPA=60º

PA=PB=AB=r·sqrt(3)

Teorema Tolomeu BHAP

AH·BP+BH·PA=h·AB

AH+BH=h