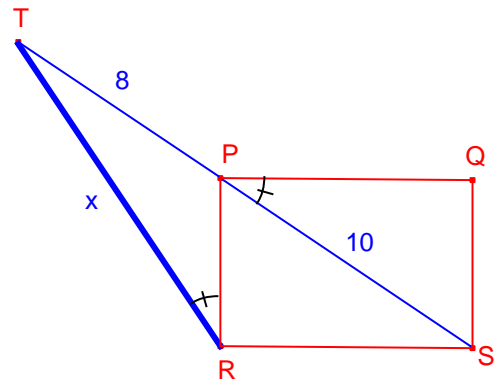


Problemes de Geometria per a l'ESO 525

5241.- La figura està formada per el rectangle $PQSR$, $\overline{PS} = 10$, $\overline{PT} = 8$, $\angle QPS = \angle TRP$.
Calculeu la mesura del segment \overline{RT}



Solució:

Siga $\angle QPS = \angle TRP = \angle RST = \alpha$

$\angle TRS = \angle TPR = 90^\circ + \alpha$

Els triangles $\overset{\Delta}{SRT}$, $\overset{\Delta}{RPT}$ són semblants.

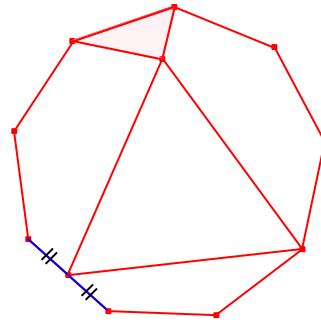
Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{x}{8} = \frac{10}{x}$$

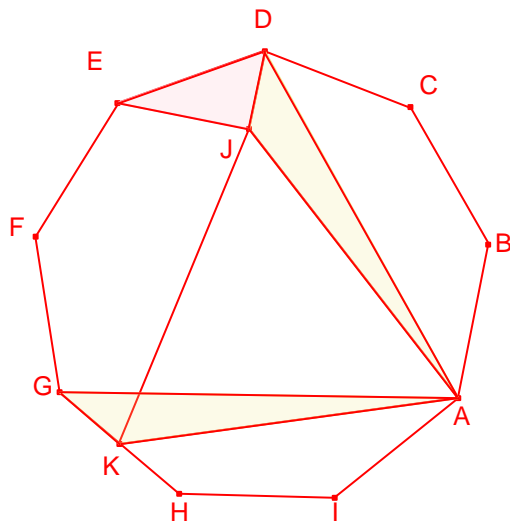
Resolent l'equació:

$$x = 12$$

5242.- La figura està formada per un polígon regular de 9 costats i u triangle equilàter. Calculeu la mesura dels angles del triangle ombrejat



Solució:



$$AB=1$$

Gir centre A i 60° transforma AJD en AKG
 $\text{angleJDA}=\text{angleKGA}=40^\circ$

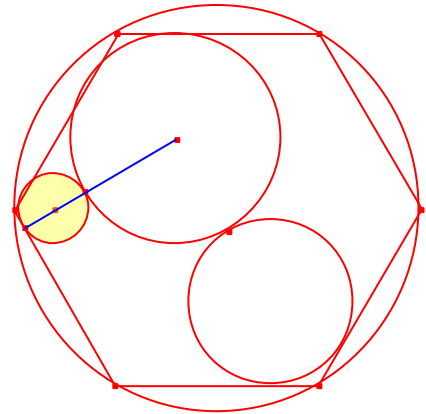
$$DJ=GK=1/2$$

$$\text{angleEDA}=100^\circ$$

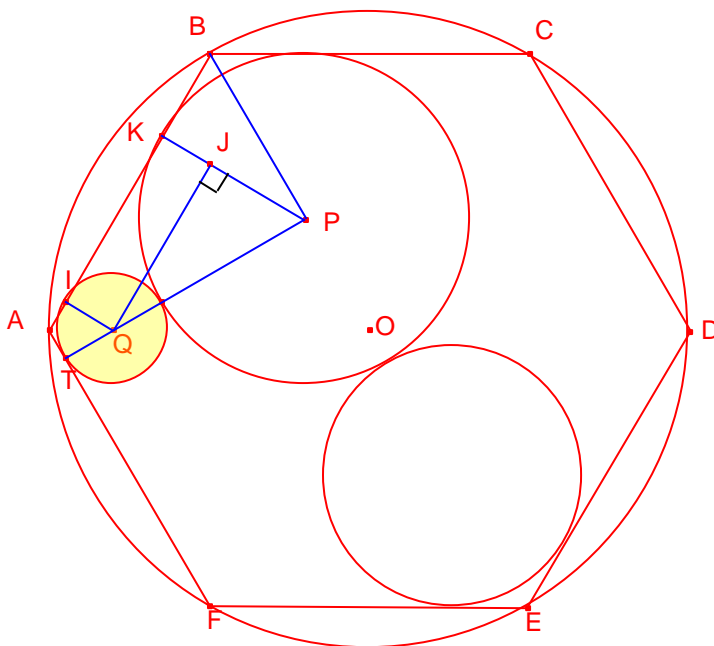
$$\text{angleEDJ}=60^\circ$$

$$\text{angleDEJ}=30^\circ, \text{angleEJD}=90^\circ$$

5243.- La figura està formada per un hexàgon regular, la seua circumferència circumscribida i tres circumferències interiors a l'hexàgon. Calculeu la proporció entre l'àrea del cercle ombrejat i l'àrea del cercle circumscribit a l'hexàgon regular.



Solució:



Siga la circumferència de centre P i radi $\overline{PK} = r$

Siga la circumferència de centre Q i radi $\overline{QT} = \overline{QI} = s$

$\angle TPK = 60^\circ$

$\overline{PQ} = r + s, \overline{PJ} = r - s$

$$\frac{r - s}{r + s} = \frac{1}{2}$$

$$r = 3s$$

Siga $R = \overline{OA} = \overline{AB}$ radi de la circumferència circumscribida a l'hexàgon regular.

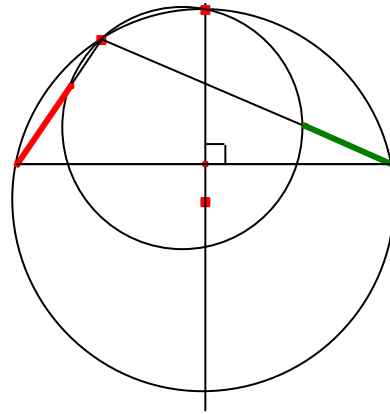
$$\overline{AI} = \frac{\sqrt{3}}{3}s, \overline{IK} = \overline{QJ} = \frac{\sqrt{3}}{2}(r + s), \overline{KB} = \frac{\sqrt{3}}{3}r$$

$$R = \frac{5\sqrt{3}}{6}(r + s) = \frac{10\sqrt{3}}{3}s$$

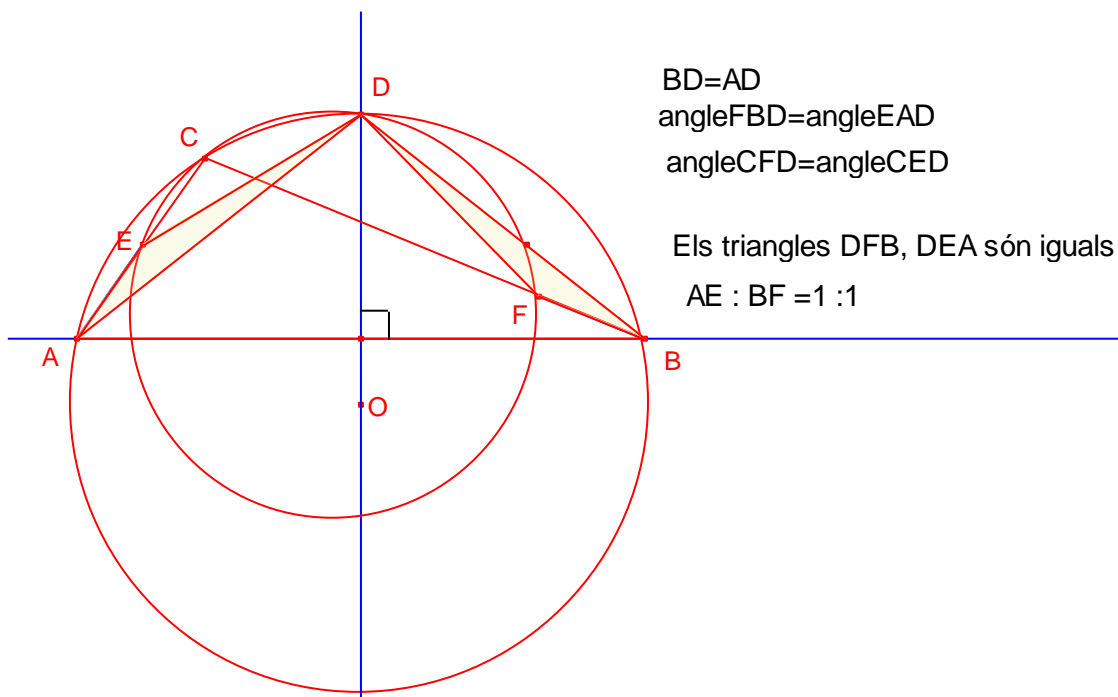
La proporció d'àrees és:

$$\frac{S_Q}{S_o} = \left(\frac{s}{R}\right)^2 = \frac{3}{100}$$

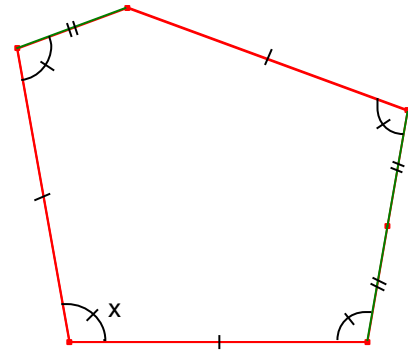
5244.- La figura està formada per un triangle i la
 seua circumferència circumscriu i una
 circumferència secant, més menuda.
 Es mostren els dos punts d'intersecció i el
 circumcentre del triangle.
 Calculeu la proporció dels segments *roig* : *verd*



Solució:



5245.- La figura està formada per un pentàgon que té quatre angles iguals, tres costats iguals. Calculeu la mesura de l'angle x



Solució:

Els triangles $\triangle ABM$, $\triangle DCM$, $\triangle AED$ són iguals.

Aleshores, el triangle $\triangle AMD$ és equilàter.

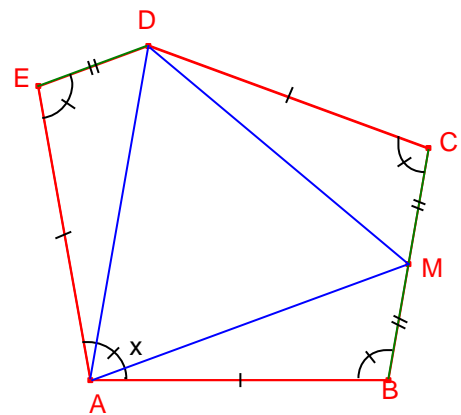
$$\angle AMB = \angle DMC = \angle EDA = 60^\circ$$

$$\angle MAB = \angle MDC = 120^\circ - x$$

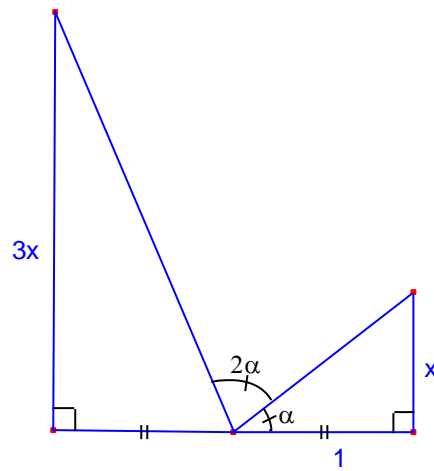
$$\angle EDC = 540^\circ - 4x$$

$$\angle MDC = 540^\circ - 4x - 120^\circ = 120^\circ - x$$

$$x = 100^\circ$$



5246.- La figura està formada per dos triangles rectangles.
 Calculeu la mesura de x



Solució:

$$\angle ABE = 180^\circ - 3\alpha$$

$$\tan \alpha = x$$

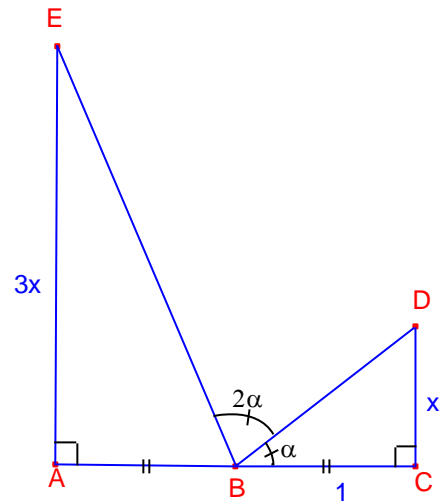
$$\tan 3\alpha = -3x = \frac{3 \cdot \tan \alpha - \tan^3 \alpha}{1 - 3 \cdot \tan^2 \alpha} = \frac{3x - x^3}{1 - 3x^2}$$

Simplificant:

$$-3 = \frac{3 - x^2}{1 - 3x^2}$$

Resolent l'equació:

$$x = \sqrt{\frac{3}{5}}$$

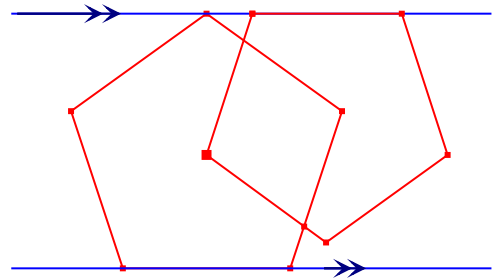


5247.- La figura està formada per dos pentàgon regulars.

El centre del pentàgon gran és vèrtex del menut.

Els costats dels pentàgons estan sobre dues rectes paral·leles

Calculeu la proporció entre les àrees dels dos pentàgons regulars.



Solució:

Siga el pentàgon regular $ABCDE$ de centre O i costat $\overline{AB} = c$

Siga el pentàgon regular $OPQRS$ de costat $\overline{OP} = d$

$\overline{AD}, \overline{OS}$ són paral·lels.

$$\angle DOS = 18^\circ$$

$$\angle DOC = 72^\circ, \angle OCD = 54^\circ$$

Siga $\overline{OD} = \overline{OC} = a$

Aplicant raons trigonomètriques al triangle rectangle $\triangle ODS$

$$\cos 18^\circ = \frac{a}{d}$$

Aplicant el teorema dels sinus al triangle $\triangle OCD$

$$\frac{a}{\sin 54^\circ} = \frac{c}{\sin 72^\circ}$$

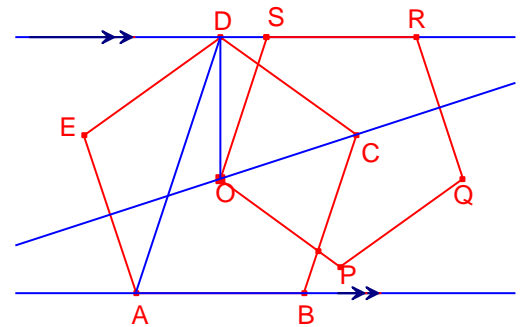
$$\frac{a}{c} = \frac{\sin 54^\circ}{\sin 72^\circ}$$

Multiplicant ambdues expressions:

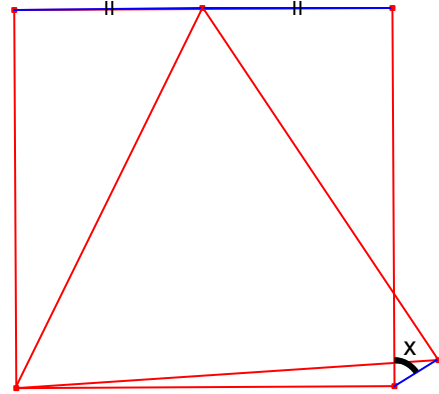
$$\frac{c}{d} = \frac{\cos 18^\circ \cdot \sin 72^\circ}{\sin 54^\circ} = \frac{\cos^2 18^\circ}{\cos 36^\circ} = \frac{1 + \cos 36^\circ}{2 \cos 36^\circ} = \frac{1 + \frac{\Phi}{2}}{2 \frac{\Phi}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

La proporció d'àrees és:

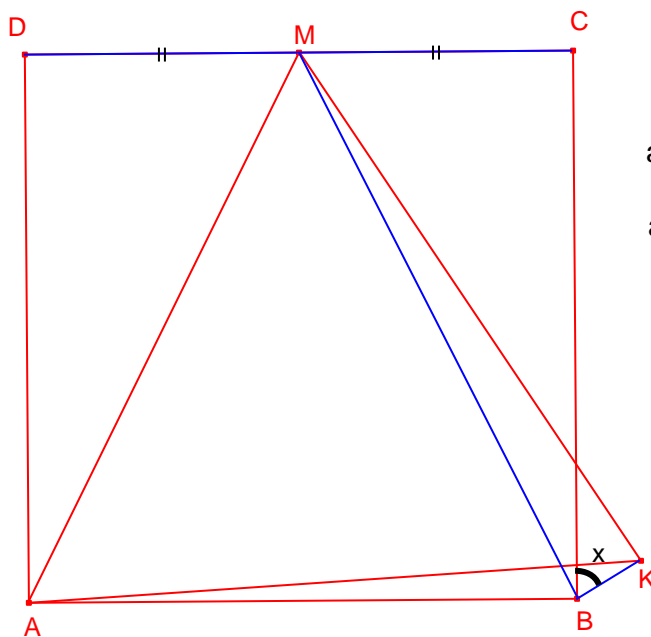
$$\frac{S_{OPQRS}}{S_{ABCDE}} = \left(\frac{d}{c}\right)^2 = \frac{4}{5}$$



5248.- La figura està formada per un quadrat i un triangle equilàter.
 Calculeu la mesura de l'angle x



Solució:



$$AM=BM=AK=MK$$

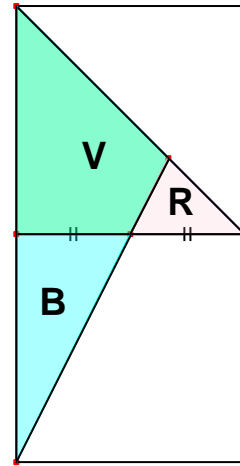
$$\text{angleDAM}=\text{angleCBM}=y$$

$$\text{angleBMK}=60^\circ-2y$$

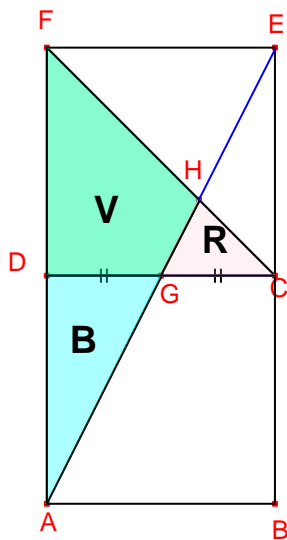
$$\text{angleMBK}=\text{angleMKB}=60^\circ+y$$

$$x=\text{angleCBK}=60^\circ$$

5249.- La figura està formada per dos quadrats.
 Calculeu la proporció d'àrees $R : B : V$



Solució:



$$[EFH]=4 \cdot [GCH]=4R$$

$$[CHE]=\frac{1}{4} \cdot [AHF]$$

$$[CHE]=\frac{V+B}{4}$$

$$[ADG]=[GCE]$$

$$B=R+\frac{V+B}{4}$$

$$3 \cdot B=V+4 \cdot R$$

$$[DCF]=2 \cdot [ADG]$$

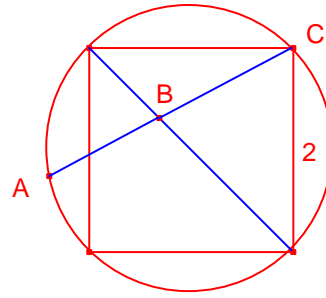
$$V+R=2B$$

$$B=3 \cdot R$$

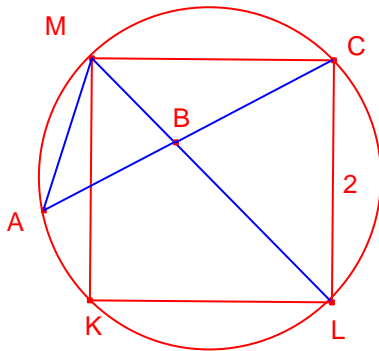
$$V=5 \cdot R$$

$$R : B : V = 1 : 3 : 5$$

5250.- La figura està formada per un quadrat de costat 2, inscrit en una circumferència. Calculeu $\overline{AC} \cdot \overline{BC}$



Solució:



$\text{angleMAC} = \text{angleCMB} = 45^\circ$
Els triangles AMC, MBC són semblants

$$2/BC = AC/2$$

$$BC \cdot AC = 4$$