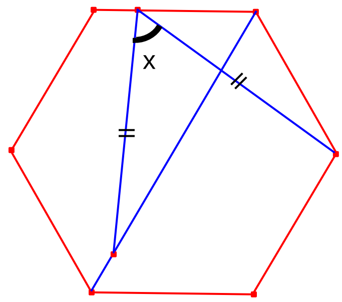
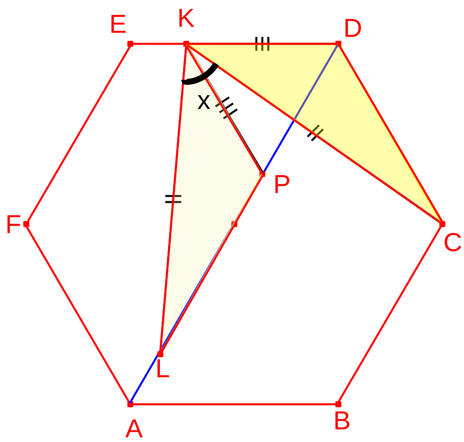
5221.- La figura està formada per un hexàgon regular, una diagonal i dos segments iguals. Calculeu la mesura de l'angle x



Solució:



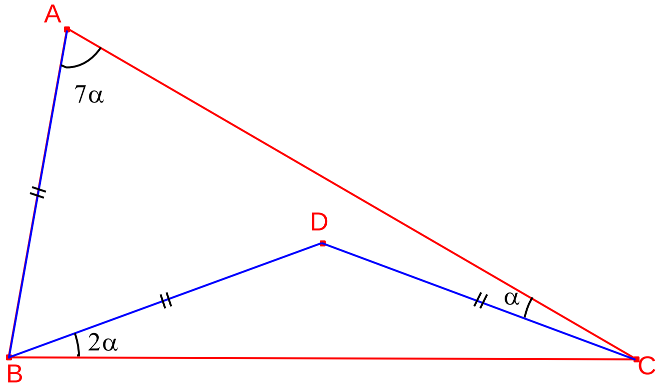
DKP equilàter

angleKDC=angleKPL=120º

Els triangles KLP, KCD iguals

x=angleLKC=60º

5222.- En el triangle de la figura calculeu la mesura de l'angle α



Solució:

Siga $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{CD} = c, \overline{BC} = a$

$\angle DCB = 2\alpha$

Aplicant el teorema dels sinus al triangle $\overset{\Delta}{ABC}$:

$$\frac{a}{\sin 7\alpha} = \frac{c}{\sin 3\alpha}$$

Aplicant el teorema dels sinus al triangle $\overset{\Delta}{BCD}$:

$$\frac{a}{\sin 4\alpha} = \frac{c}{\sin 2\alpha}$$

Dividint ambdues expressions:

$$\frac{\sin 4\alpha}{\sin 7\alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{\sin 3\alpha}$$

$$\frac{2\cos 2\alpha}{\sin 7\alpha} = \frac{1}{\sin 3\alpha}$$

$$2 \cdot \sin 3\alpha \cdot \cos 2\alpha = \sin 7\alpha$$

$$\sin 5\alpha + \sin \alpha = \sin 7\alpha$$

$$\sin 7\alpha - \sin 5\alpha = \sin \alpha$$

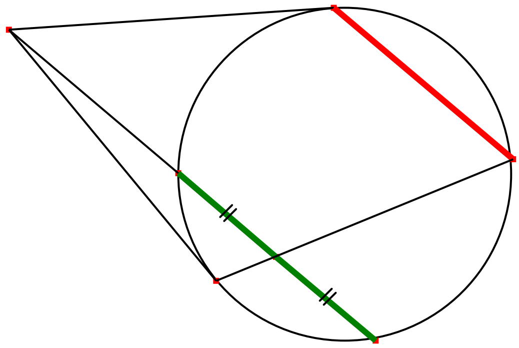
$$2 \cdot \cos 6\alpha \cdot \sin \alpha = \sin \alpha$$

$$\cos 6\alpha = \frac{1}{2}$$

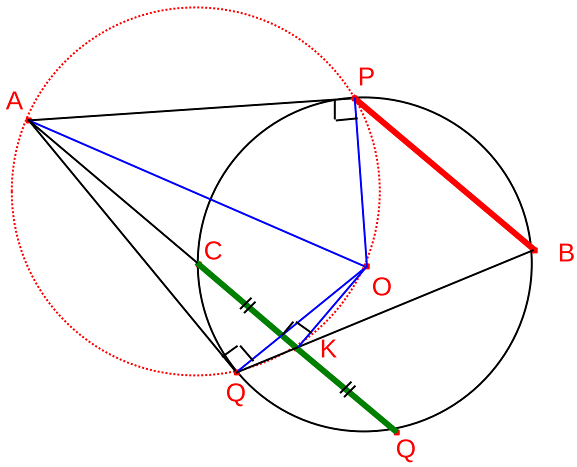
$$6\alpha = 60°$$

$$\alpha = 10°$$

5223.- La figura està formada per dues tangents, dues cordes i una secant a una circumferència.
Demostreu que els segments verd i roig són paral·lels



Solució:



anglePAO=angleQAO=x

angleAPO=angleAQO=90º

APOQ cíclic

angleAPO=angleAKO=90º

APOKQ cíclic

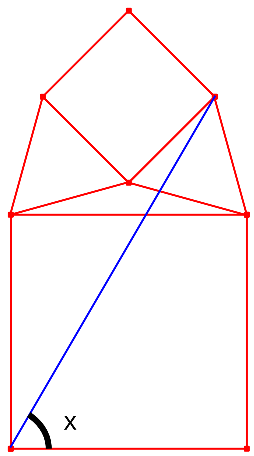
angleAKQ=angleAOQ=90º-x

anglePOQ=180º-2x

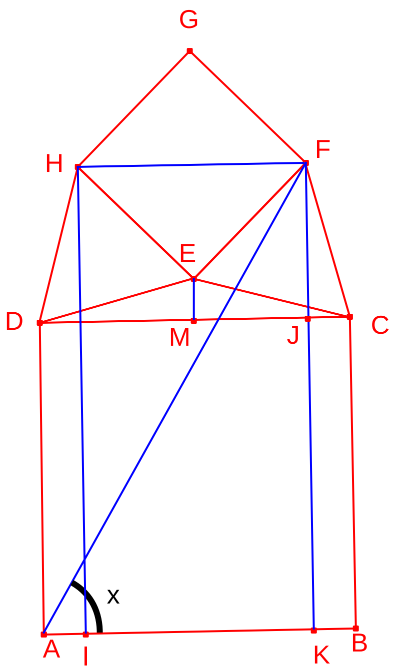
anglePBQ=90º-x

PB, CK paral·lels

5224.- La figura està formada per dos quadrats i dos triangles equilàters.
Calculeu la mesura de l'angle x



Solució:



CM=a, ME=b

Els triangles CME, FJC són iguals

CE=sqrt(a²+b²)

HF=sqrt(2(a²+b²))

IA=2a-2b

2(a+b)=sqrt(2(a²+b²))

a²+b²-4ab=0

b=(2-sqrt(3))·a

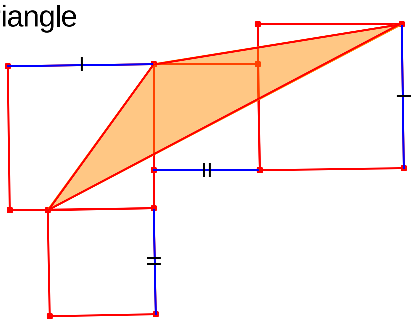
KF=3a

AK=2a-b=a·sqrt(3)

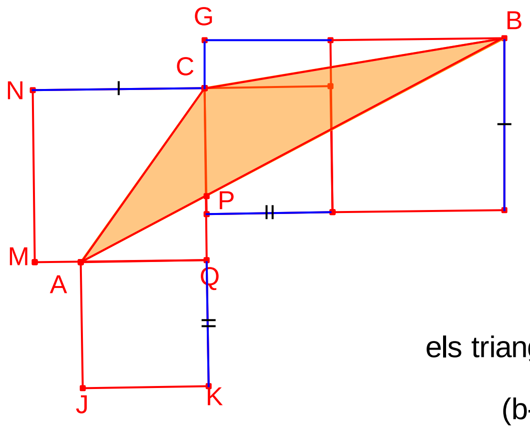
tan x = 3/sqrt(3)

x=60º

5225.- La figura està formada per quatre quadrats i un triangle ombrejat d'àrea 4.
Calculeu la suma de les àrees dels quatre quadrats.



Solució:



JK=a, MN=b, CP=x

2[ABC]=x(2a+b)=8

GP=b-a+x, BG=a+b

PQ=b-x, AQ=a

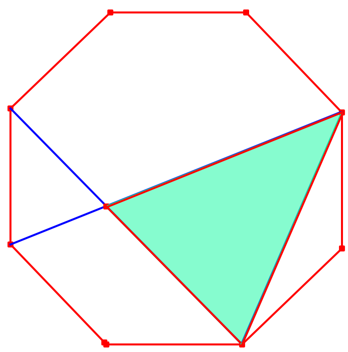
els triangles AQP, BGP semblants

(b-x)/a = (b-a+x)/(a+b)

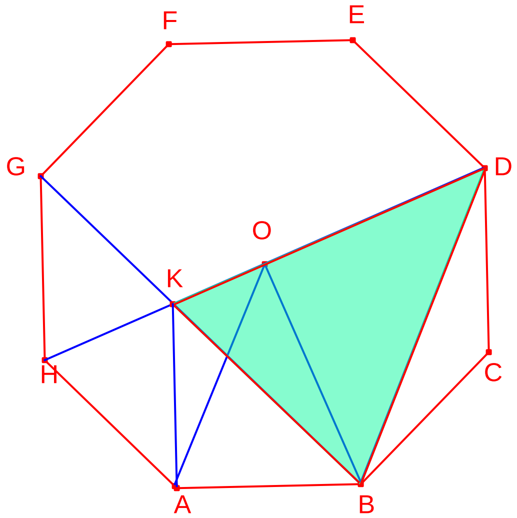
$x(2a+b)=a^2+b^2=8$

$[Total]=2(a^2+b^2)=16$

5226.- La figura està formada per un octògon regular i tres diagonals.
Calculeu la proporció entre l'àrea del triangle ombrejat i l'àrea de d'octògon regular.



Solució:



AB=1
BK=sqrt(2)

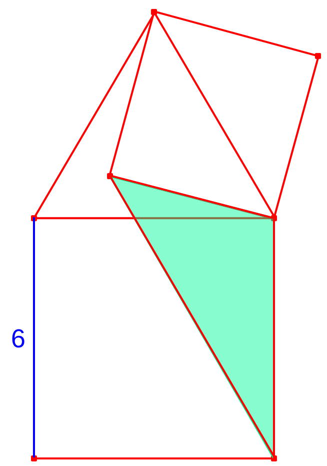
Els tgriangles ABO, KBD semblants

[KBD]=2·[ABO]

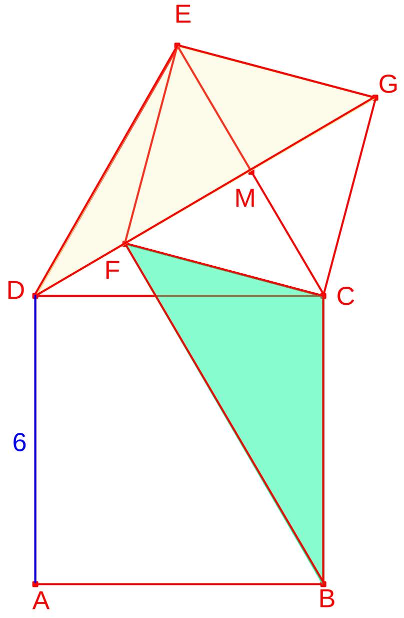
[ABCDEFFGGH]=8·[ABO]

[KBD]/[ABCDEFGH]=1/4

5227.- La figura està formada per dos quadrats i un triangle equilàter.
El quadrat gran té costat 6.
Calculeu l'àrea del triangle ombrejat.



Solució:



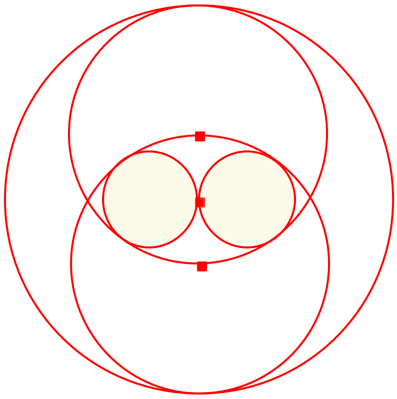
Els triangles BCF, DGE són iguals

CG=3·SQRT(2)

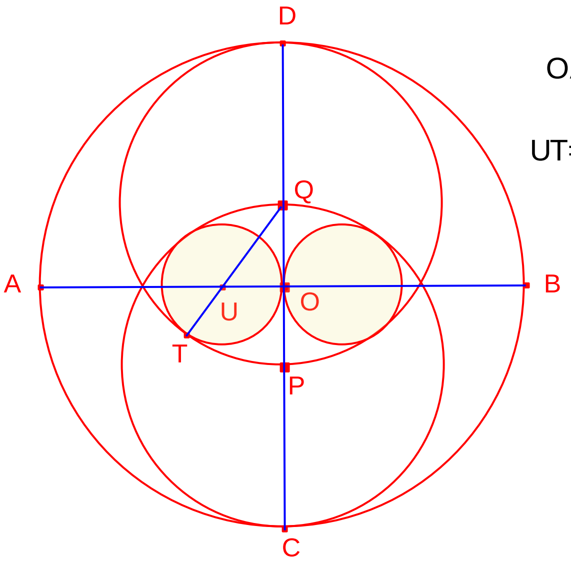
[BCF]=(1/2)[DCE]+(1/4)[CGEF]

[BCF]=(9/2)·(1+sqrt(3))

5228.- La figura està formada per cinc circumferències.
Calculeu la proporció entre l'àrea ombrejada i l'àrea del cercle exterior.



Solució:



$OA=OB=R$, $PC=PQ=DQ=r$

$r=(2/3)R$

$UT=UO=s$, $QU=r-s$, $OQ=r/2$

Teorema Pitàgores UOQ

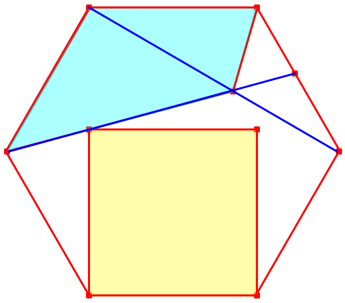
$(r-s)^2=s^2+r^2/4$

$s=(3/8)r=(1/4)R$

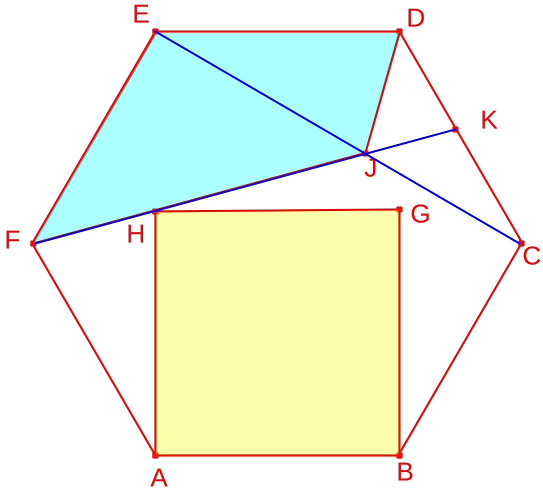
Proporció:

$2\cdot s^2/R^2=1/8$

5229.- La figura està formada per un hexàgon regular i un quadrat.
Calculeu la proporció entre les àrees del quadrilàter blau i del quadrat.



Solució:

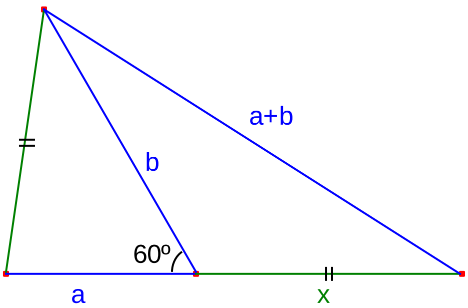


[FEJ]=(1/2)[ABGH]

[JED]=(1/4)[ABGH]

[AJDE]/[ABGH]=3/4

5230.- En la figura a, b, x són naturals.
Si a, i b són els valors mínims
Determineu el valor de x



Solució:

Aplicant el teorema del cosinus al triangle $\overset{\Delta}{ADC}$:

$x^2 = a^2 + b^2 - ab$

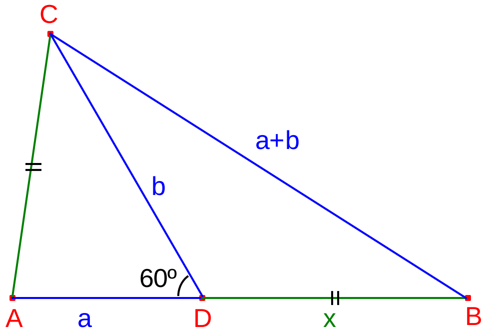
Aplicant el teorema del cosinus al triangle $\overset{\Delta}{CDB}$:

$(a + b)^2 = x^2 + b^2 + bx$

$a^2 + 2ab = x^2 - bx$

$a^2 + 2ab = a^2 + b^2 - ab - bx$

$x = 3a - b$



$(3a - b)^2 = a^2 + b^2 - ab$

$8a = 5b$

Els valors naturals
mínims són:

$a = 5, b = 8$

$x = 7$