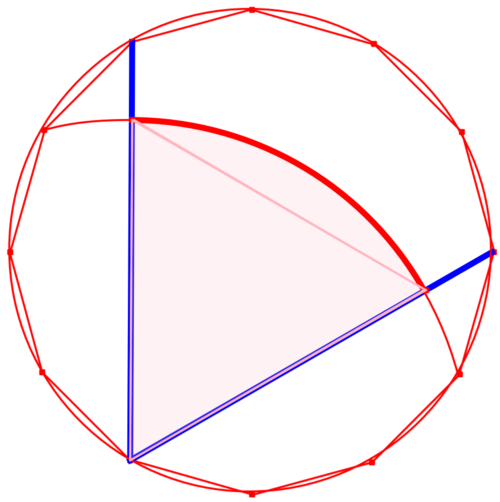
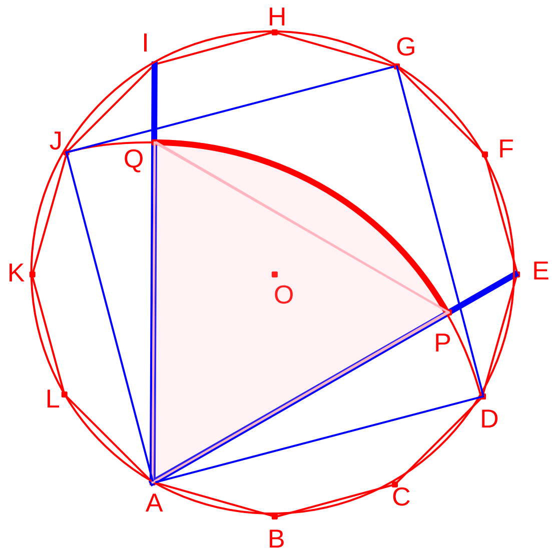
Problemes de Geometria per a l'ESO 514

5131.- La figura està formada per un dodecàgon regular inscrit en una circumferència, dues diagonals i un sector circular.
Calculeu la proporció entre l'àrea del sector i l'àrea del cercle exterior.



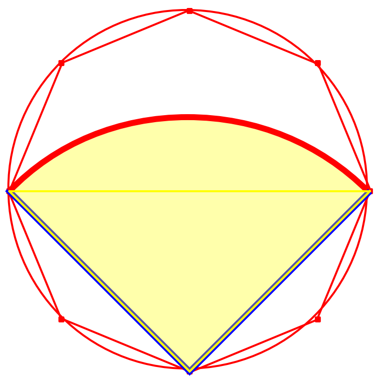
Solució:



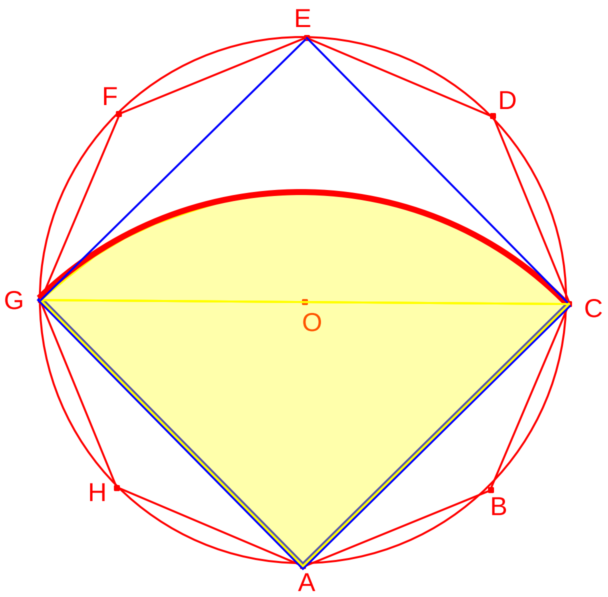
OA=r
angleIAE=60º

AQ=AJ=r·sqrt(2)
[sector]=(1/6)PI·(r·sqrt(2))^2
[cercle]=PI·r^2
sector]/[cercle]=1/3

5132.- La figura està formada per un octògon regular inscrit en una circumferència, dues diagonals i un sector circular.
Calculeu la proporció entre l'àrea del sector i l'àrea del cercle exterior.



Solució:

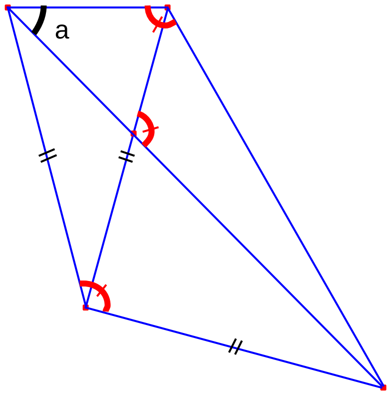


$OA=r$
$angleGAC=90^{o}$

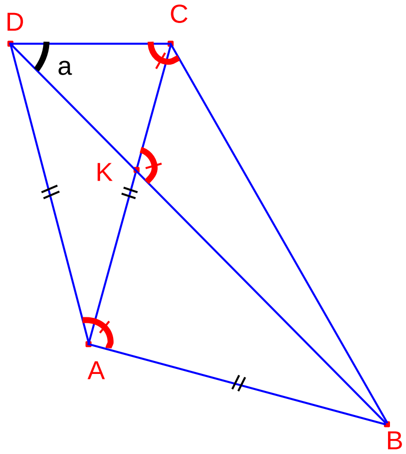
$AG=AC=r\cdot sqrt(2)$
$[sector]=(1/4)PI\cdot(r\cdot sqrt(2))^{2}$
$[cercle]=PI\cdot r^{2}$

$sector]/[cercle]=1/2$

5133.- En el quadrilàter de la figura calculeu la mesura de l'angle a



Solució:



angleBDC=a

angleADB=angleDBA=b

angleADC=angleDCA=a+b

angleDAC=180º-2a-2b

angleDAB=180º-2b

angleCAB=2a

angleCKB=2a+b=180º-2b

2a+3b=180º

angleACB=2a+b-(a+b)=a

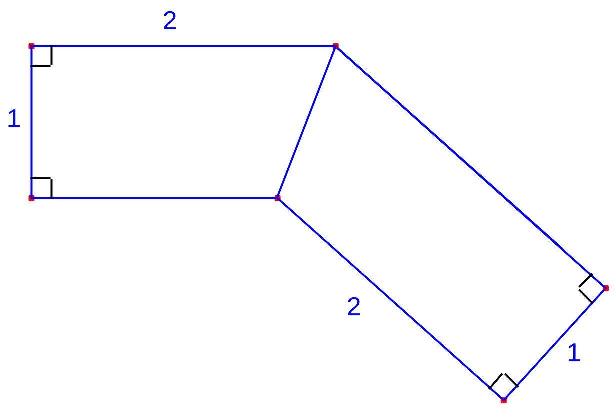
angleDBC=180º-(a+180º-2b)=2b-a

angleACB=angleABC=3b-a=a

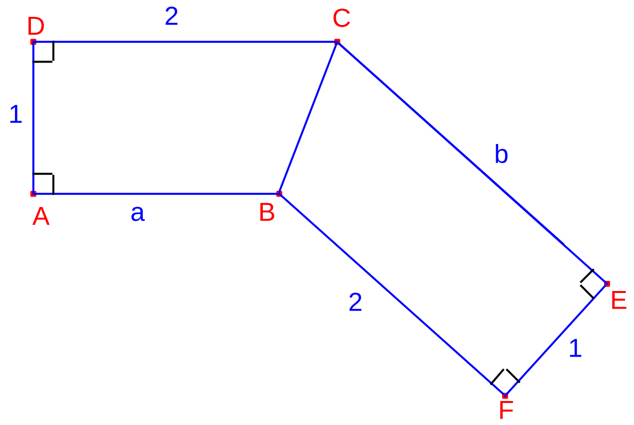
3b=2a

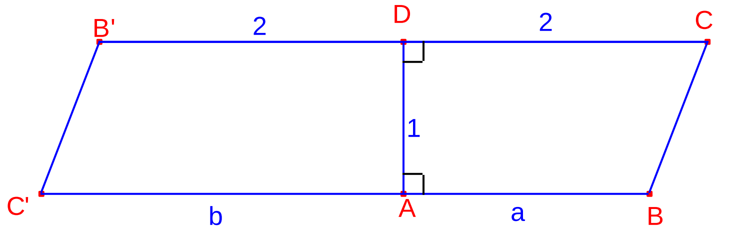
a=45º, b=30º

5134.- Calculeu el perímetre de la figura.



Solució:



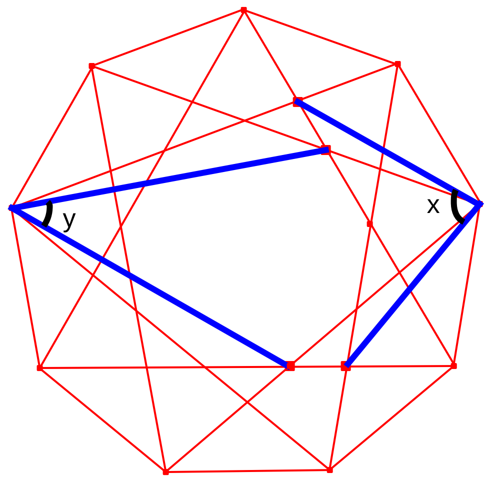


C'BCB' és un paral·lelogram

a+b=4

Perímetre ABFECD = 2·4+2·1=10

5135.- La figura està formada per un polígon regular de 9 costats i tres triangles equilàters. Calculeu les mesures dels angles x, y



Solució:

$\angle EBD = 20°, \angle GDB = 80°$

$\overline{BN} = \overline{BD}$

$\overline{DN} = \overline{DT} = \overline{TN}$

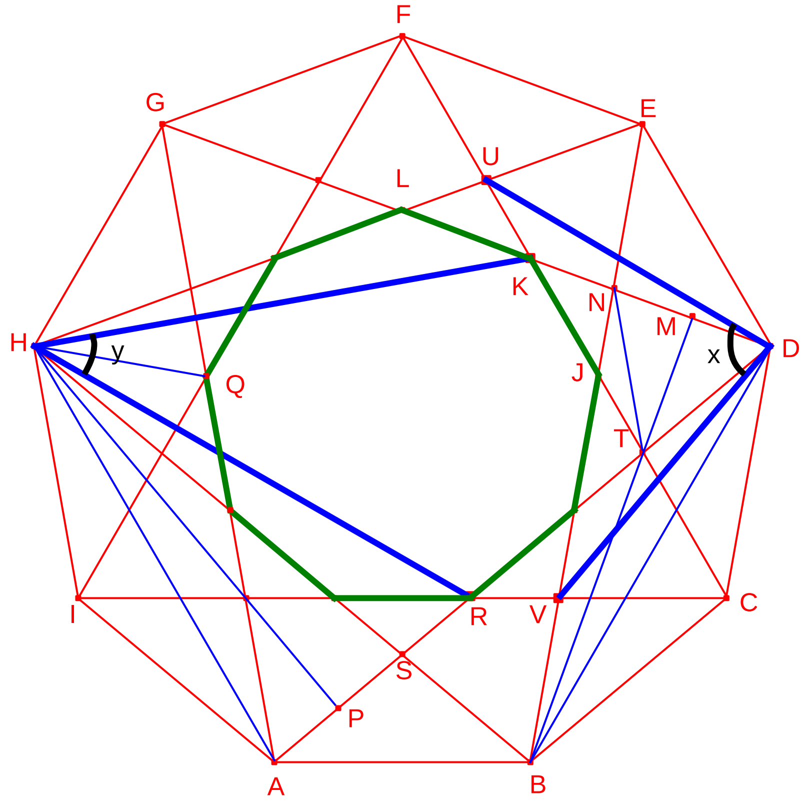
T pertany a la mediatriu $\overline{DN}$

$\overline{BJ} = \overline{DL}, \overline{BT} = \overline{DU}, \overline{JT} = \overline{KU}$

Els triangles $\overset{\Delta}{BTJ}, \overset{\Delta}{DUL}$ són iguals.

Aleshores, $\angle LDU = \angle JBT = 10°$

$x = \angle UDV = 80°$



$\angle APH = \angle HPD = 90°$

$\angle AHP = \angle BHP = 10°$

$\angle HDA = 40°, \angle PHD = 50°$

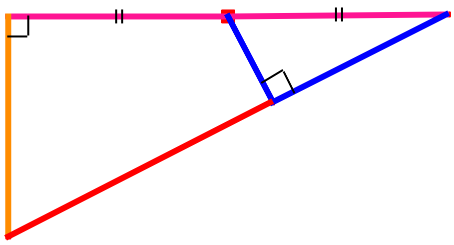
$\angle QHB = 30°$

$\angle BHR = 10°$

$\angle QHR = 30° - 10° = 20°$

$y = \angle KHR = 40°$

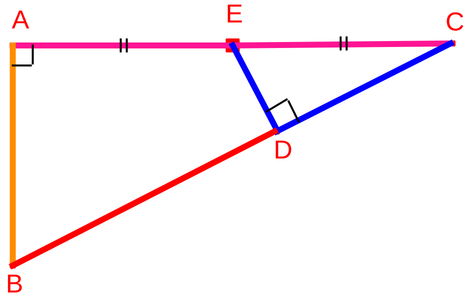
5136.- La figura està formada per un triangle rectangle que conté un altre triangle rectangle
Si el segment roig és igual a la suma dels dos segments blaus
Calculeu la proporció entre el segment taronja i el segment morat



Solució:
Siguen $\overline{AE}=\overline{CE}=x, \overline{AB}=y, \overline{DE}=a, \overline{CD}=b, \overline{BD}=a+b$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{CDE}$:
$a^2+b^2=x^2$

Aplicant el teorema de Pitàgores als triangles rectangles $\overset{\Delta}{BAE}, \overset{\Delta}{BDE}$:
$x^2+y^2=a^2+(a+b)^2$



Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{BAC}, \overset{\Delta}{EDC}$ són semblants.
Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{y}{2x}=\frac{a}{b}$$

$$a=\frac{y}{2x}b, b^2=\frac{4x^4}{4x^2+y^2}$$

$$x^2+y^2=\left(\frac{y^2}{2x^2}+1+\frac{y}{x}\right)b^2$$

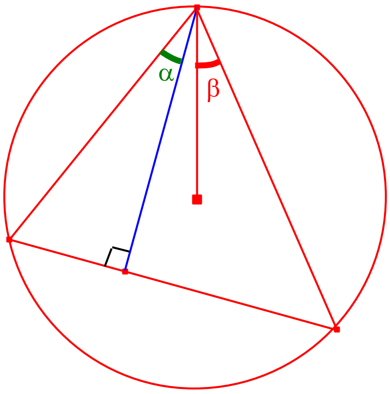
$$y^3+3x^2y-4x^3=0$$

$$x=y$$

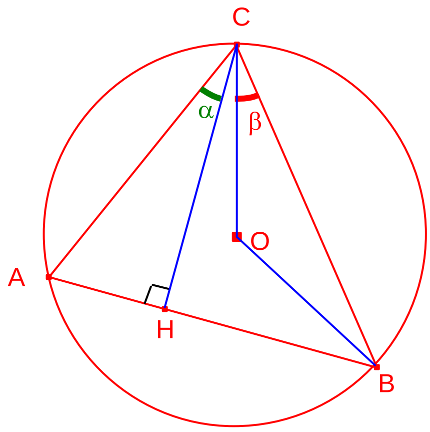
La proporció és:

$$\frac{taronja}{morat}=\frac{y}{2x}=\frac{1}{2}$$

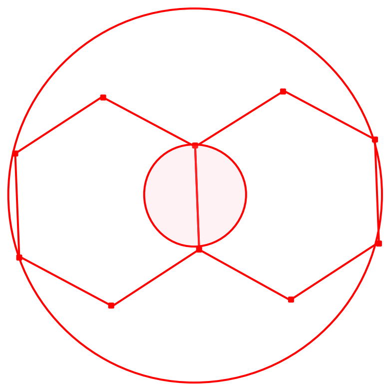
5137.- La figura està formada per un triangle i la seua circumferència circumscrita.
Calculeu la proporció $\alpha : \beta$



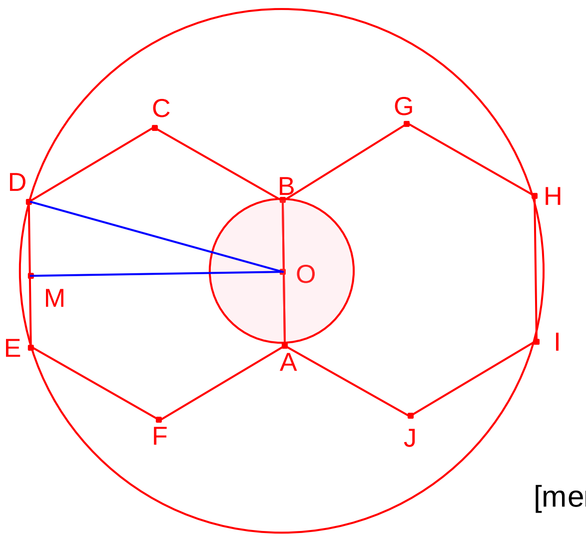
Solució:
$\angle BAC = 90° - \alpha$
$\angle BOC = 2(90° - \alpha) = 180° - 2\alpha$
$\beta = \angle OCB = \dfrac{180° - (180° - 2\alpha)}{2} = \alpha$
$\alpha : \beta = 1 : 1$



5138.- La figura està formada per una circumferència que conté dos hexàgons regulars iguals i una circumferència.
Calculeu la proporció entre les àrees dels dos cercles.



Solució:



AB=2

OA=r=1

OD=R

OM=2·sqrt(3)

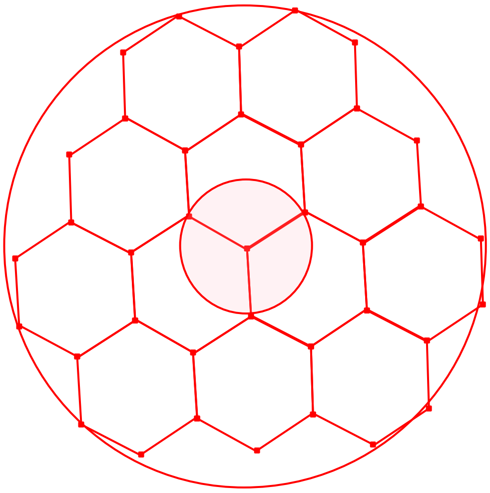
Teorema Pitàgores OMD

R=sqrt(13)

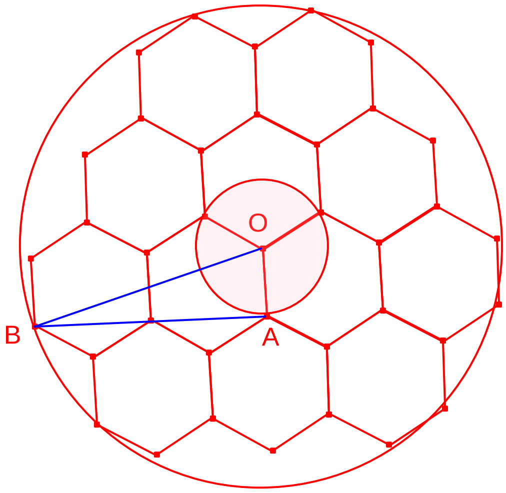
Proporció d'àrees:

[menuda]/[gran]=r^2/R^2=1/13

5139.- La figura està formada per una circumferència que conté dotze hexàgons regulars iguals i una circumferència. Calculeu la proporció entre les àrees dels dos cercles.



Solució:



OA=r=1

OB=R

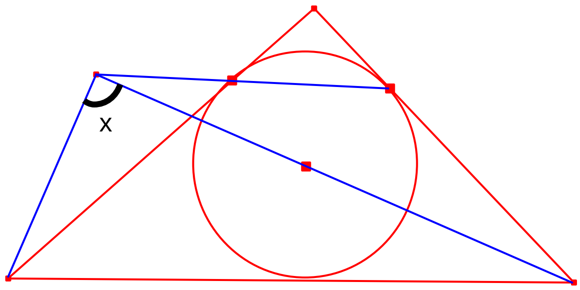
OM=2·sqrt(3)

R=sqrt(13)

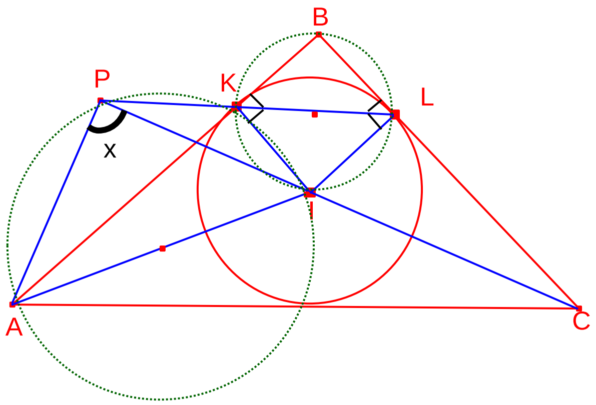
Proporció d'àrees:

[menuda]/[gran]=r²/R²=1/13

5140.- La figura està formada per un triangle la seua circumferència inscrita.
Calculeu la mesura de l'angle x que formen la recta que passa per dos punts de tangència i la recta que passa pe un vèrtex i l'incentre.



Solució:



angleAIK=90º-A/2

angleAIC=90º+B/2

BKIL cíclic

BK=BL

angleKIL=180º-B

angleeAIK=90º-A/2

anglePIK=B/2-A/2

anglePKA=angleBKL=90º-B/2

anglePKI=180-B/2

angleKPI=A/2

angleKAI=A/2

PAIK cíclic

x=angleAPI=angleAKI=90º