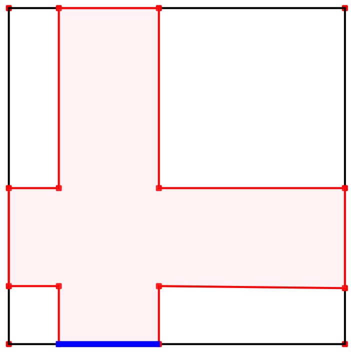
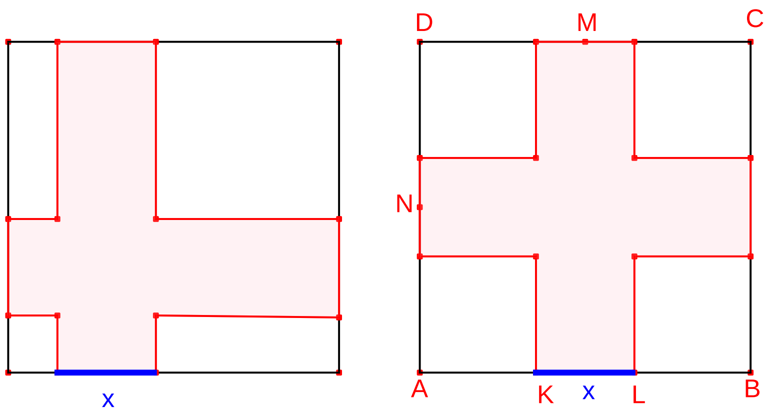
5151.- La figura està formada per un quadrat que conté dos rectangles iguals superposats.
Si cobreixen exactament la meitat de l'àrea del quadrat, calculeu l'amplada x



Solució:



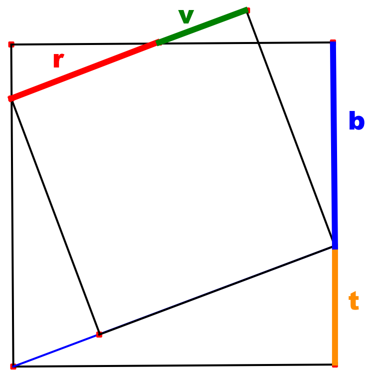
KL=1

AK=(1-x)/2

1·x+2·(1-x)/2·x=1/2

x=(2-sqrt(2))/2

5152.- La figura està formada per dos quadrats.
Proveu que $b : t = r : v$



Solució:
Siga el quadrat $ABCD$ de costat $AB = 1$
Siga $\overline{BF} = t, \overline{FC} = 1 - t$
Siga el quadrat $EFGH$ de costat $\overline{EF} = c$

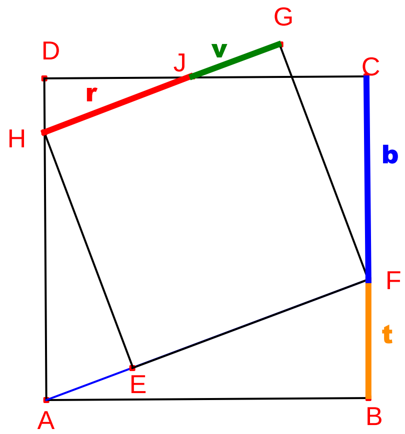
$$\frac{b}{t} = \frac{1-t}{t}$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{ABF}$

$$\overline{AF} = \sqrt{1+t^2}$$

$$c + tc = \sqrt{1+t^2}$$

$$c^2 = \frac{1+t^2}{(1+t)^2}$$



Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{ABF}, \overset{\Delta}{HEA}$ són semblants.
Aplicant el teorema de Tales:

$$\overline{AE} = tc$$

$$\overline{AH} = \frac{1+t^2}{1+t}$$

Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{JDH}, \overset{\Delta}{HEA}$ són semblants.
Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{r}{1 - \overline{AH}} = \frac{\overline{AH}}{\overline{AE}}$$

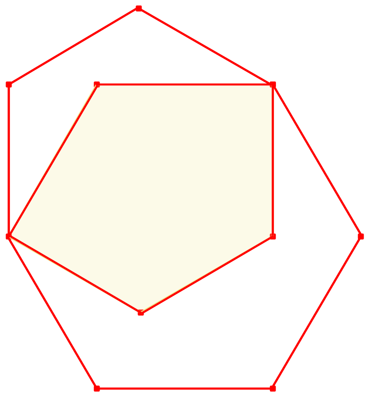
$$\frac{r(1+t)}{t(1-t)} = \frac{1+t^2}{t(1+t)c}$$

$$r = \frac{(1-t)(1+t^2)}{(1+t)^2 c}$$

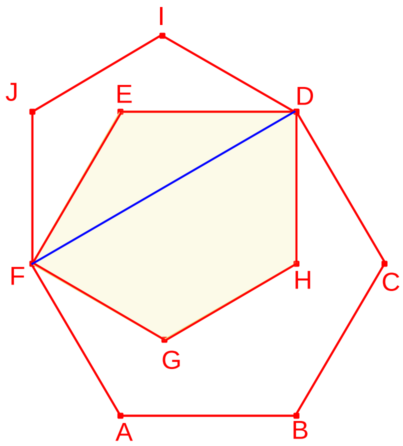
$$v = c - r = \frac{(1+t^2)t}{(1+t)^2 c}$$

$$\frac{r}{v} = \frac{1-t}{t} = \frac{b}{t}$$

5153.- La figura està formada per dos hexàgons regulars.
Calculeu la proporció entre l'àrea ombrejada, comuna als dos hexàgons i l'àrea total.



Solució:



2·GH=DF=AB·sqrt(3)

[ABCDEF]=6P

[GHDIJF]=6Q

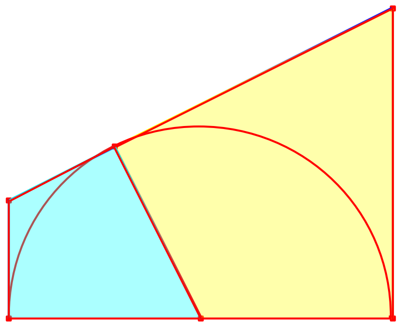
P/Q=(2/sqrt(3))²=4/3

[ABCDIJF] = 5P+3Q=(29/3)Q

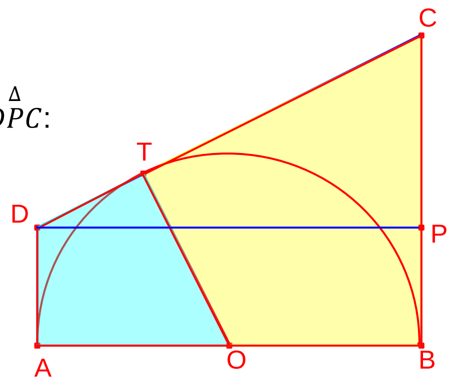
[GHDEF]=P+3Q=(13/3)Q

[GHDEF]/[ABCDIJF]=13/29

5154.- La figura està formada per una semicircumferència de radi 1 i dos quadrilàters ombrejats.
Si $\grave{a}reaGroga = \grave{a}reaBlava + 1$, calculeu $l'\grave{a}reaGroga$



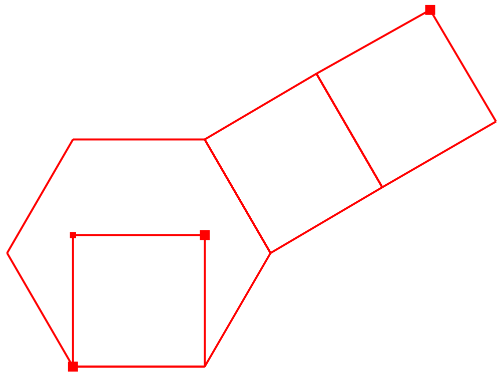
Solució:
Siga la semicircumferència de centre O i radi $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OT} = 1$
Siguen $\overline{AD} = \overline{DT} = a, \overline{BC} = \overline{BT} = 1$
$S_{DBCT} = b, S_{OTDA} = a$
$S_{OBCT} = S_{OTDA} + 1$
$b = a + 1$
Siga P la projecció de D sobre $\overline{BC}$



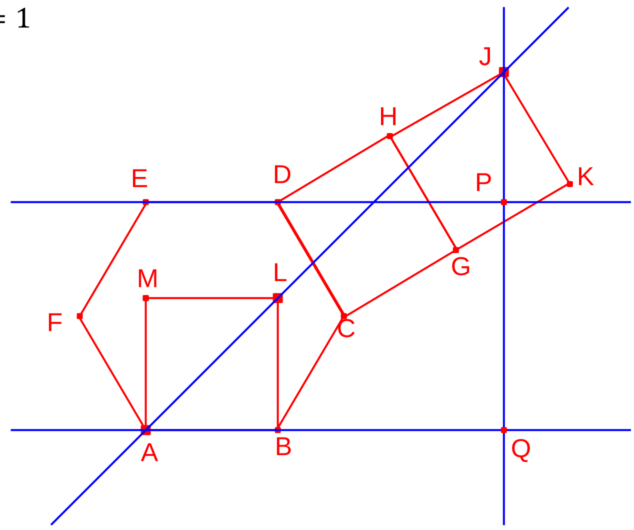
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{DPC}$:
$(a+b)^2 = 4 + (b-a)^2$
$ab = 1$
Resolent el sistema:
$$b = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \Phi$$

L'àrea del quadrilàter groc és:
$S_{DBCT} = b = \Phi$

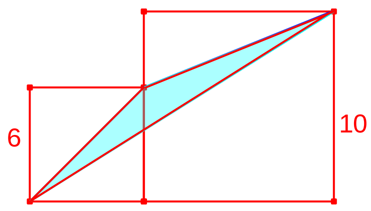
5155.- La figura està formada per un hexàgon regular i tres quadrats.
Proveu que els tres punts remarcats estan alineats.



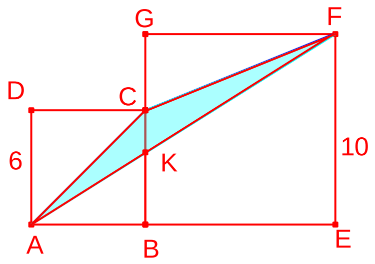
Solució:
Siga l'hexàgon regular $ABCDEF$ de costat $\overline{AB} = 1$
Siga Q la projecció de J sobre la recta AB.
Siga P la projecció de E sobre la recta QJ
$\angle JDP = 30°$
$\overline{JP} = \frac{1}{2}\overline{DJ} = 1, \overline{DP} = \overline{BQ} = \sqrt{3}$
$\overline{AQ} = \overline{JQ} = 1 + \sqrt{3}$
$\angle JAQ = \angle LAB = 45°$
Aleshores, els punts A, L, J estan alineats



5156.- La figura està formada per dos quadrats de costats, 6, 10.
Calculeu l’àrea del triangle ombrejat.

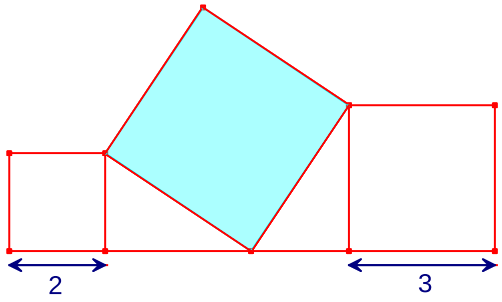


Solució:
Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = 6$
Siga el quadrat $BEFG$ de costat $\overline{BE} = 10$
Siga $\overline{BK} = x$

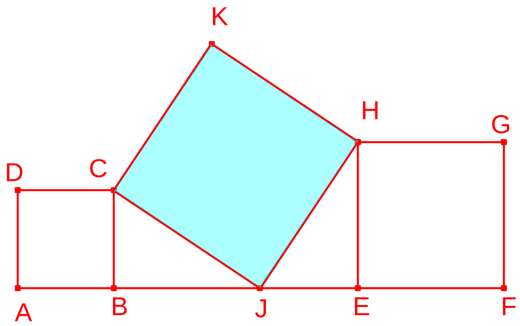


Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{ABK}, \overset{\Delta}{AEF}$ són semblants.
Aplicant el teorema de Tales:
$$\frac{x}{6} = \frac{10}{16}$$
Resolent l’equació:
$$x = \frac{15}{4}$$
$$\overline{CK} = 6 - \frac{15}{4} = \frac{9}{4}$$
L’àrea del triangle $\overset{\Delta}{AFC}$ és:
$$S_{AFC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{CF} \cdot \overline{AE} = \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{4} \cdot 16 = 18$$

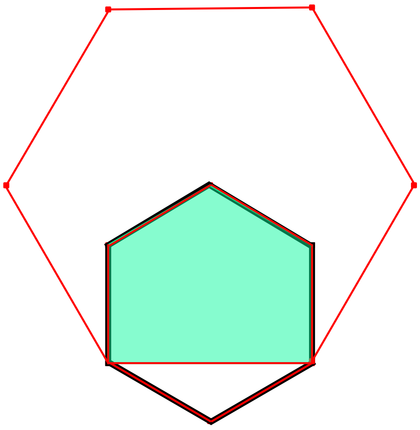
5157.- La figura està formada per tres quadrats dos d'ells de costats 2, 3
Calculeu l'àrea del triangle ombrejat.



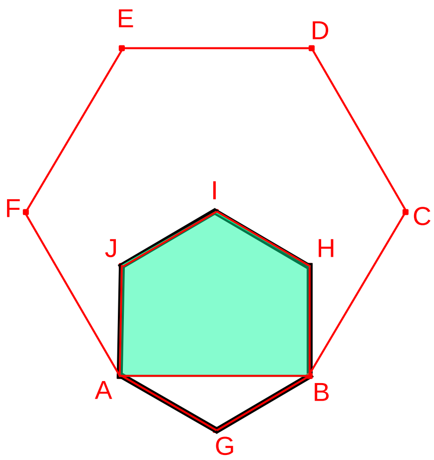
Solució:
Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = 2$
Siga el quadrat $EFGH$ de costat $\overline{EF} = 3$
Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{CBJ}, \overset{\Delta}{JEH}$ són iguals.
Aleshores. $\overline{BJ} = \overline{EH} = 3$
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{CBJ}$:
$\overline{CJ} = \sqrt{13}$
L'àrea del quadrat $EJHK$ és:
$S_{CJHK} = 13$



5158.- La figura està formada per dos hexàgons regulars.
Calculeu la proporció entre l’àrea ombrejada, comuna als dos hexàgons i l’àrea total.



Solució:



AB=AG·sqrt(3)

[AGBHIJ]=6P

[ABCDEF]=6Q

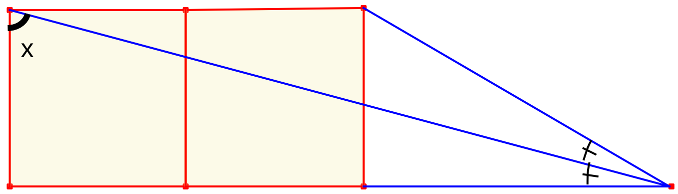
Q/P=3

[ABHIJ]=5P

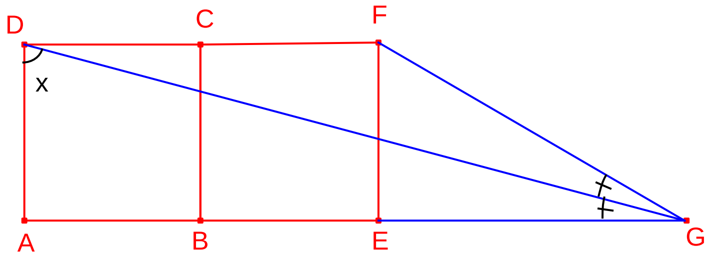
[AGBCDEF]=6Q+P=19P

[ABHIJ]/[AGBCDEF]=5/19

5159.- La figura està formada per dos quadrats.
Calculeu la mesura de l'angle x



Solució:



angleFDG=angleAGD=angleDGF

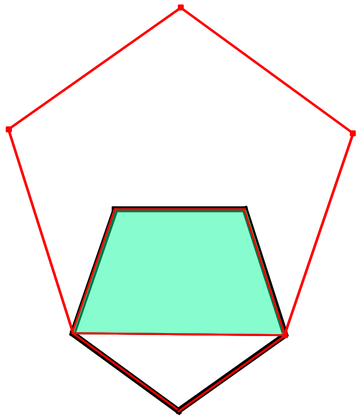
DF=GF

FE/GF=1/2

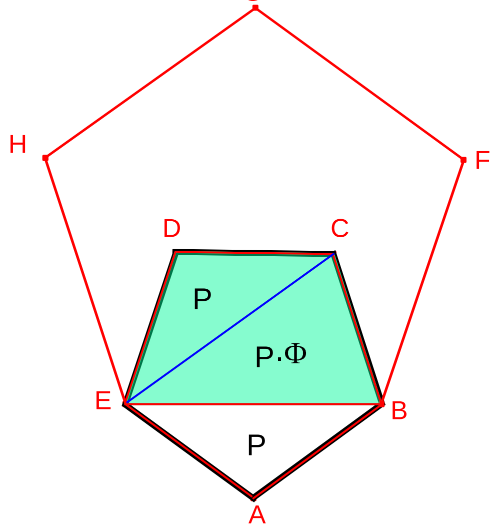
angleFGE=30º

x=75º

5160.- La figura està formada per dos pentàgons regulars.
Calculeu la proporció entre l'àrea ombrejada i l'àrea total



Solució:



$EB=AB\cdot\Phi$

$[EBFGH] = [ABCDE]\cdot\Phi^2$

$[EABFGH]=((2+\Phi)\cdot\Phi^2+1)\cdot P$

$[EBCD]=(1+\Phi)P=\Phi^2\cdot P$

$[EBCD]/[EABFGH]=1/4$