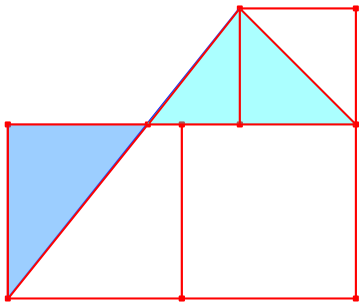
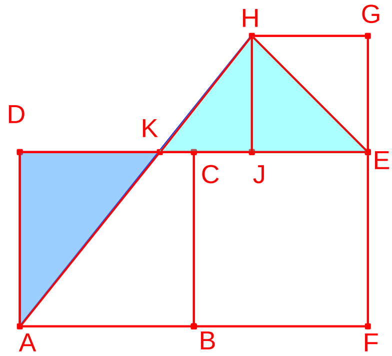
4701.- La figura està formada per tres quadrats.
L'àrea de cadascun dels triangles ombrejats és 9.
Calculeu l'àrea total dels tres quadrats.

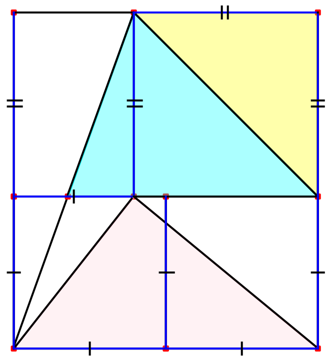


Solució:
Siguen els quadrats $ABCD, BCEF$ de costat $\overline{AB} = a$
Siga el quadrat $EGHJ$ de costat $\overline{EG} = b$
$Siga\ \overline{DK} = c$
$S_{ADK} = S_{KEH} = 9$
$ac = (2a - c)b = 18$
$c = \frac{18}{a}, 2a^2b = 18(a + b)$
Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{ADK}, \overset{\Delta}{HJK}$ són semblants.
Aplicant el teorema de Tales:
$\frac{a}{c} = \frac{b}{2a - b - c} = \frac{a + b}{2a - b}$
$2a^2 - ab = c(a + b)$
$c = \frac{a(2a - b)}{a + b}$
$\frac{18}{a} = \frac{a(2a - b)}{a + b}$
$2a^2 - a^2b = 18(a + b)$
$2a^2 - a^2b = 2a^2b$
$2a = 3b$

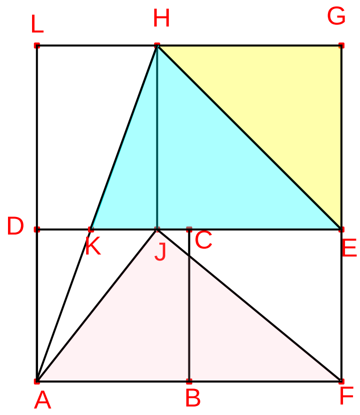
$\left(2a - \frac{18}{a}\right)\frac{2}{3}a = 18$
$a^2 = \frac{45}{2}$
$b^2 = \frac{4}{9}a^2 = 10$
L'àrea total dels tres quadrats és:
$S_{total} = 2a^2 + b^2 = 55$



4702.- La figura està formada per tres quadrats.
Les àrees dels triangles rosa i blau són iguals.
Calculeu la proporció entre l'àrea del triangle groc i l'àrea total de la figura.



Solució:



AB=a, EG=b

DK=c

[AFJ]=[KEH]

$(2a-c)b=2a^2$

Els triangles ADK, ALH semblants

$c=a(2a-b)/(a+b)$

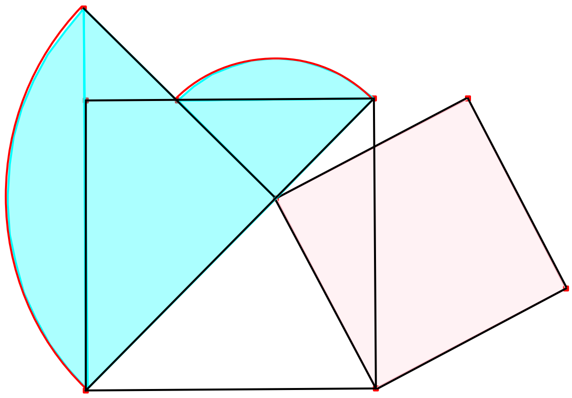
$(2a-a(2a-b)/(a+b))b=2a^2$

$3b^2-2ab-2a^2=0$

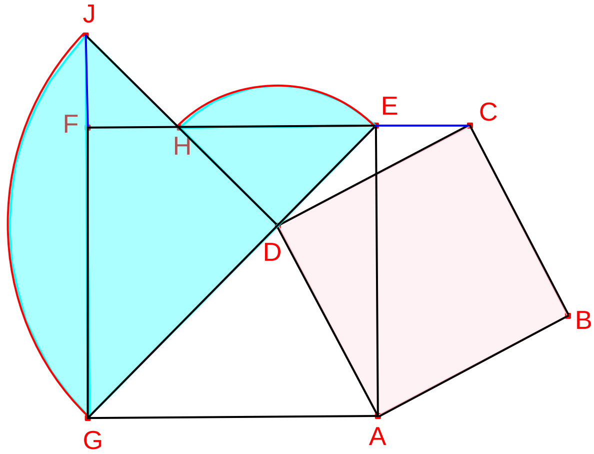
$2a^2+2ab=3b^2$

$[HGE]/[AFGL]=(1/2)b^2/((2a(a+b))=1/6$

4703.- La figura està formada per dos quadrats i dos quadrants.
L'àrea del quadrat rosa és 2.
Calculeu l'àrea blava.

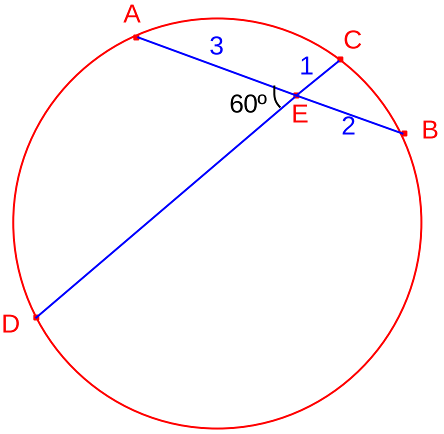


Solució:
Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = \sqrt{2}$
Siga el quadrat $AEFG$ de costat $\overline{AE} = c$
Siga $\overline{DE} = a, \overline{DG} = b$
$a + b = c\sqrt{2}$

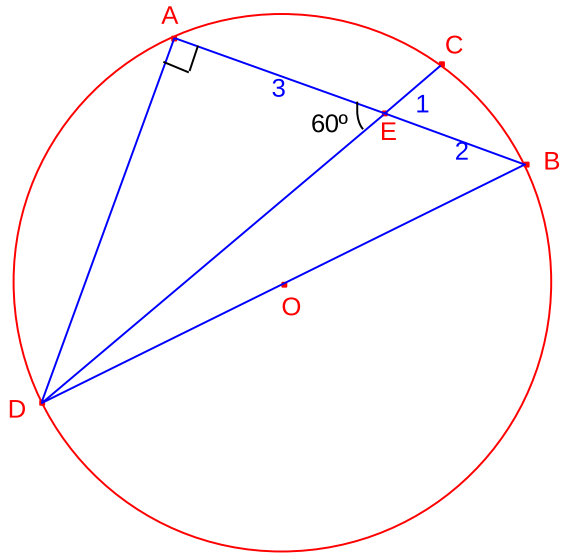


Aplicant el teorema del cosinus al triangle $\overset{\Delta}{GAD}$:
$2 = b^2 + c^2 - bc\sqrt{2}$
$$2 = b^2 + \frac{(a+b)^2}{2} - b(a+b)$$
$$2 = \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2$$
L'àrea blava és:
$$S_{blava} = \frac{\pi}{4}(a^2 + b^2) = \pi$$

4704.- La figura està formada per una circumferència i dues cordes que formen 60º. Calculeu el radi de la circumferència.



Solució:



R=OB

Potència de E respecte circumferència

2·3=1·DE

DE=6

DE=2·AE, angleAED=60º

AngleDAE=90º

teorema Pitagores DAE

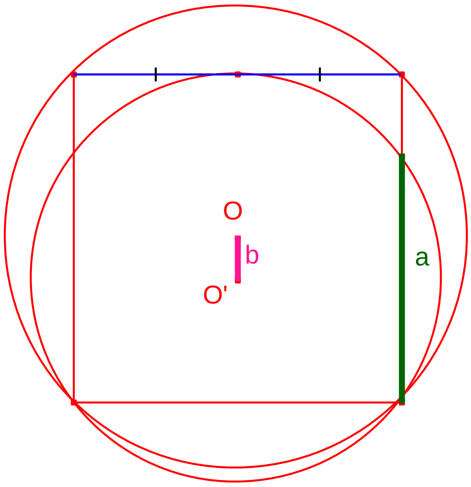
AD=3·sqrt(3)

Teorema Pitàgores DAB

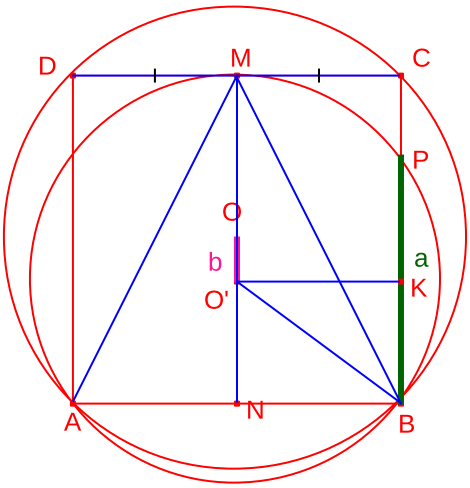
2R=DB=2·sqrt(13)

R=sqrt(13)

4705.- La figura està formada per un quadrat, la circumferència circumscrita al quadrat i la circumferència que passa per dos vèrtex del quadrat i pel punt mig del costat oposat.
Calculeu la proporció:
$$\frac{a}{b}$$



Solució:



AB=2
OC=sqrt(2)
BM=sqrt(5)
O'B=r

[ABM]=(1/2)·2·2=(2·sqrt(5)·2)/4r

r=5/4

ON=1

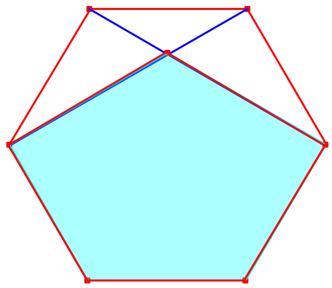
O'N=3/4

OO'=1-3/4=1/4

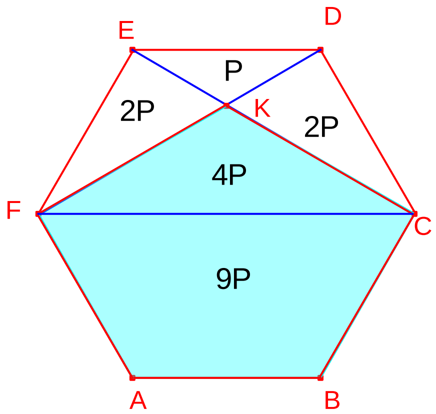
BP=2·O'N=6/4

a/b=6

4706.- En l'hexàgon regular de la figura s'han traçat dues diagonals.
Calculeu la proporció entre l'àrea ombrejada i l'àrea de l'hexàgon regular.



Solució:



[FCK]=4·[DEK]

angleFEC=90º, angleEFK=30º

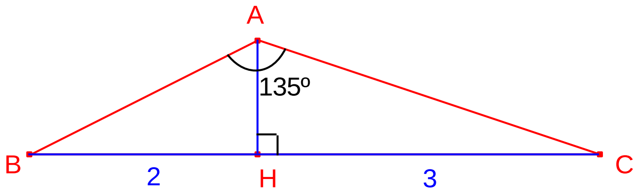
FP=2·EK=2·DK

[EFK]=2·[DEK]

[ABCF]=9·[DEK]

[ABDKF]/[ABCDEF]=13/18

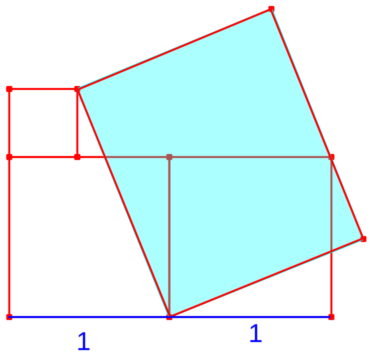
4707.- Siga el triangle $\overset{\Delta}{ABC}, A = 135°$
Siga H la projecció de A sobre el costat $\overline{BC}$
tal que $\overline{BH} = 2, \overline{CH} = 3$
Calculeu la mesura de l'altura $\overline{AH}$



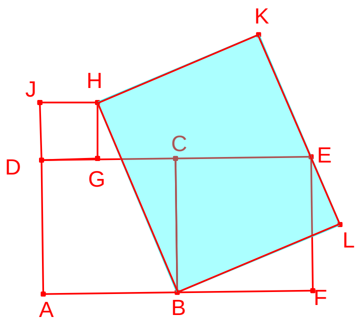
Solució:
Siga $h = \overline{AH}$

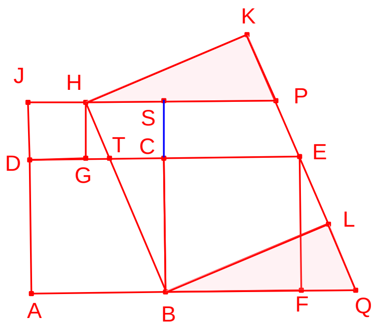
Aplicant el teorema de Pitàgores als triangles rectangles $\overset{\Delta}{BHA}, \overset{\Delta}{CHC}$:
$\overline{AB} = \sqrt{4+h^2}, \overline{AC} = \sqrt{9+h^2}$
L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ és:
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 5h = \frac{1}{2}\sqrt{4+h^2} \cdot \sqrt{9+h^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$
Elevant al quadrat i simplificant:
$h^4 - 37h^2 + 36 = 0$
Resolent l'equació:
$h = \overline{AH} = 1$

4708.- La figura està formada per tres quadrats i un rectangle.
Si els costats dels quadrats grans mesuren 1, calculeu l’àrea del rectangle ombrejat.



Solució:





AB=1

DG=a

Els triangles HKP, BLQ iguals

Els triangles BCT, ETQ iguals

FQ=TC

HS=1-a

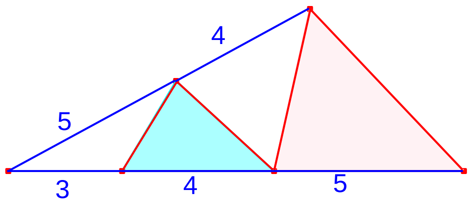
Els triangles TCB, HSB

TC=FQ=(1-a)/(1+a)

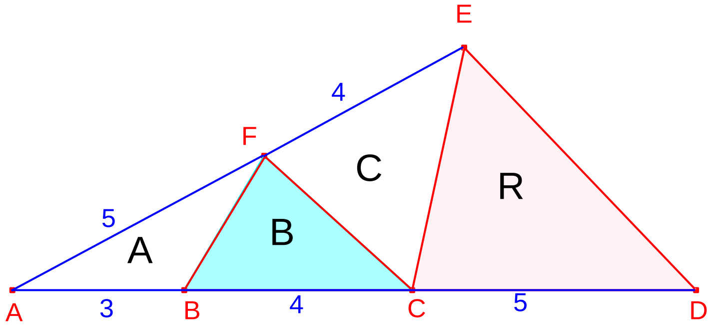
BQ=2/(1+a)

[BLKH]=[BQPQ]=BQ·BS=2/(1+a)·(1+a)=2=2·[ABCD]

4709.- En la figura calculeu la proporció entre l'àrea rosa i l'àrea blava.



Solució:



A/B = 3/4

(A+B)/C = 5/4

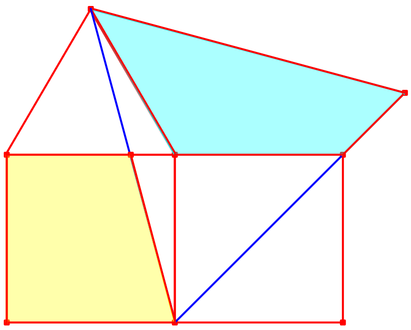
R/(A+B+C) = 5/7

A=(3/4)B

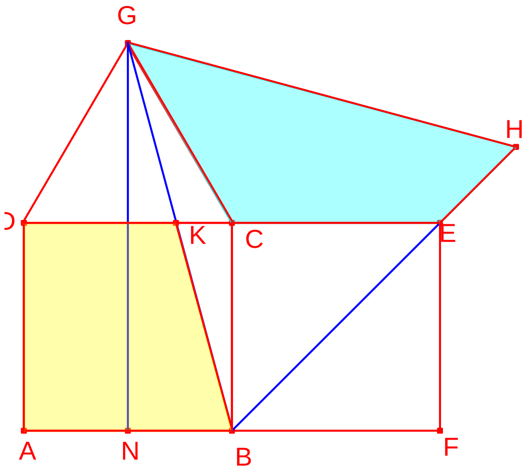
C=(7/5)B

R/B = 9/4

4710.- La figura està formada per dos quadrats
Calculeu la proporció entre l'àrea dels
quadrilàters groc i blau.



Solució:



AB=1
GN=1+sqrt(3)/2
BN=1/2
BG²=2+sqrt(3)
[BHG]=sqrt(3)/4·BG²=(2·sqrt(3)+3)/4
GNB, BCK semblants
CK=2-sqrt(3)
DK=-1+sqrt(3)
[ABKD]=sqrt(3)/2
[BCG]=(1/4)[ABCD]
[CEB]=(1/2)[ABCD]
[CEHG]=[BHG]-(3/4)·[ABCD]=sqrt(3)/2
[ABKD]/[CEHG]=1