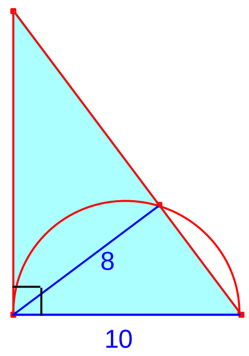
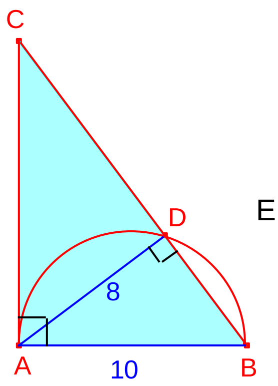
4911.- La figura està formada per una semicircumferència de diàmetre 10 i una corda de longitud 8.
Calculeu l'àrea del triangle rectangle ombrejat.



Solució:



angleADB=90º

teoema Pitàgores ADB

BD=6

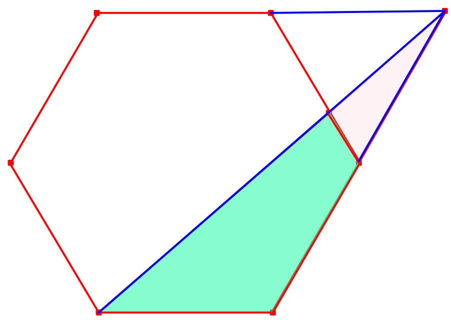
Els triangles rectangles ADB, BAC semblants

AC/8=10/6

AC=40/3

[ABC]=(1/2)·10·(40/3)=200/3

4912.- La figura està formada per un hexàgon regular, determineu la proporció entre l'àrea del triangle rosa i el quadrilàter verd.



Solució:
Siga l'hexàgon regular $ABCDEF$ de costat $\overline{AB} = c$

Els triangles $\overset{\Delta}{ABL}, \overset{\Delta}{PCL}$ són semblants i de raó $2:1$

Aplicant el teorema de Tales:

$$\overline{PC} = \frac{1}{2}c$$

Els triangles $\overset{\Delta}{DLK}, \overset{\Delta}{CLK}$ són semblants i de raó $2:1$

Aplicant el teorema de Tales:

$$\overline{CK} = \frac{1}{3}c$$

L'àrea del triangle rosa és:

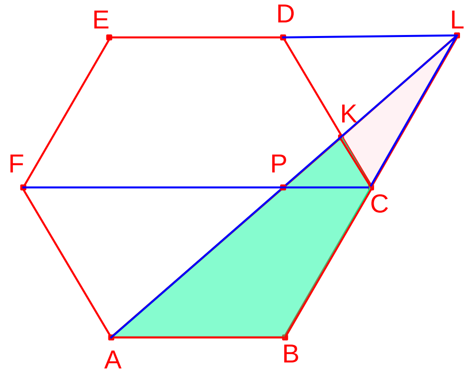
$$S_{CKL} = \frac{1}{2}c \cdot \frac{1}{3}c \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{12}c^2$$

L'àrea del quadrilàter verd és:

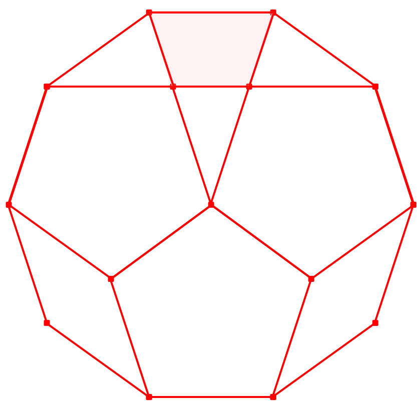
$$S_{ABCK} = S_{ABL} - S_{CKL} = \frac{1}{2}2c \cdot c \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{12}c^2 = \frac{5\sqrt{3}}{12}c^2$$

La proporció d'àrees és:

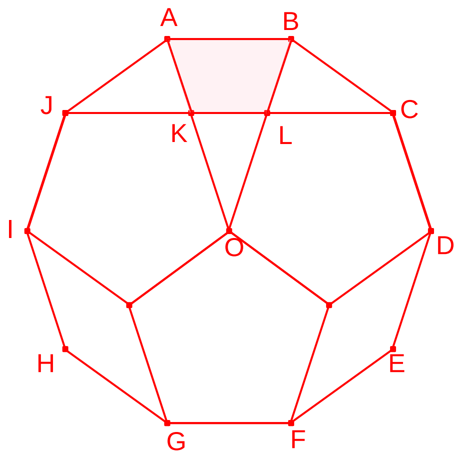
$$\frac{S_{CKL}}{S_{ABCK}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{12}}{\frac{5\sqrt{3}}{12}} = \frac{1}{5}$$



4913.- La figura està formada per un decàgon regular que conté tres pentàgons regulars. Calculeu la proporció entre l'àrea del quadrilàter ombrejat i l'àrea del decàgon regular.



Solució:



Siga el decàgon regular $ABCDEFGHIJ$ de centre O i costat $\overline{AB} = 1$

$$\overline{OB} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \Phi$$

Els triangles $O\overset{\Delta}{A}B, O\overset{\Delta}{K}L$ són semblants.

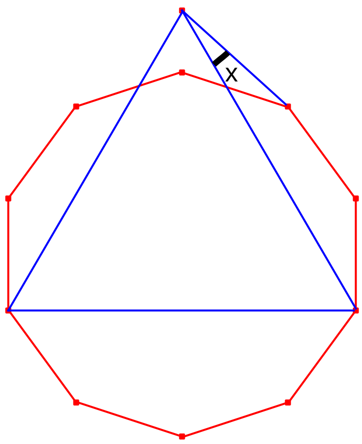
Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{S_{OKL}}{S_{OAB}} = \left(\frac{\overline{OL}}{\overline{OB}}\right)^2 = \left(\frac{1}{\Phi}\right)^2$$

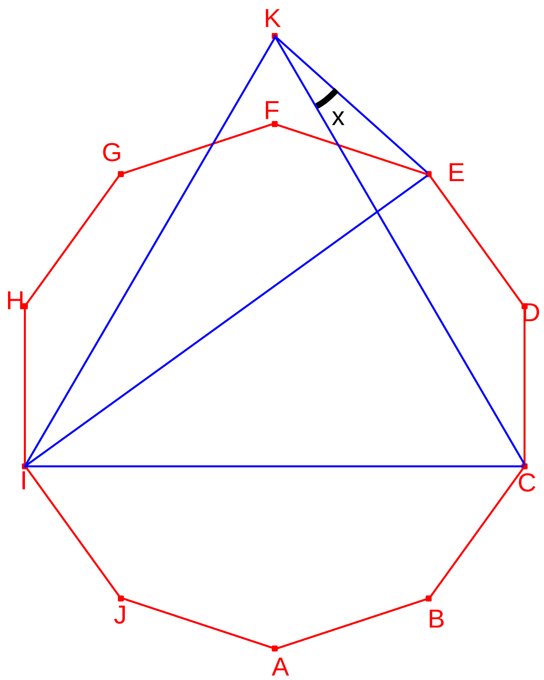
La proporció d'àrees és:

$$\frac{S_{KLBA}}{S_{ABCDEFGHIJ}} = \frac{S_{OAB} - S_{OKL}}{10 \cdot S_{OAB}} = \frac{1}{10}\left(1 - \frac{1}{\Phi^2}\right) = \frac{1}{10\Phi}$$

4914.- La figura està formada per un decàgon regular i un triangle equilàter.
Calculeu la mesura de l'angle x



Solució:



angleCKE=x

IE=IC=IK

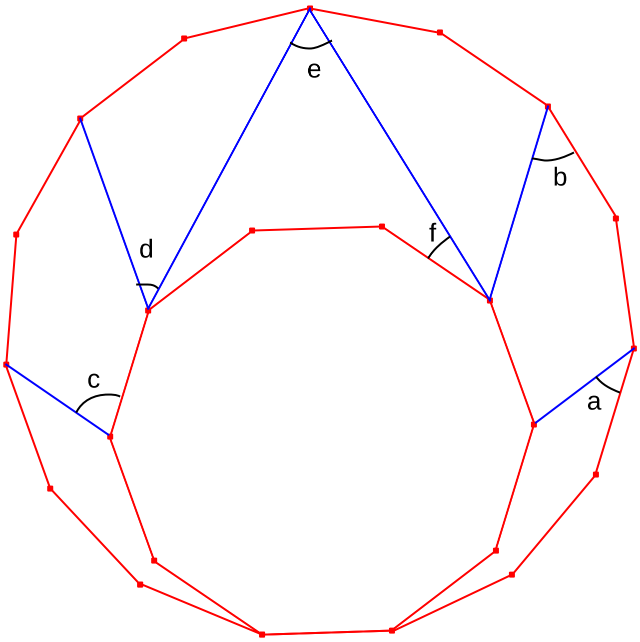
angleEIC=36º

angleKIE=60º-36º=24º

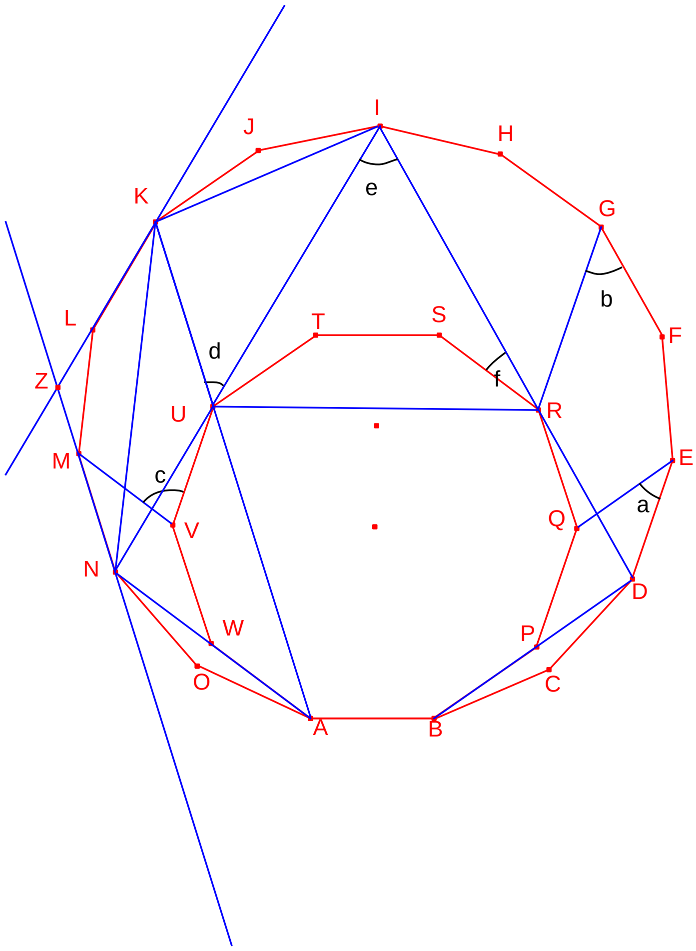
angleIKE=(180º-24º)/2=78º

x=78º-60º=18º

4915.- La figura està formada per dos polígons regulars de 15 i 10 costats, respectivament.
Determineu la mesura dels angles
a, b, c, d, e, f



Solució:



anglePBC=12º
angleBDC=12º
B, P, D alineats
A, W, N alineats

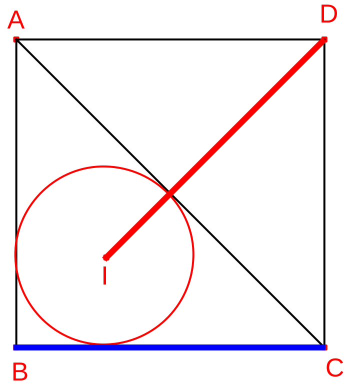
amgleQPD=180º-144º=36º
anglePDE0156º-12º=144º
PDEQ paral·lelogram
a=angleQED=36º

angleNAK=36º
angleWAN=36º
K, U, A alineats
b=angleRGF=angleLKA=48º

c=angleMVU=360º-(144º+144º)=72º
KU, MN paral·lels
ZK=ZN
LK, NI paral·lels
NUKZ rombe

Els triangles IKU, ANU iguals
N, U, I alineats
D, R, I alineats
d=angleKUI=(48º+48º)/2=48º
e=angleUIR=60º
angleURI=60º
f=angleSRI=60º-36º=24º

4916.- La figura està formada per el quadrat $ABCD$ i la circumferència de centre I inscrita al triangle $\overset{\Delta}{ABC}$
Proveu que $\overline{BC} = \overline{ID}$



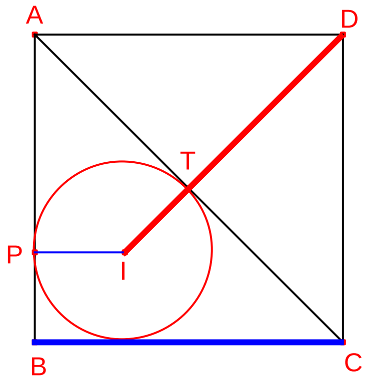
Solució:
Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{BC} = 1$

Siga la circumferència inscrita al triangle rectangle $\overset{\Delta}{ABC}$ de radi $r = \overline{IT} = \overline{IP}$

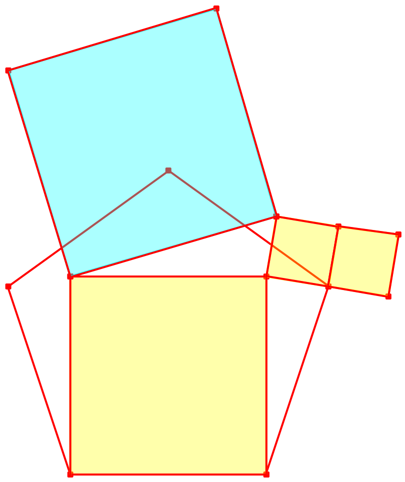
$$r = \frac{\overline{BC} + \overline{AB} - \overline{AC}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$

$$\overline{DT} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

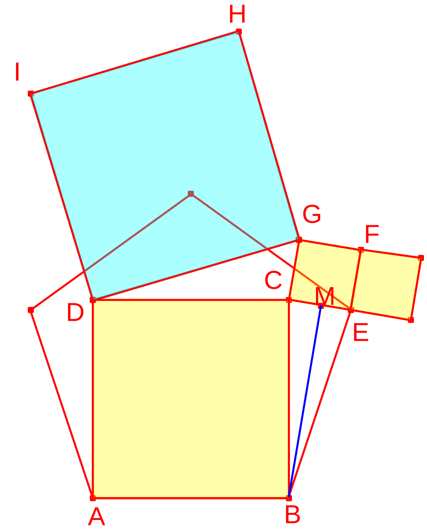
$$\overline{DI} = \overline{DT} + r = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{2 - \sqrt{2}}{2} = 1 = \overline{BC}$$



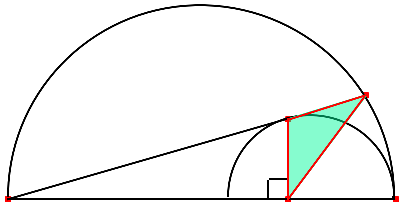
4917.- La figura està formada per un pentàgon regular i quatre quadrats.
Calculeu la proporció entre l'àrea del quadrat blau i la suma de les àrees dels quadrats grocs.



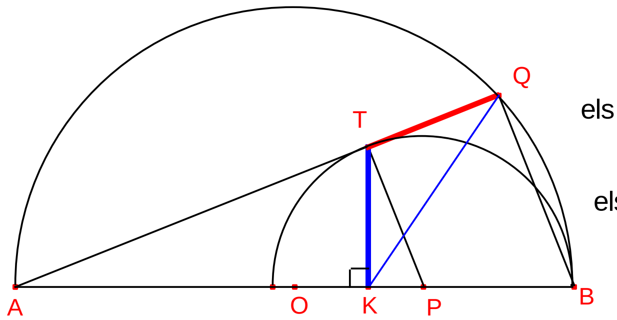
Solució:
Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = d$
Siga el quadrat $CEFG$ de costat $\overline{CE} = d$
Siga el quadrat $DGHI$ de costat $\overline{DG} = e$
Siga M el punt mig del costat $\overline{CE}$
$\overline{BC} = \overline{BE}, \angle CBE = 108° - 90° = 18°$
$\angle CBM = 9°, \angle BCM = 81°, \angle DCG = 99°$
$\sin 9° = \frac{d}{2c}$
Aplicant el teorema de del cosinus al triangle $\overset{\Delta}{DCG}$:
$e^2 = c^2 + d^2 - 2cd \cdot \cos 99° = c^2 + d^2 + 2cd \cdot \sin 9° = c^2 + 2d^2$
La proporció d'àrees és:
$\frac{S_{blava}}{S_{groga}} = \frac{e^2}{c^2 + d^2} = 1$



4918.- La figura està formada per dos semicercles i una corda tangent a la semicircumferència menuda. Considerem la perpendicular al diàmetre des del punt de tangència.
Proveu que el triangle ombrejat és isòsceles.



Solució:



TQ=a, TK=b

PB=PT=r

els triangles rectangles AQB, ATP semblants

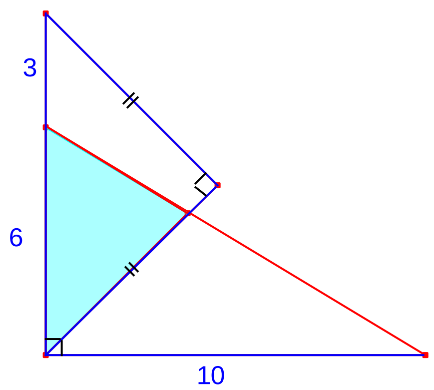
a/r=TQ/PB=AT/AP

els triangles rectangles TKP, ATP semblants

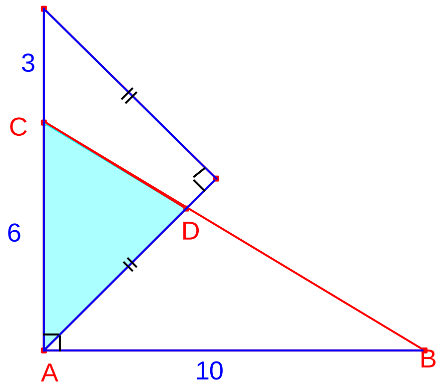
b/r=AT/AP

a=b

4919.- La figura està formada per dos triangles rectangles, un d'ells isòsceles.
Calculeu l'àrea de la intersecció dels dos triangles.



Solució 1:



BC=2·sqrt(34)

angleACB=x

sin x = 5/sqrt(34)

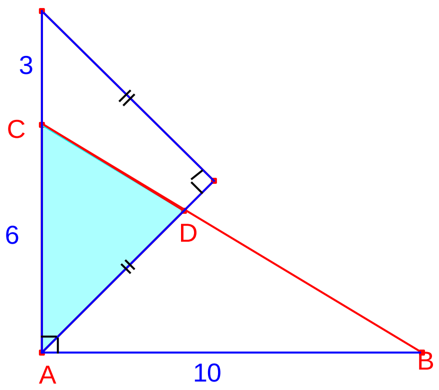
AD bisectriu de CAB

CD/6 = BC/(6+10)

CD=(3/4)sqrt(34)

[ADC]=(1/2)6·CD·sin x=45/4

Solució 2:



BC=2·sqrt(34)

AD bisectriu de CAB

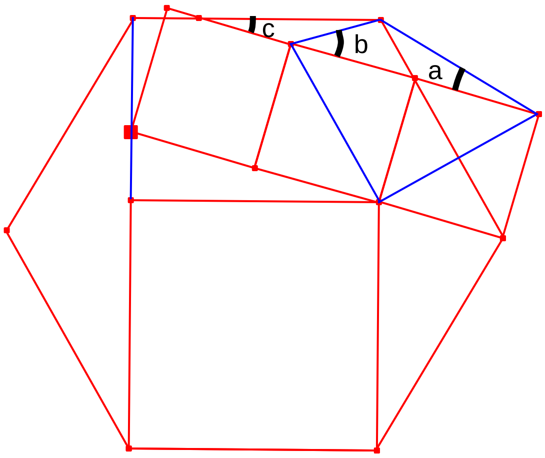
CD/6 = BC/(6+10)

[ABC]=30

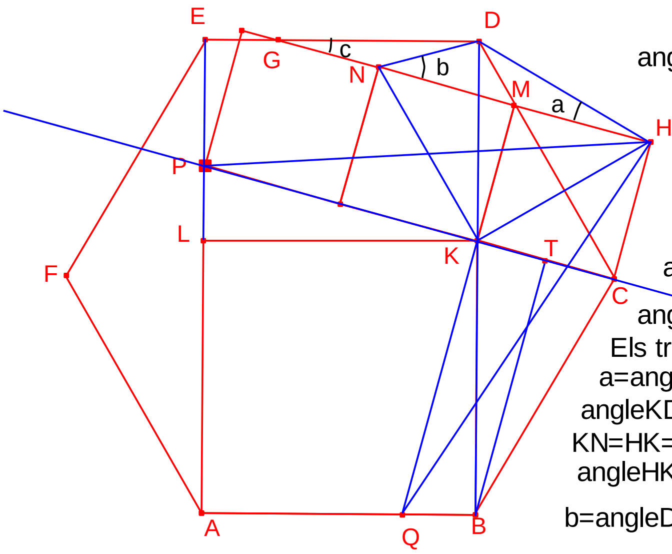
[ADC]/[ABC]=CD/BC=3/8

[ADC]=30·3/8=45/4

4920.- La figura està formada per un hexàgon regular i quatre quadrats.
Calculeu la mesura dels angles a, b, c



Solució:



angleKBC=30º
angleKBT=angleLKP=angle BKQ=15º
Els riangles LKP, KBQ iguals
PK=QK
Els riangles QMH, PCH iguals
QM=CP
P pertany a AE

a=angleMKD

angleKMD=HMD=135º
Els triangles KMD, HMD iguals
a=angleDKM=15º
angleKDH=60º
KN=HK=KD
angleHKD=45º-15º=30º

b=angleDKN=75º-45º=30º

c=angleDGM=180º-(angleGDM+angleNMD)=15º