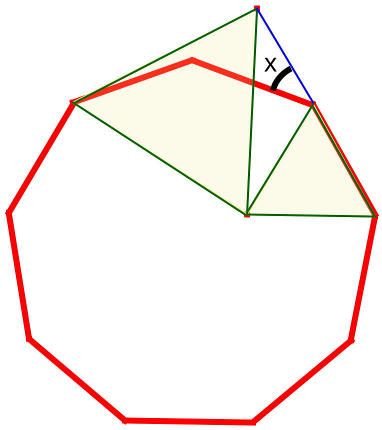
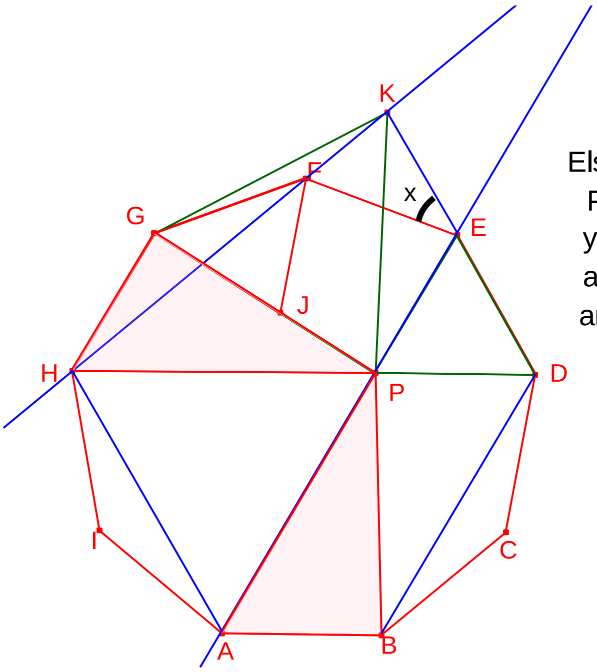
5101.- La figura està formada per un polígon regular de 9 costats i dos triangles equilàters. Calculeu la mesura de l'angle x



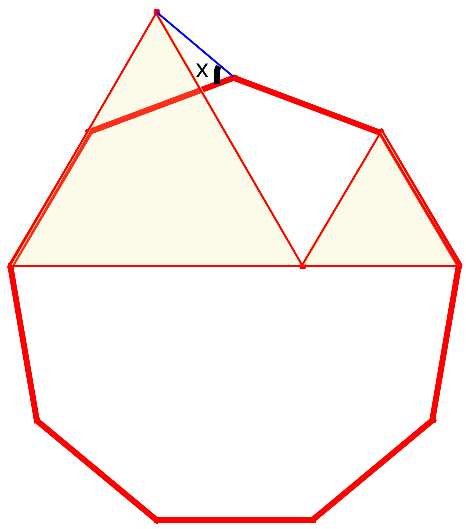
Solució:



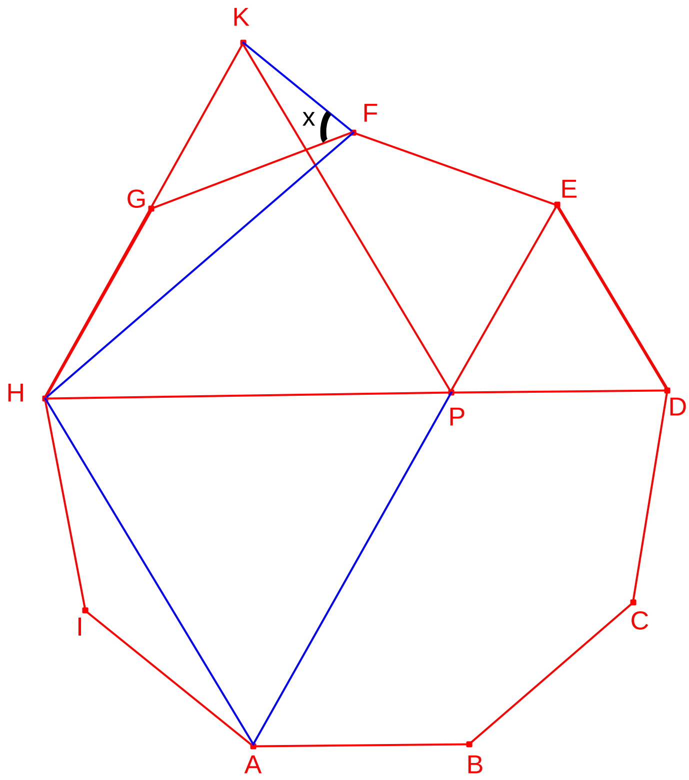
D, P, H alineats
E, P, A alineats

APH equilàter
Els triangles GHP, BAP, DPB iguals
PK=PG=BP
y=angleGPH=angleBPA=anglePBD
angleDPA=120º-y
angleKPD=360º-(2y+120º+120º-y)=120º-y
Els triangles DPB, DPB iguals
Els punts D, E, K alineats
x=180º-140º=40º

5102.- La figura està formada per un polígon regular de 9 costats i dos triangles equilàters. Calculeu la mesura de l'angle x



Solució:



Els punts D, P, H alineats

Els punts E, P, A alineats

El triangles HAP equilàter

HP=HK=HA=HF

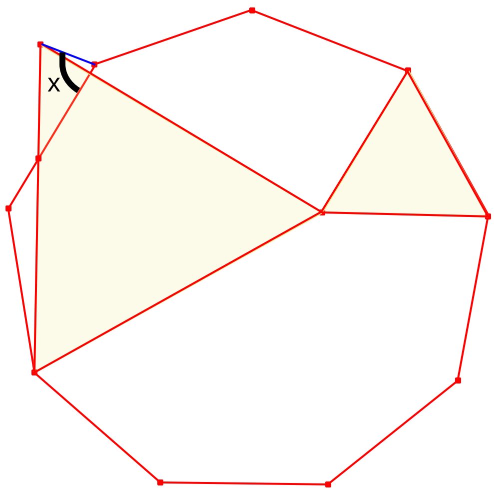
angleGHF=angleGFG=20º

El triangle KHF isòsceles

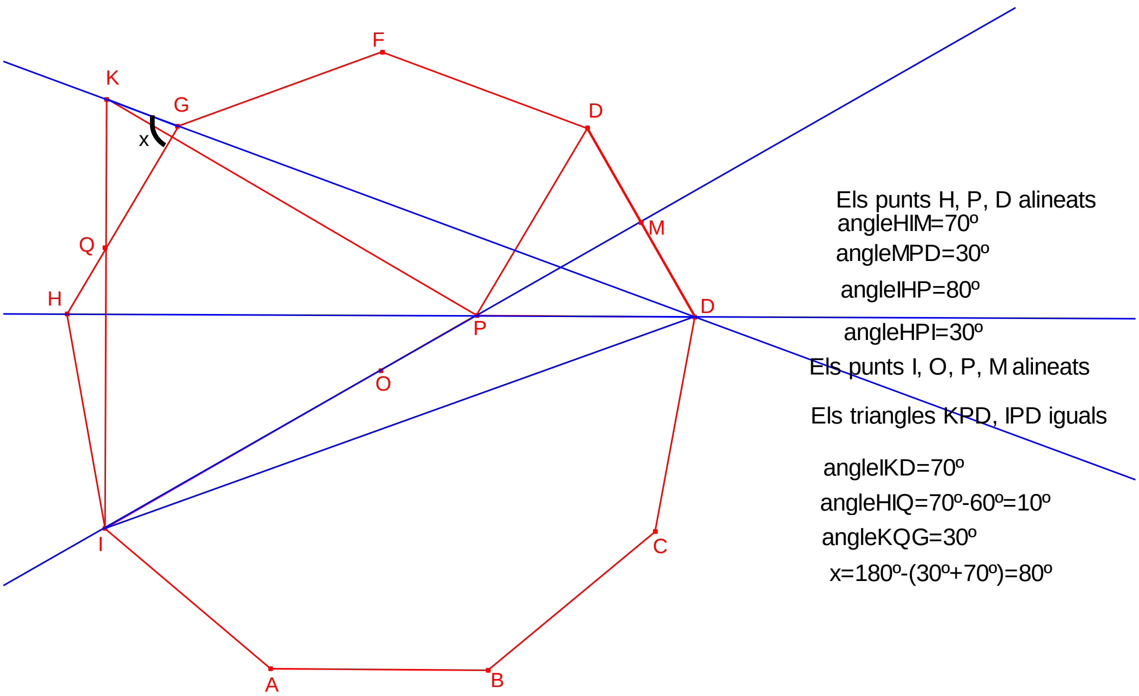
angleHFK=angleHKF=80º

x=80º-20º=60º

5103.- La figura està formada per un polígon regular de 9 costats i dos triangles equilàters. Calculeu la mesura de l'angle x

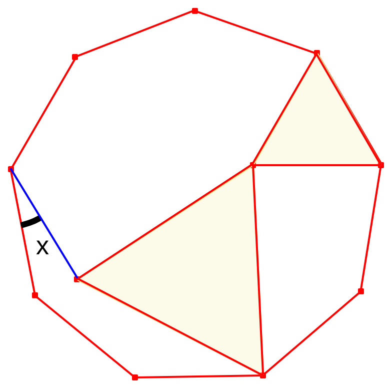


Solució:

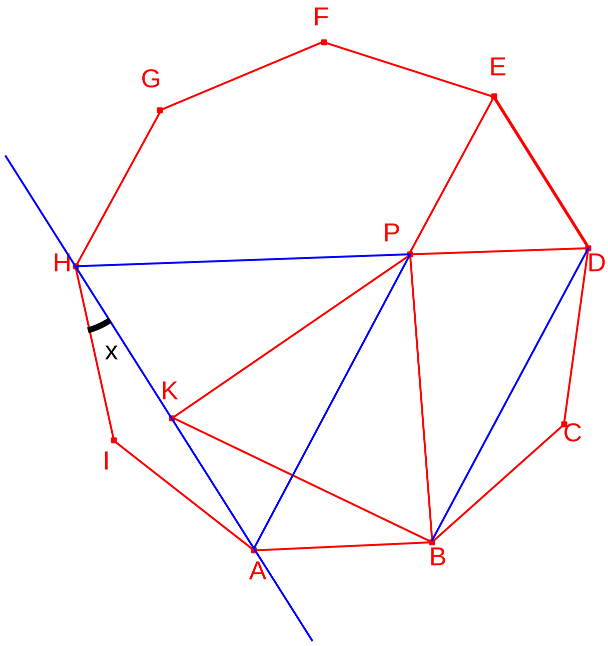


Els punts H, P, D alineats
angleHIM=70º
angleMPD=30º
angleIHP=80º
angleHPI=30º
Els punts I, O, P, M alineats
Els triangles KPD, IPD iguals
angleIKD=70º
angleHIQ=70º-60º=10º
angleKQG=30º
x=180º-(30º+70º)=80º

5104.- La figura està formada per un polígon regular de 9 costats i dos triangles equilàters.
Calculeu la mesura de l'angle x



Solució:



Els punts H, P, D alineats

Els punts E, P, A alineats

HPA equilàter

angle IHP=80º

angle PBD=angleAPB=y

angleHPK=y

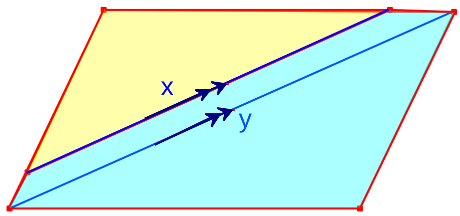
Els triangles BPD, PKH iguals

anglePHK=anglePDB=60º

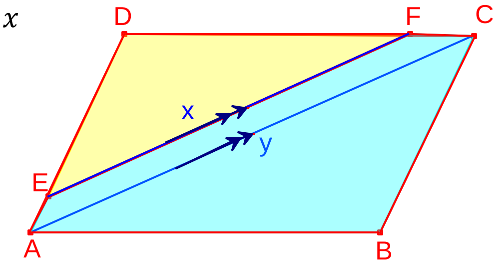
x=80º-60º=20

Els punts H.K, A alineats

5105.- La figura està formada per un paral·lelogram una diagonal de longitud y i un segment perpendicular a la diagonal de longitud x.
Siga $\frac{x}{y}=\frac{\sqrt{6}}{3}$
Calculeu la proporció entre l'àrea blava i l'àrea groga.



Solució:
Siga el paral·lelogram $ABCD$
Els triangles $\overset{\Delta}{ABC},\overset{\Delta}{FDE}$ són semblants de raó $y:x$
Aplicant el teorema de Tales:



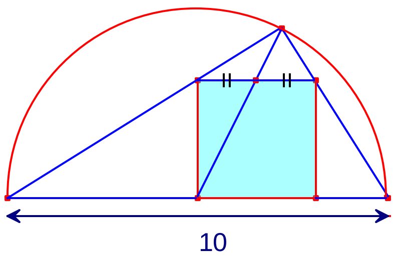
$$\frac{S_{FDE}}{\frac{1}{2}\cdot S_{ABCD}}=\left(\frac{x}{y}\right)^2=\frac{2}{3}$$

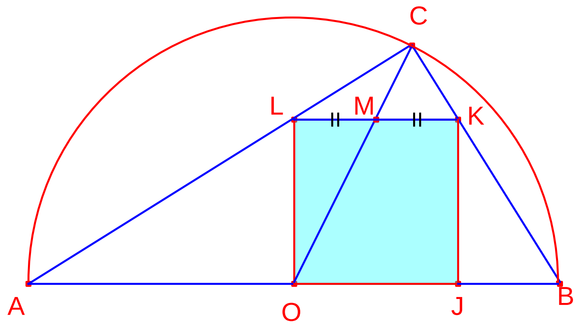
$$\frac{S_{FDE}}{\frac{1}{2}\cdot\left(S_{FDE}+S_{ABCFE}\right)}=\left(\frac{x}{y}\right)^2=\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{1+\frac{S_{ABCFE}}{S_{FDE}}}=\frac{1}{3}$$

$$\frac{S_{ABCFE}}{S_{FDE}}=2$$

5106.- La figura està formada per una semicircumferència de diàmetre 10 que té inscrit un triangle.
El triangle té inscrit un quadrat.
Calculeu l'àrea del quadrat.





Solució:

$\overline{LM} = \overline{KM}$

Els triangles $\overset{\Delta}{CLM}, \overset{\Delta}{CAO}$ són semblants.

Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{\overline{LM}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{CM}}{\overline{CM}}$$

Els triangles $\overset{\Delta}{CMK}, \overset{\Delta}{COB}$ són semblants.

Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{\overline{KM}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{CM}}{\overline{CM}}$$

Aleshores, $\overline{OA} = \overline{OB}$

Aleshores, O és el centre de la semicircumferència.

Siga el quadrat $OJKL$ de costat $\overline{OJ} = c$

$\overline{JB} = c - 5$

Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{AOL}, \overset{\Delta}{KJB}$ són semblants.

Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{5}{c} = \frac{c}{5 - c}$$

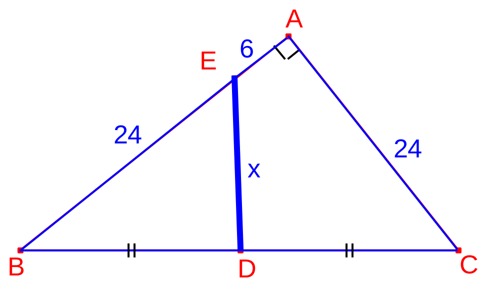
Resolent l'equació:

$$c = \frac{-5 + 5\sqrt{5}}{2} = 5\frac{1}{\Phi}$$

L'àrea del quadrat és:

$$S_{OJKL} = c^2 = 25\frac{1}{\Phi^2} = 25 \cdot \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \approx 9.5492$$

5107.- En el triangle rectangle de la figura calculeu la mesura del segment $x = \overline{DE}$



Solució:

Siga K la projecció de D sobre el catet $\overline{AB}$

Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{BKD}, \overset{\Delta}{BAC}$ són semblants i de raó $1:2$

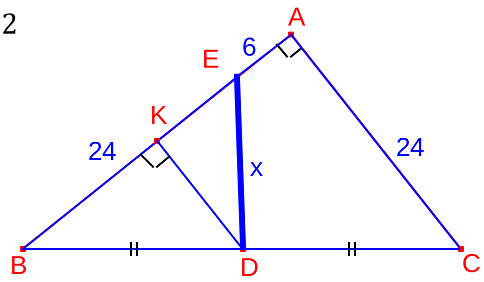
Aplicant el teorema de Tales:

$\overline{DK} = 12, \overline{BK} = 15$

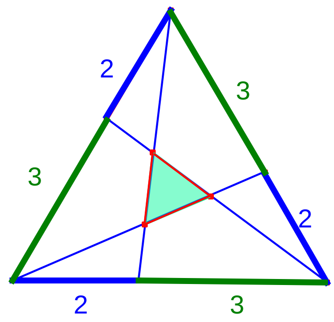
$\overline{KE} = 24 - 15 = 9$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{DKE}$:

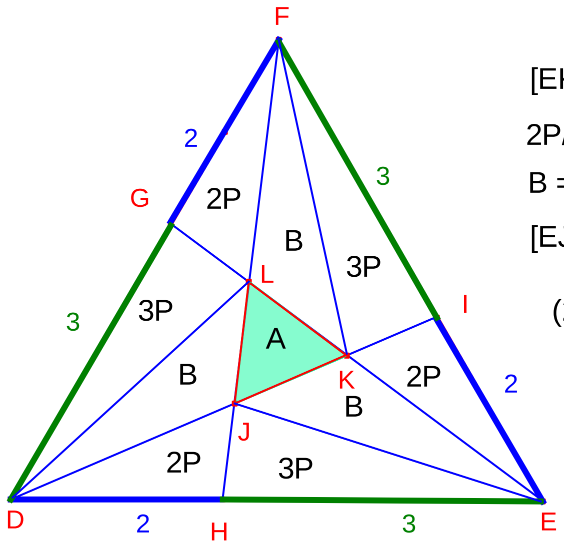
$x = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$



5108.- La figura està formada per un triangle equilàter que té dividit els costats en segments de longituds 2, 3.
Calculeu la proporció entre el triangle ombrejat i el triangle exterior.



Solució:



[EKI]/[KIF] = [EJK]/[JKF]

2P/B = 3P/(A+B) = P/A

B = 2A

[EJL/[ELF] = 2

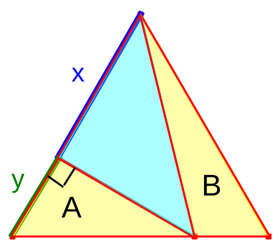
(2A+5P)/(3A)=2

A=(5/4)P

[DEF]=15P+3B+A=(95/4)P

[JKL]/[DEF] = 5/95 =1/19

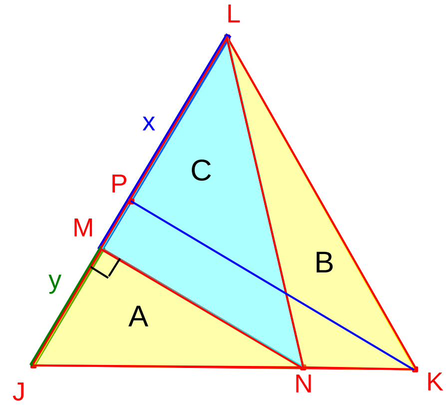
5109.- La figura està formada per un triangle equilàter. Calculeu la proporció entre la suma d'àrees $A+B$ i l'àrea del triangle equilàter exterior en funció de x, y



Solució:

Siga el triangle equilàter $\overset{\Delta}{JKL}$ de costat $\overline{JL} = x + y$

Siga C l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{LMN}$



$$\frac{\overline{MN}}{\overline{PK}} = \frac{2y}{x+y}$$

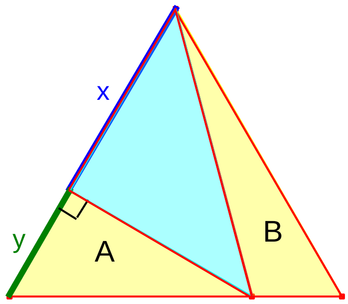
$$C = \frac{x}{y}A$$

$$\frac{A}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2}y \cdot \overline{MN}}{\frac{1}{2}(x+y)\overline{PK}} = \frac{2y^2}{(x+y)^2}$$

$$A + B = S_{ABC} - C = \frac{1}{2}\frac{(x+y)^2}{y^2}A - \frac{x}{y}A = \frac{x^2+y^2}{2y^2}A$$

$$\frac{A+B}{S_{ABC}} = \frac{\frac{x^2+y^2}{2y^2}A}{\frac{(x+y)^2}{2y^2}} = \frac{x^2+y^2}{(x+y)^2}$$

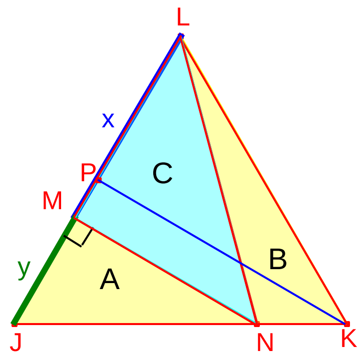
5110.- La figura està formada per un triangle equilàter.
Les àrees dels triangles A, B són iguals
Calculeu la proporció $x : y$



Solució:

Siga el triangle equilàter $\overset{\Delta}{JKL}$ de costat $\overline{JL} = x + y$

Siga C l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{LMN}$



$$\frac{\overline{MN}}{\overline{PK}} = \frac{2y}{x+y}$$

$$C = \frac{x}{y}A$$

$$\frac{A}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2}y \cdot \overline{MN}}{\frac{1}{2}(x+y)\overline{PK}} = \frac{2y^2}{(x+y)^2}$$

$$B = S_{ABC} - (A + C) = \frac{1}{2}\frac{(x+y)^2}{y^2}A - \left(1 + \frac{x}{y}\right)A = \frac{x^2 - y^2}{2y^2}A$$

$$\frac{x^2 - y^2}{2y^2} = 1$$

$$x : y = \sqrt{3} : 1$$