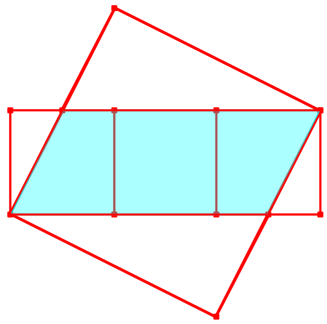
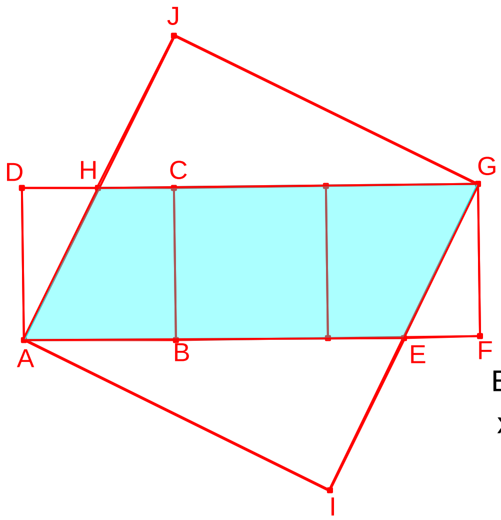
5171.- La figura està formada per quatre quadrats. Calculeu la proporció entre l'àrea ombrejada i l'àrea total de la figura.



Solució:



AB=1

AF=3

AG=sqrt(10)

GJ=sqrt(5)

DH=x

JH=sqrt(5)-sqrt(1+x²)

Els triangles ADH, GJH semblants

x/1 = (sqrt(5)-sqrt(1+x²))/sqrt(5)

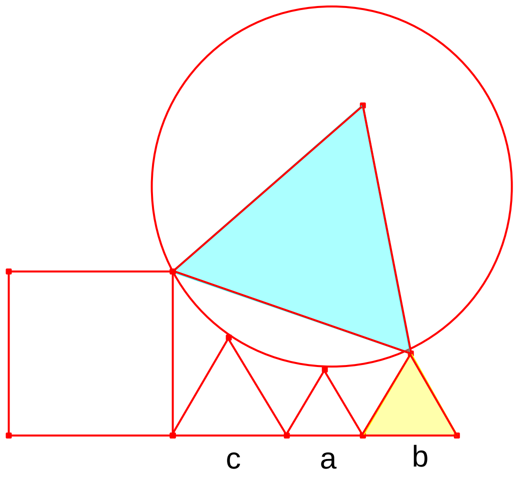
x=1/2

[AEGH]=5/2

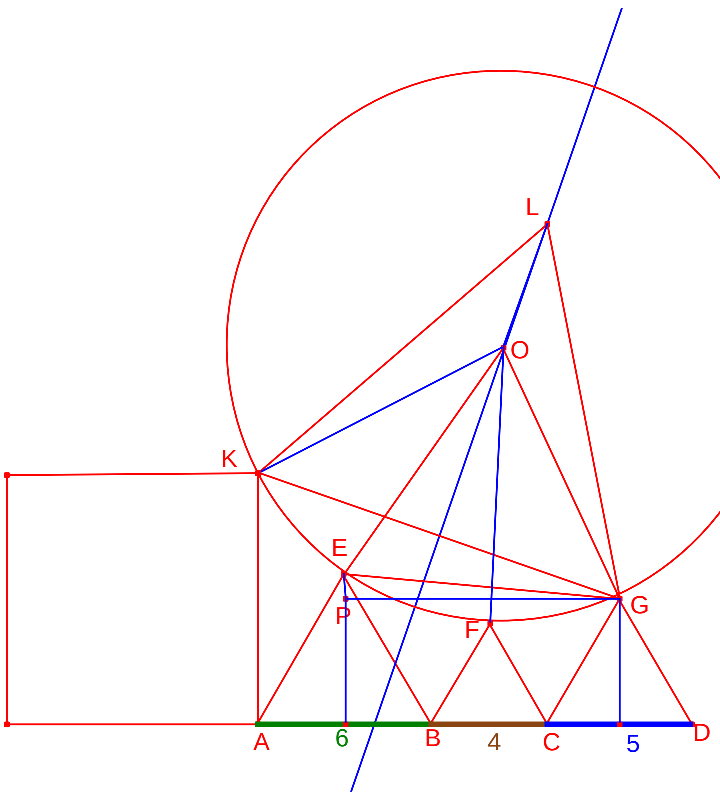
[AIEFGJHD]=3+5/2)=11/2

[AEGH]/[AIEFGJHD]=5/11

5172.- La figura està formada per quatre triangles equilàters, un quadrat i un cercle. Si $a : b : c = 4 : 5 : 6$, calculeu la proporció entre les àrees dels triangles equilàters blau i groc.



Solució:



O pertany a la mediagtriu GK
L pertany a la mediagtriu GK

angleKLO=angleGLO=30º

x=EF, y=FG, z=GE

x=2·sqrt(4), y=sqrt(21)

EP=(1/2)sqrt(3), PG=19/2

Teorema Pitàgores EPG

z=sqrt(91

Teorema cosinus EFG

angleEFG=150º

angleEOG=60º

angleFOG=angleKOE

KE=OL=FG=y

GL=c

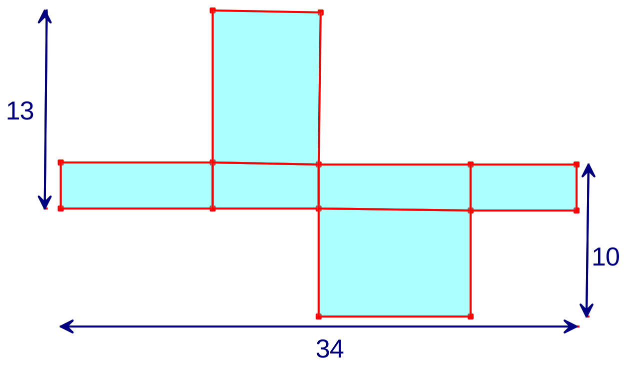
Teorema cosinus LOG

91=21+c²-3·sqrt(7)

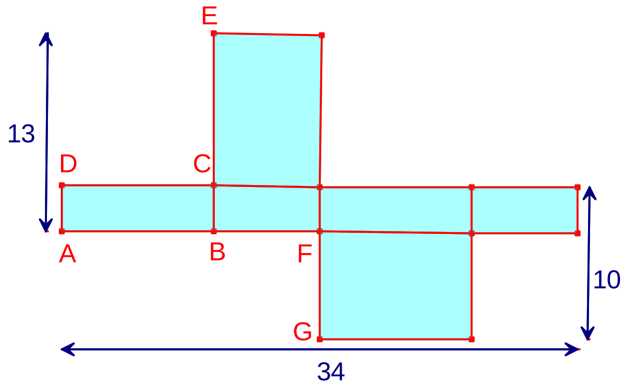
c=5·sqrt(7)

[KGL] / [CDG]=c²/5² =7

5173.- La figura representa el desenvolupament d’una caixa. Calculeu el seu volum.



Solució:



Siguen $\overline{AB} = \overline{CE} = a, \overline{BF} = \overline{FG} = b, \overline{AD} = c$

El volum de l’ortoedre és:

$V_{ortoedre} = abc$

$2a + 2b = 34$

$a + b = 17$

$a + b + 2c = 10 + 13 = 23$

$17 + 2c = 23$

$c = 3$

$a + c = 13$

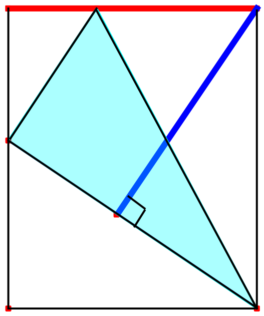
$a = 10$

$b + c = 10$

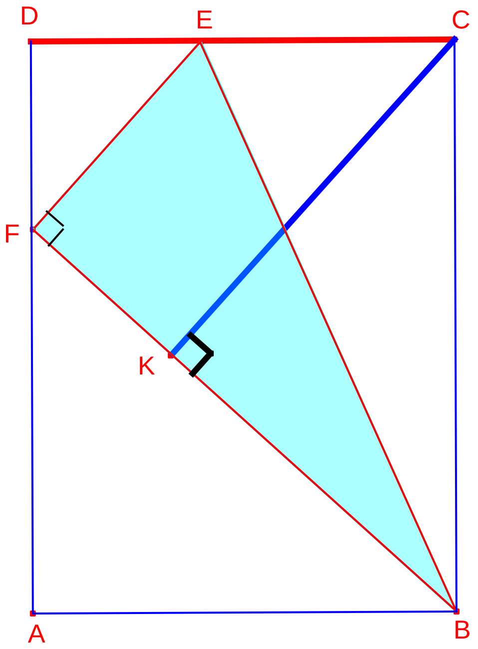
$b = 7$

$V_{ortoedre} = abc = 210$

5174.- El cantó d'un tros de paper rectangular es doblega cap endavant i cap enrere cap al costat oposat.
Calculeu la proporció entre els segments $vermell : blau$



Solució:



angleEFB=90º

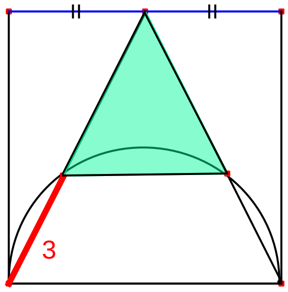
BC=BF=b
AB=CD=a

angleFED=angleKCD=angleAFB

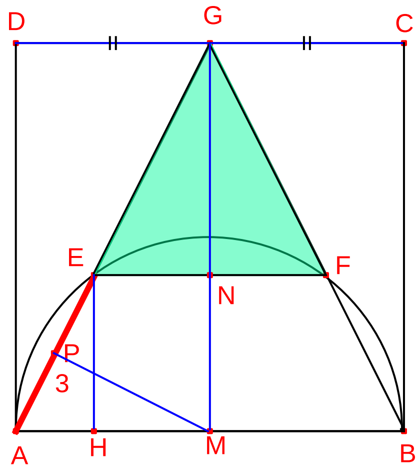
Triangles BKC, FAB són iguals
AB=CK

vermell : blau = 1 : 1

5175.- La figura està formada per un quadrat, dos triangles i una semicircumferència.
Calculeu l'àrea del triangle ombrejat.



Solució:



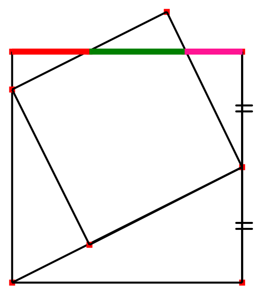
AB=2a
AM=a, MG=2a, AG=sqrt(5)
EF=3c, NG=2c

a=AM=(3/2)sqrt(5)
AH=(3/5)sqrt(5), EH=(6/5)sqrt(5)

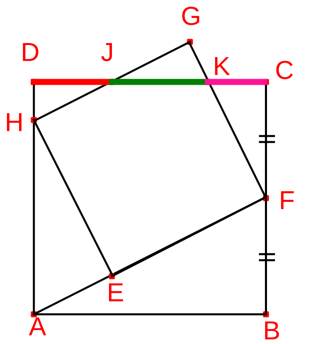
c=a-AH=(9/10)sqrt(5)

[EFG]=(1/2)2c·2c=2c²=81/10

5176.- La figura està formada per dos quadrats.
Calculeu la proporció entre els segments $roig : verd : rosa$



Solució:
Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = 1$
Siga el quadrat $EFGH$ de costat $\overline{EF} = d$
Siguen $\overline{DJ} = a, \overline{JK} = b, \overline{KC} = c$



$$\overline{AF} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{ABF}, \overset{\Delta}{HEA}$ són semblants.
Aplicant el teorema de Tales:

$$\overline{AE} = \frac{1}{2}d, \overline{AH} = \frac{\sqrt{5}}{2}d$$

$$\overline{AC} = \frac{3}{2}d = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$d = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\overline{DH} = 1 - \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{1}{6}$$

Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{ABF}, \ \overset{\Delta}{JDH}$ són semblants.
Aplicant el teorema de Tales:

$$a = 2 \cdot \overline{DH} = \frac{1}{3}$$

Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{ABF}, \ \overset{\Delta}{FCK}$ són semblants.
Aplicant el teorema de Tales:

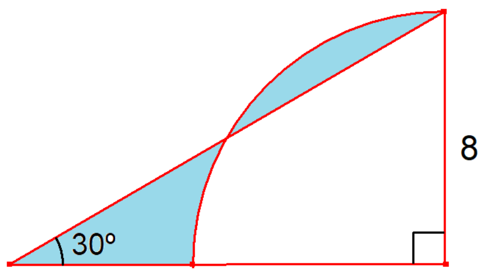
$$c = \frac{1}{4}$$

$$b = 1 - (a + c) = \frac{5}{12}$$

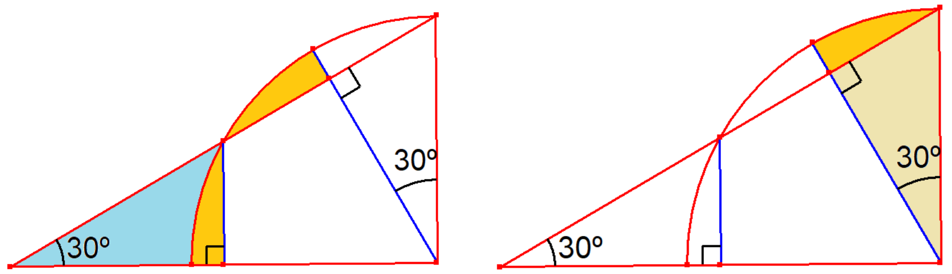
La proporció dels segments és:

$$a : b : c = \frac{1}{3} : \frac{5}{12} : \frac{1}{4} = 4 : 5 : 3$$

5177.- La figura està formada per un triangle rectangle i un quadrant. Calculeu l'àrea ombrejada.

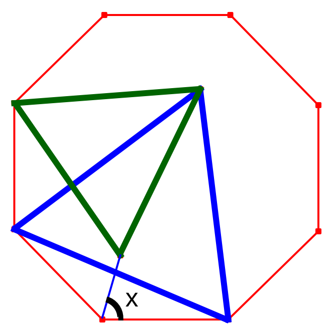


Solució:



$$S_{ombrejada} = \frac{1}{12}\pi \cdot 8^2 = \frac{16}{3}\pi$$

5178.- La figura està formada per un octògon regular i dos triangles equilàters.
Calculeu la mesura de l'angle x



Solució;
Siga l'octògon regular $ABCDEFGH$

Siga el triangle equilàter $\overset{\Delta}{BJH}$

Siga el triangle equilàter $\overset{\Delta}{GJK}$

$\angle HJG = \angle BLK$

Els triangles $\overset{\Delta}{HGJ}, \overset{\Delta}{BKJ}$ són iguals

Aleshores, $\overline{BK} = \overline{GH}$

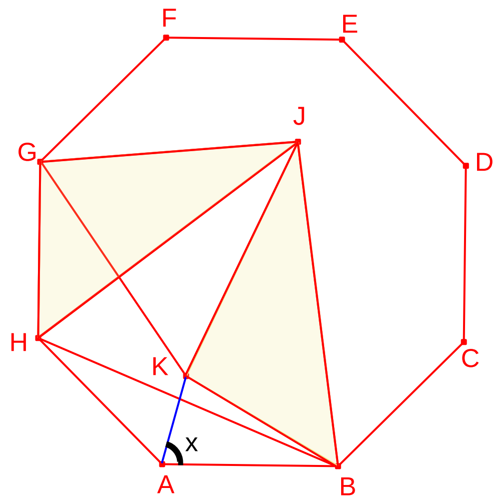
El triangle $\overset{\Delta}{ABK}$ és isòsceles.

$\angle KBJ = \angle GHJ = 135° - \left(\frac{45°}{2} + 60°\right) = \frac{105°}{2}$

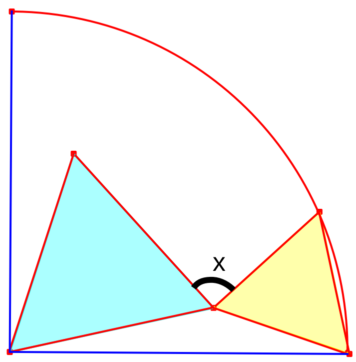
$\angle HBJ = 60° - \frac{105°}{2} = \frac{15°}{2}$

$\angle ABK = \frac{45°}{2} + \frac{15°}{2} = 30°$

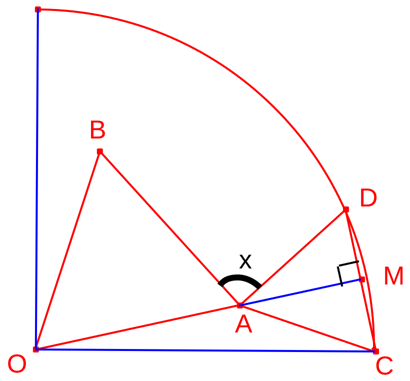
$x = 75°$



5179.- La figura està formada per un quadrant i dos triangles equilàters.
Calculeu la mesura de l'angle x



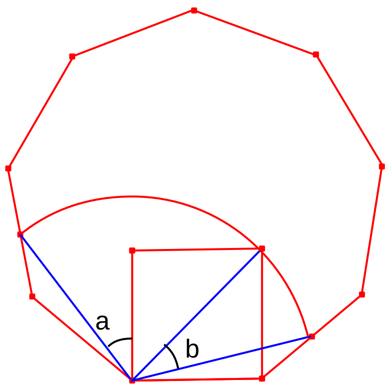
Solució:



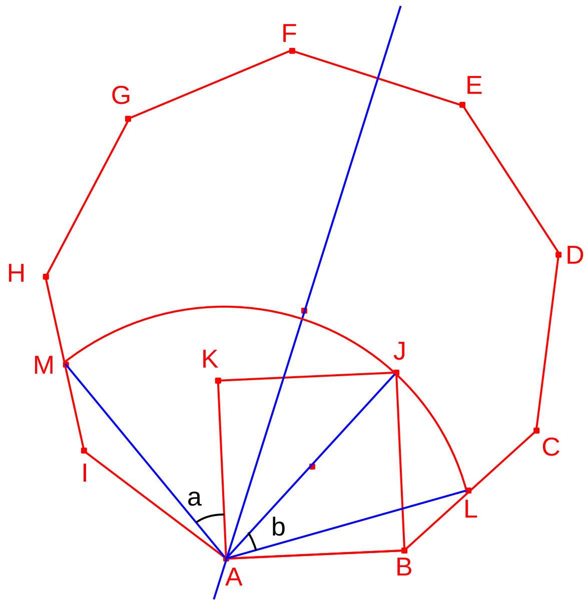
O, A, M alineats

x=90º

5180.- La figura està formada per un polígon regular de 9 costats i un quadrat.
Calculeu $a - b$



Solució:



Els triangles ABL, AIM són iguals

c=angleIAM=angleLAB

a+c=140º-90º=50º

b+c=45º

a-b=5º