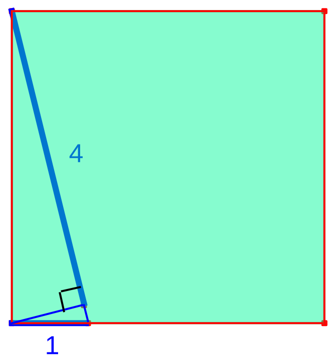
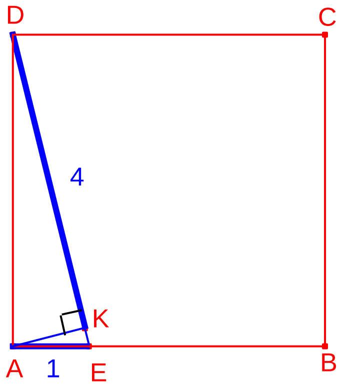
4781.- Calculeu l'àrea del quadrat ombrejat de la figura.



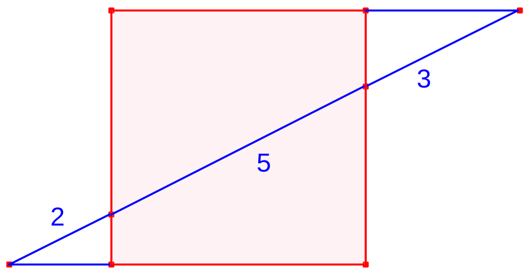

Solució:
Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = c$
Siguen $\overline{AE} = 1, \overline{DK} = 4, \angle AKD = 90°$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{AKD}$:
$\overline{AK} = \sqrt{c^2 - 16}$

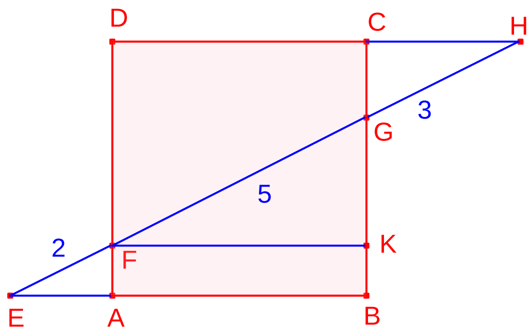
Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{AKD}, \overset{\Delta}{EKA}$ són semblants.
Aplicant el teorema de Tales:
$\frac{4}{c} = \frac{\sqrt{c^2 - 16}}{1}$
$c\sqrt{c^2 - 16} = 4$
Elevant al quadrat i simplificant:
$c^4 - 16c^2 - 16 = 0$
Resolent l'equació:
$c^2 = 8 + 4\sqrt{5}$
L'àrea del quadrat $ABCD$ és:
$S_{ABCD} = c^2 = 8 + 4\sqrt{5}$



4782.- En la figura calculeu l'àrea del quadrat ombrejat.

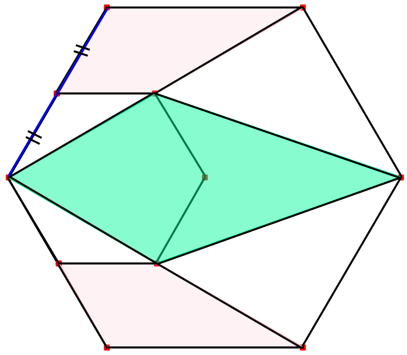



Solució:
Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = c$
Siguen $\overline{EF} = 2, \overline{FG} = 5, \overline{GH} = 3$
Siguen $\overline{AF} = x, \overline{BF} = y$

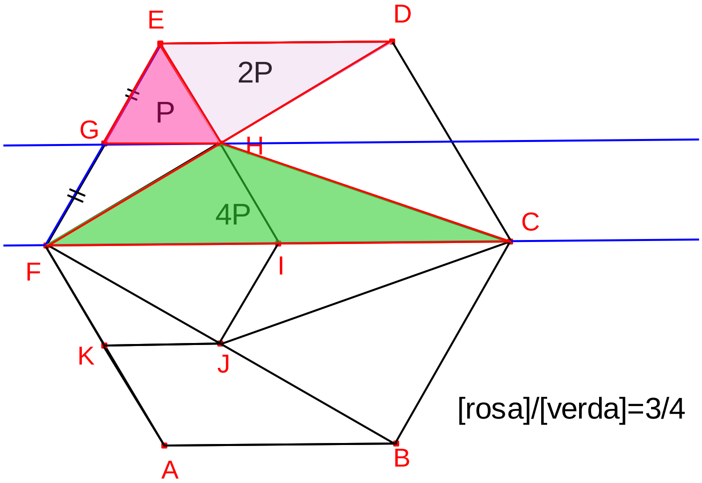



Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{EAF}, \overset{\Delta}{EBG}$ són semblants.
Aplicant el teorema de Tales:
$$\frac{y}{7} = \frac{x}{2}, \qquad y = \frac{7}{2}x$$
$$\overline{CG} = c - \frac{7}{2}x$$
Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{EAF}, \overset{\Delta}{HCG}$ són semblants.
Aplicant el teorema de Tales:
$$\frac{c - \frac{7}{2}x}{3} = \frac{x}{2}$$
Simplificant:
$$x = \frac{1}{5}c$$
Siga $K$ la projecció de $F$ sobre $\overline{BC}$.
$$\overline{KG} = y - x = \frac{5}{2}x = \frac{1}{2}c$$
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{FKG}$:
$$25 = c^2 + \frac{1}{4}c^2$$
Simplificant:
$$c^2 = 20$$
L'àrea del triangle $ABCD$ és:
$$S_{ABCD} = c^2 = 20$$

4783.- La figura està formada per dos hexàgons regulars.
Calculeu la proporció entre l'àrea rosa i l'àrea verda.

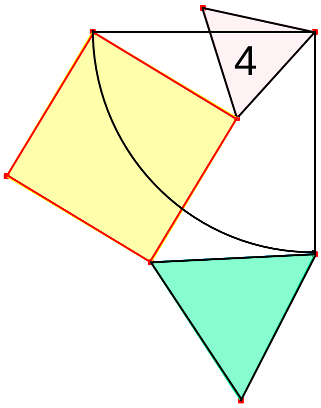


Solució:

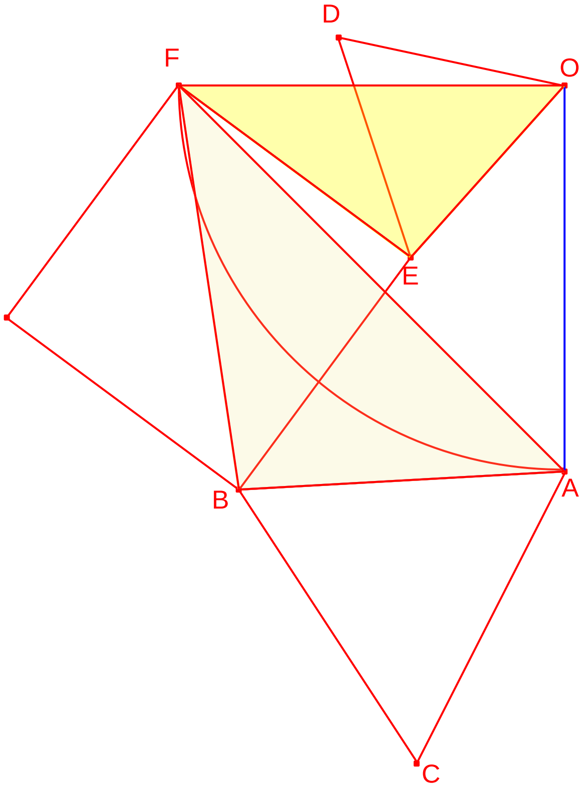



[rosa]/[verda]=3/4

4784.- La figura està formada per un quadrant, dos triangles equilàters el més petit d'àrea 4 i un quadrat. Calculeu l'àrea del triangle verd.




Solució:




OF=r, AF=r·sqrt(2)

EF=b, BF=b·sqrt(2)

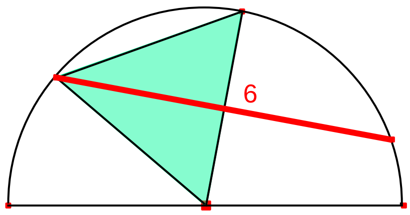
AngleEFO=AngleBFA

els triangles OFE, AFB semblants

AB=OE·sqrt(2)

[ABC]=2·[ODE]=8

4785.- La figura està formada per un semicercle, un triangle equilàter que té un vèrtex en el centre del semicercle i una corda del triangle que mesura 6. Calculeu la proporció entre l'àrea del triangle equilàter i l'àrea del semicercle.



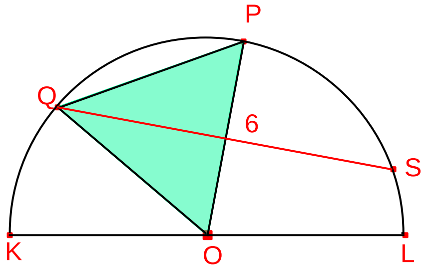

Solució:

Siga el semicercle de centre $O$ i radi $\overline{OL} = r$

Siga el triangle equilàter $\overset{\Delta}{OPQ}$ de costat $\overline{OP} = r$

La proporció d'àrees és:

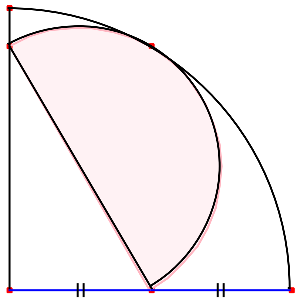
$$\frac{S_{OPQ}}{S_{semicercle}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}r^2}{\frac{1}{2}\pi \cdot r^2} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}$$



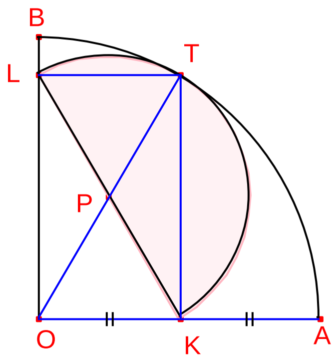

Nota:

La mesura de la corda no intervé en el resultat del problema.

4786.- La figura està formada per un quadrant i un semicercle.
Calculeu la proporció entre l'àrea del semicercle i l'àrea del quadrant.



Solució:




OA=OT=R

PL=PK=r

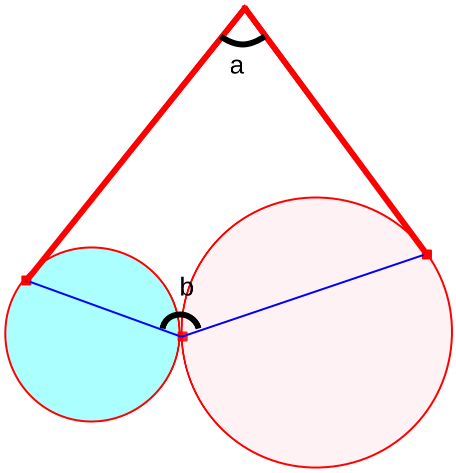
OP=PK=r

PT=PK=r

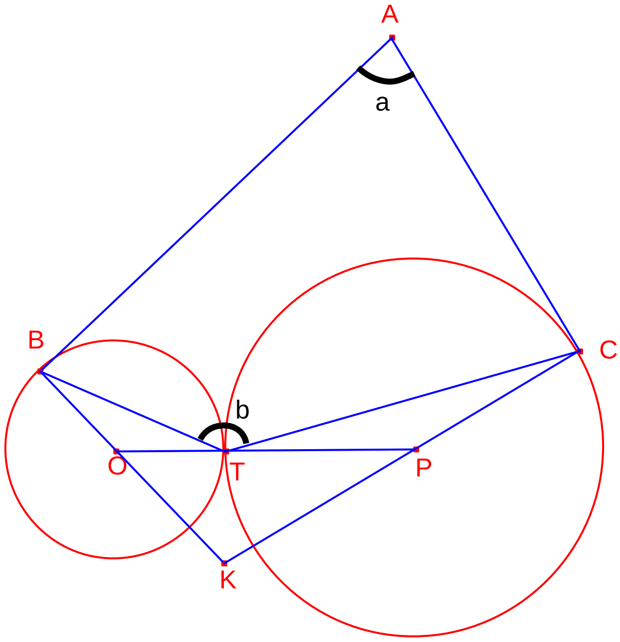
R=2r

[semicercle]/[quadrant]=(1/2)r²/((1/4)R²)=1/2

4787.- La figura està formada per dues circumferències i dos segments tangents vermells. Es mostren els tres punts de tangència. Determineu la relació entres els angles $a, b$ de la figura




Solució:




AngleOBT=AngleOTB=x

AnglePCT=AnglePTC=y

angleABK=angleACK=90º

AngleBKC=180º-a

anglePOK=2x, angle OPK=2y

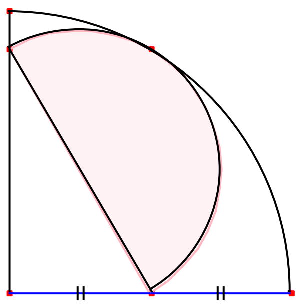
angleOKP=180º-(2x+2y)

2x+2y=a

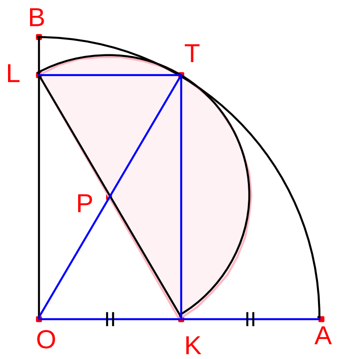
x+y=a/2

b=180º-(x+y)=180º-a/2

4788.- La figura està formada per un quadrant i un semicercle.
Calculeu la proporció entre l'àrea del semicercle i l'àrea del quadrant.



Solució:




OA=OT=R

PL=PK=r

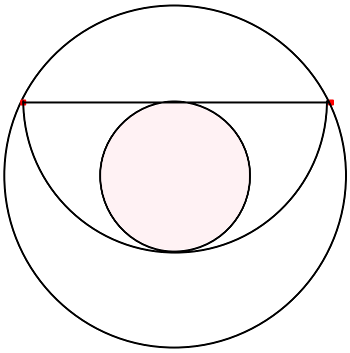
OP=PK=r

PT=PK=r

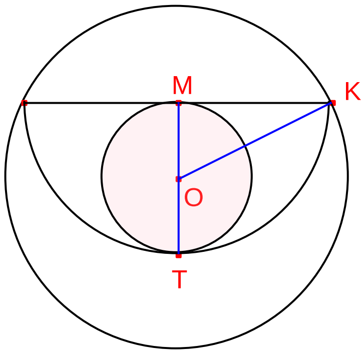
R=2r

[semicercle]/[quadrant]=(1/2)r²/((1/4)R²)=1/2

4789.- La figura està formada per dues circumferències concèntriques i una semicircumferència.
Calculeu la proporció entre l'àrea del cercle ombrejat i l'àrea del cercle gran.

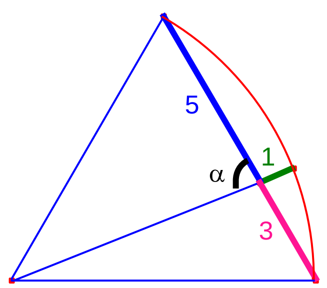


Solució:
Siga $O$ el centre dels dos cercles.
Siga $\overline{OM} = \overline{OT} = r$, radi del cercle menut.
Siga $\overline{OK} = R$, radi del cercle gran.
$\overline{MK} = \overline{MT} = 2r$, radi del semicercle.




aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{OMK}$:
$R^2 = r^2 + 4r^2$
La proporció entre les àrees dels cercles és:
$\frac{S_r}{S_R} = \frac{r^2}{R^2} = \frac{1}{5}$

4790.- La figura està formada per un triangle equilàter i un arc de centre un vèrtex del triangle. Calculeu $\sin\alpha$




Solució:

Siga el triangle equilàter $\overset{\Delta}{ABC}$ de costat $\overline{AB} = 8$.
Siguen $\overline{BK} = 3, \overline{CK} = 5, \overline{KL} = 1, \alpha = \angle AKC$
$\overline{AK} = 7$

Aplicant el teorema del cosinus al triangle $\overset{\Delta}{AKC}$:
$64 = 49 + 25 - 70 \cdot \cos\alpha$
$\cos\alpha = \dfrac{1}{7}$
$\sin\alpha = \dfrac{4\sqrt{3}}{7}$