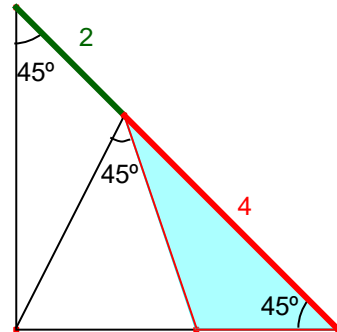
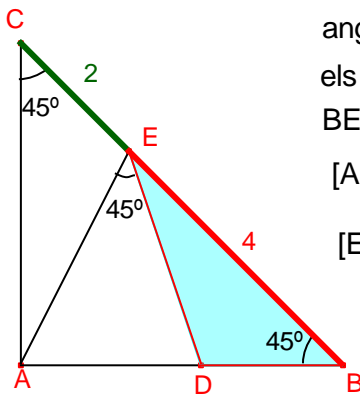


Problemes de Geometria per a l'ESO 486

4851.- En la figura, calculeu l'àrea del triangle ombrejat.



Solució:



$$AC=AB=3 \cdot \sqrt{2}$$

$$\text{angle}CAE=\text{angle}DEB$$

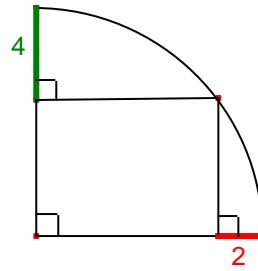
els triangles AEC, EDB són semblants.

$$BE : AC = 4 : 3 \cdot \sqrt{2}$$

$$[AEC]=\frac{1}{3} \cdot [ABC]=3$$

$$[EDB]=\frac{8}{9} \cdot [AEC]=\frac{8}{3}$$

4852.- La figura està formada per un quadrant.
 Calculeu el radi del quadrant.



Solució:

Siga el quadrant de centre O i radi

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OL} = r$$

$$\overline{OK} = r - 2, \overline{OM} = r - 4$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle

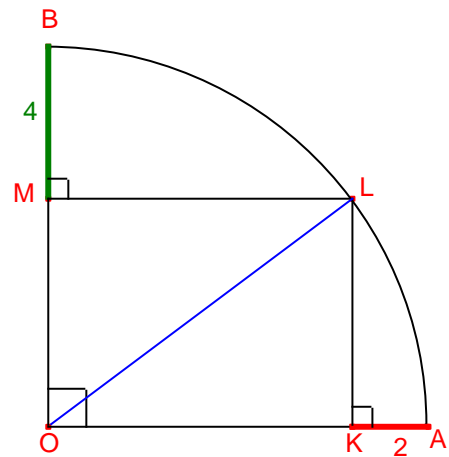
$\triangle OML$:

$$r^2 = (r - 2)^2 + (r - 4)^2$$

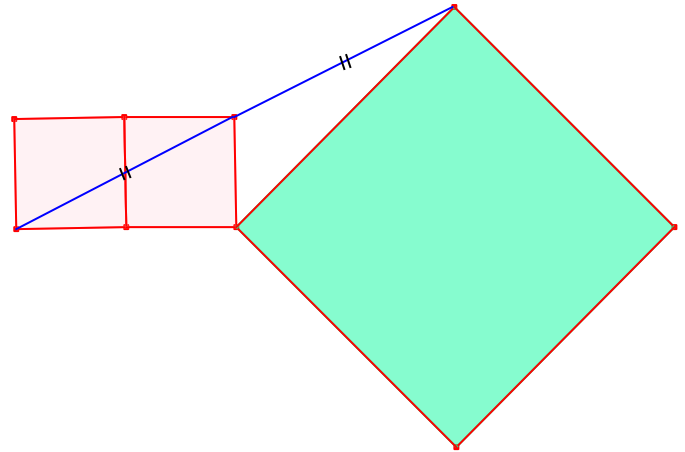
$$r^2 - 12r + 20 = 0$$

Resolent l'equació:

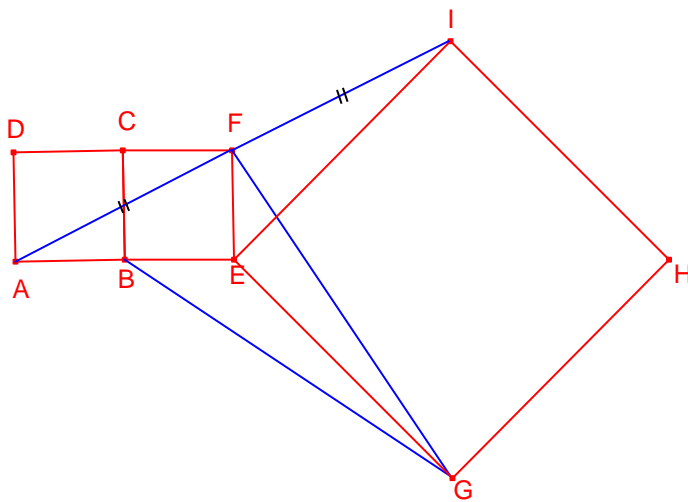
$$r = 10$$



4853.- La figura està formada per tres quadrats.
 Calculeu la proporció entre l'àrea rosa i l'àrea verda.



Solució 1:



$$AB=c, EG=d$$

BEG, FEG iguals

$$\text{angleFEI}=45^\circ$$

$$FI=AF=c \cdot \sqrt{5}$$

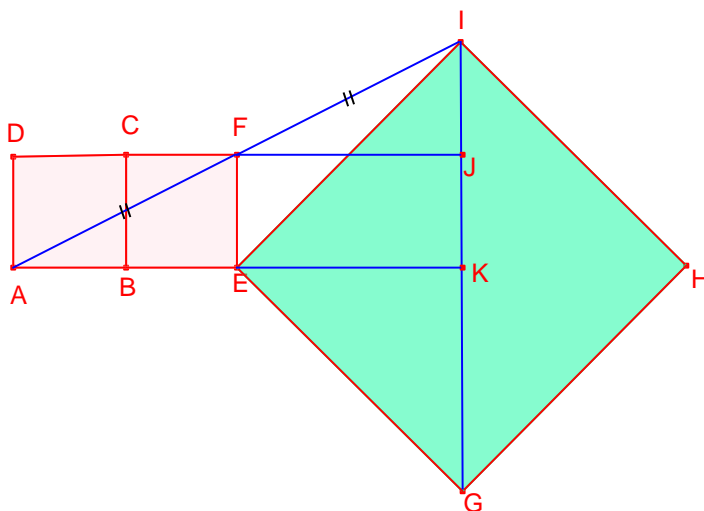
Teorema cosinus FEI

$$5c^2=c^2+d^2-cd \cdot \sqrt{2}$$

$$c/d = \sqrt{2}/4$$

$$[AEFD]/[EGHI]=2c^2/d^2=1/4$$

Solució 2:



$$AB=c$$

ADF, FJI iguals

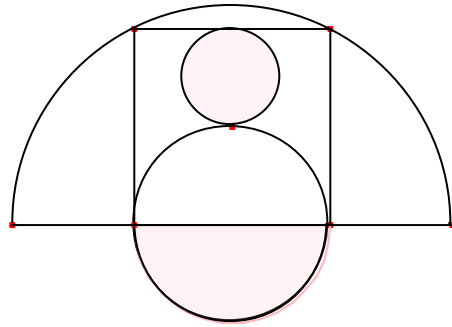
$$EK=2c$$

$$[AEFD]=2c^2$$

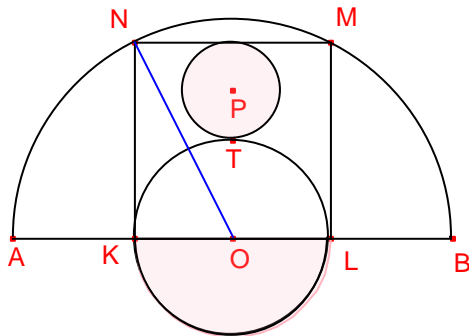
$$[EGHI]=4 \cdot [EKI]=4 \cdot 2c^2=8c^2$$

$$[AEFD]/[EGHI]=2c^2/8c^2=1/4$$

4854.- La figura està formada per una semicircumferència que té inscrit un quadrat i altres dues circumferències. Calculeu la proporció entre l'àrea ombrejada i l'àrea total.



Solució:



$$OA=OB=ON=1$$

$$KL=KN=c, OK=c/2$$

Teorema Pitàgores NKO

$$c^2=4/5$$

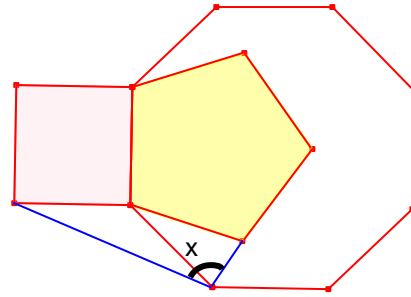
$$PT=c/4$$

$$[Total]=(1/2)Pi+(1/2)Pi \cdot c^2/4=(3/5) \cdot Pi$$

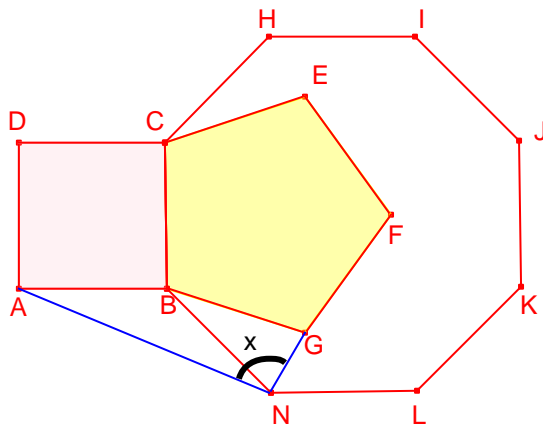
$$[ombrejada]=Pi \cdot c^2/16+(1/2)c^2/4=(3/20) \cdot Pi$$

$$[ombrejada]/[Total]=1/4$$

4855.- La figura està formada per un quadrat, un pentàgon regular i un octògon regular. Calculeu la mesura de l'angle x



Solució:



$$\text{angleABN} = 135^\circ$$

$$\text{angleABG} = 162^\circ$$

$$\text{angleNBG} = 162^\circ - 135^\circ = 27^\circ$$

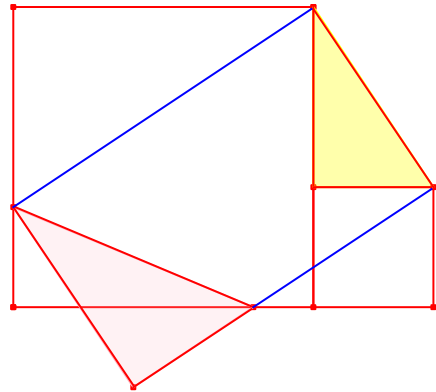
Els triangles ABN, NBG isòceles

$$\text{angleANB} = 45^\circ/2$$

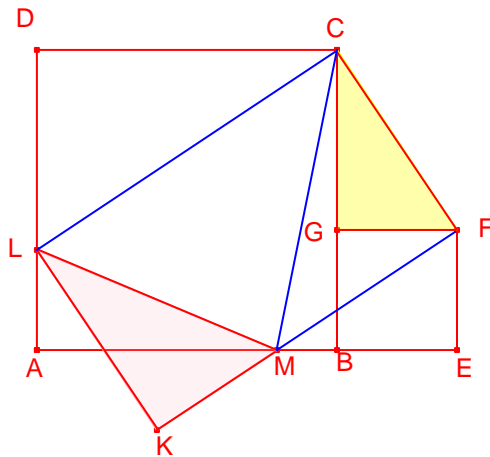
$$\text{angleBNG} = 153^\circ/2$$

$$x = 45^\circ/2 + 153^\circ/2 = 99^\circ$$

4856.- La figura està formada per dos quadrats i in rectangle.
 Demostreu que els dos triangles ombrejats són semblants.



Solució:



$BE=a, GC=b$
 $CF=LK=\sqrt{a^2+b^2}$
 $CD=a+b$

Els triangles CGF, MEF iguals
 $MF=CF$

$\angle LCM=45^\circ$

CGF, CDL semblants

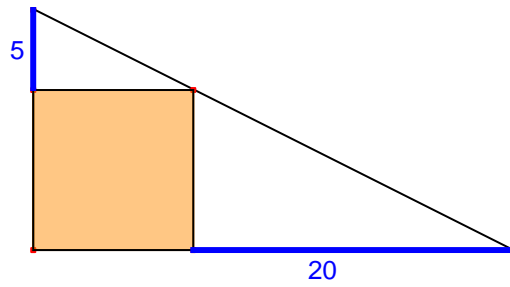
$CL=(a+b) \cdot \sqrt{a^2+b^2}/b$

Teorema cosinus CLM

$LM=(a^2+b^2)/b$

$LK/LM=b/\sqrt{a^2+b^2}=CG/CF$

4857.- La figura està formada per un triangle rectangle i un quadrat. Calculeu l'àrea del quadrat.



Solució:

Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = c$

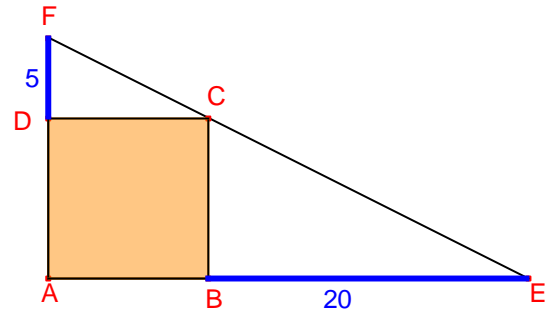
Els triangles rectangles FDC , CBE són semblants.

Aplicant el teorema de Tales:

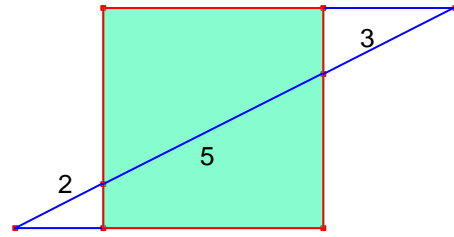
$$\frac{5}{c} = \frac{c}{20}$$

L'àrea del quadrat és:

$$S_{ABCD} = c^2 = 100$$



4858.- Calculeu l'àrea del quadrat de la figura.



Solució:

Els triangles rectangles $\triangle JAK$, $\triangle MCL$, $\triangle MDK$ són semblants.

Aplicant el teorema de Tales:

$$\overline{AK} = 2k, \overline{CL} = 3k, \overline{DK} = 8k$$

$$\overline{AB} = \overline{AD} = 10k$$

Els triangles rectangles $\triangle JAK$, $\triangle MCL$

Aplicant el teorema de Tales:

$$\overline{JA} = 4k$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle

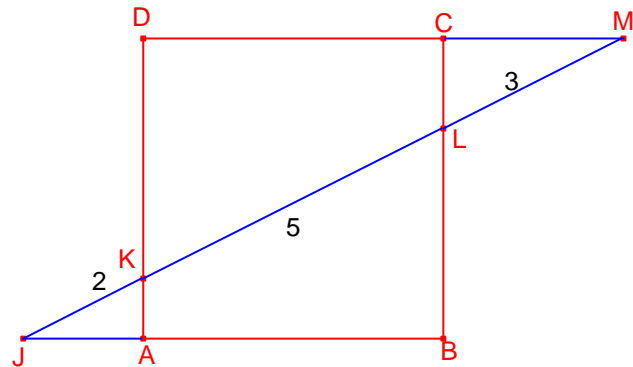
$$\text{rectangle } \triangle JAK:$$

$$4 = 4k^2 + 16k^2$$

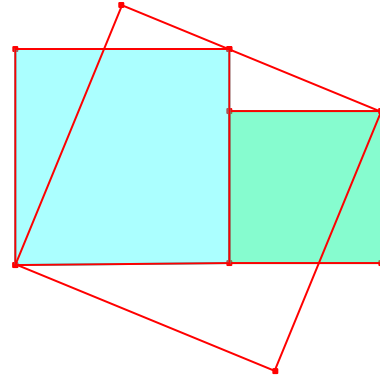
$$k^2 = \frac{1}{5}$$

L'àrea del quadrat és:

$$S_{ABCD} = 100k^2 = 20$$



4859.- La figura està formada per tres quadrats.
 El quadrat blau té àrea 100.
 Calculeu l'àrea del quadrat verd.



Solució:

Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = 10$

Siga el quadrat $BEFG$ de costat $\overline{BE} = c$

Els triangles rectangles $\triangle CGF, \triangle PEF$ són iguals. Aleshores:

$$\overline{PE} = \overline{CG} = 10 - c$$

$$\overline{AP} = 2c$$

Els triangles rectangles $\triangle AJP, \triangle FJQ$ són iguals. Aleshores:

$$\overline{QF} = \overline{AP} = 2c, \overline{QE} = c$$

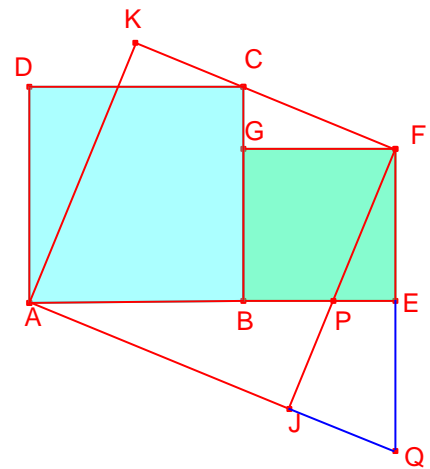
Els triangles rectangles $\triangle AJP, \triangle FGC$ són semblants.

Aplicant el teorema de Tales:

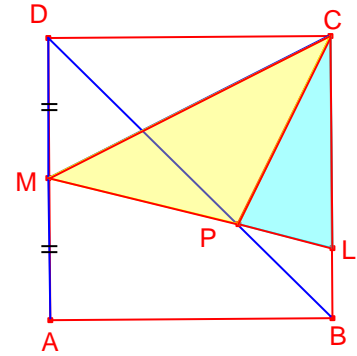
$$\frac{c}{10 + c} = \frac{10 - c}{c}$$

L'àrea del quadrat $BEFG$ és:

$$S_{BEFG} = c^2 = 50$$



4860.- La figura esta formada per un quadrat.
 $\overline{DP} = 2 \cdot \overline{BP}$
 Calculeu la proporció entre l'àrea blava i l'àrea groga.



Solució:

La recta CP talla el costat \overline{AB} en el punt N

Els triangles $\triangle DCP, \triangle BNP$ són semblants i de raó $2 : 1$

Aplicant el teorema de Tales:

$$\overline{BM} = 2 \cdot \overline{AB}, \overline{CP} = 2 \cdot \overline{NP}$$

Els triangles $\triangle DMP, \triangle BQP$ són semblants i de raó $2 : 1$

Aplicant el teorema de Tales:

$$\overline{MP} = 2 \cdot \overline{QP}$$

Aleshores, la proporció d'àrees és:

$$\frac{S_{PQC}}{S_{MPC}} = \frac{\overline{PQ}}{\overline{MP}} = \frac{1}{2}$$

