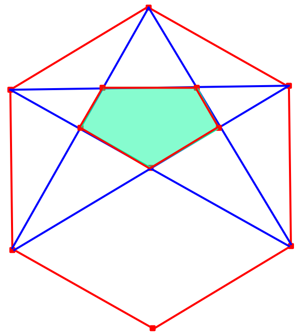
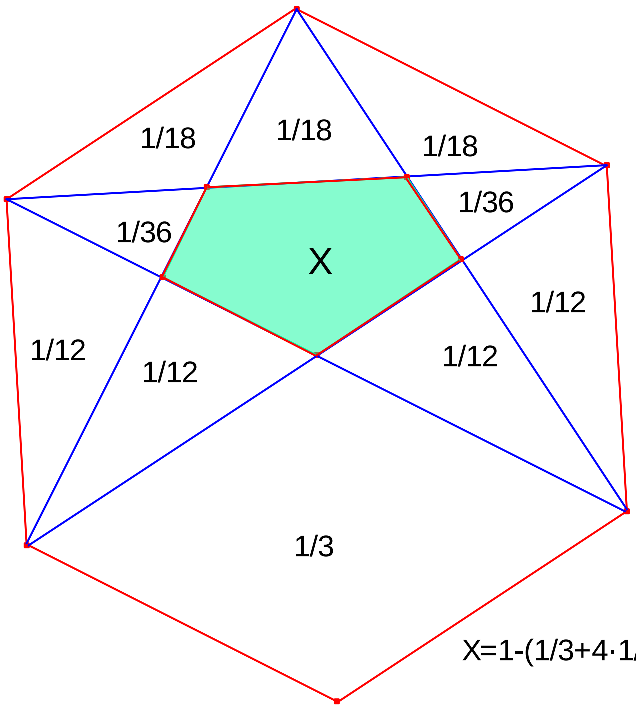
5291.- La figura està formada per un hexàgon regular i cinc diagonals.
Calculeu la proporció entre l'àrea del pentàgon ombrejat i l'àrea de l'hexàgon regular.

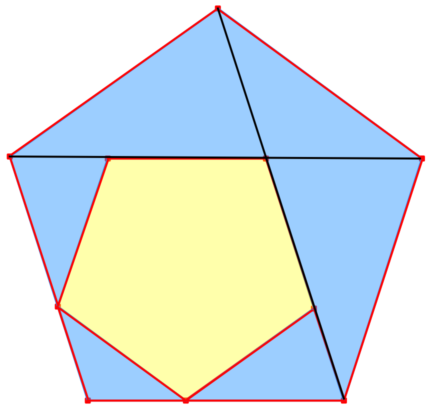


Solució:



$X=1-(1/3+4\cdot 1/12+3\cdot 1/18+2\cdot 1/36)=1/9$

5292.- La figura està formada per dos pentàgons regular i dues diagonals del pentàgon exterior. Calculeu la proporció entre l'àrea blava i l'àrea groga de la figura.



Solució:

Siga el pentàgon regular $ABCDE$ de costat $\overline{AB} = 1$

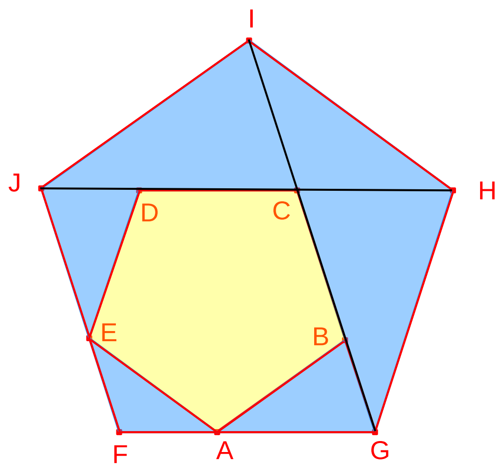
$$\overline{DJ} = \frac{1}{\Phi}$$

$$\overline{JI} = JC = 1 + \frac{1}{\Phi} = \Phi$$

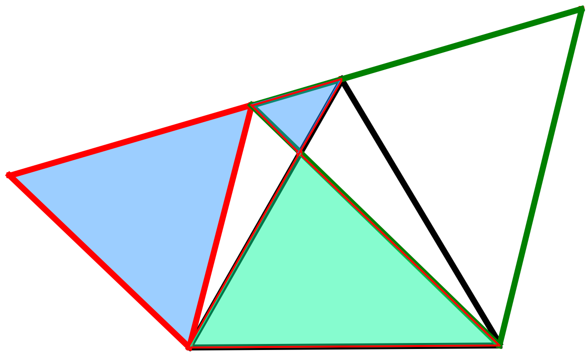
$$\frac{[blava] + [groga]}{[groga]} = \left(\frac{\overline{IJ}}{\overline{AB}}\right)^2 = \Phi^2$$

$$\frac{[blava]}{[groga]} + 1 = \Phi^2$$

$$\frac{[blava]}{[groga]} = \Phi$$



5293.- La figura està formada per tres triangles equilàters.
Calculeu la proporció entre l'àrea blava i l'àrea verda.

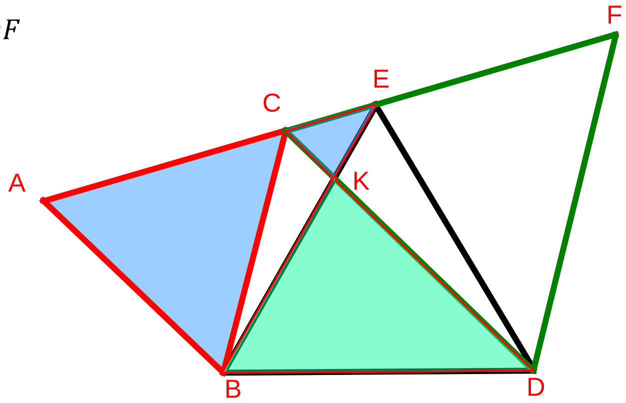


Solució:

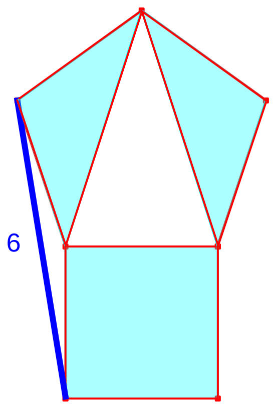
Siguen els triangles equilàters $\overset{\Delta}{ABC}, \overset{\Delta}{BDE}, \overset{\Delta}{CDF}$

$\angle ECD = 60°$

Els triangles $\overset{\Delta}{ABE}, \overset{\Delta}{CBD}$ són iguals.
Aleshores, $S_{ABC} + S_{CKE} = S_{BDK}$
L'àrea blava i l'àrea verda són iguals.

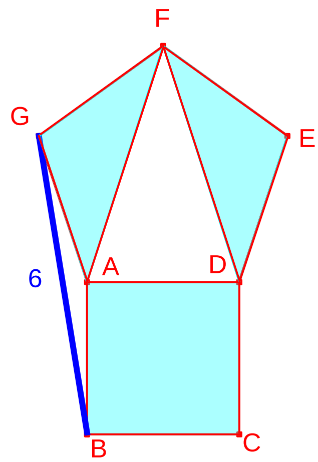


5394.- La figura està formada per un pentàgon regular i un quadrat.
Calculeu l'àrea de la zona ombrejada.

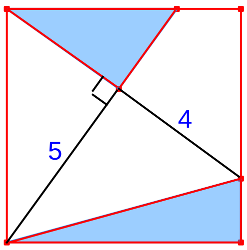


Solució:
Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = c$
Siga el pentàgon regular $ADEFG$ de costat $\overline{AD} = c$
$\angle GAB = 162°$

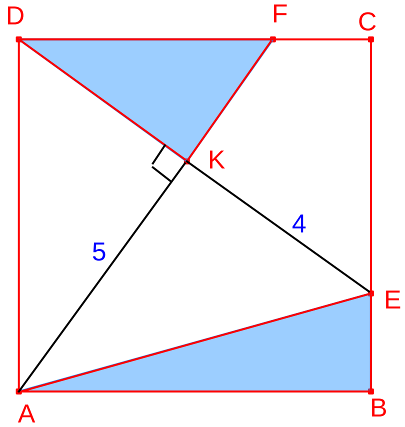
Aplicant el teorema del cosinus al triangle $\overset{\Delta}{BAG}$:
$36 = 2c^2 + c^2 \cdot cos18°$
$(1 + \cos 18°)c^2 = 18$
L'àrea blava és:
$S_{blava} = S_{ABCD} + 2 \cdot S_{AGF} = c^2 + c^2 \cdot \sin 108° = (1 + \cos 18°)c^2 = 18$



5395.- La figura està formada per un quadrat i dos segments perpendiculars.
Calculeu l'àrea de la zona blava.



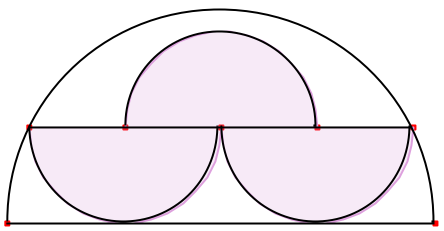
Solució:
Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = c$



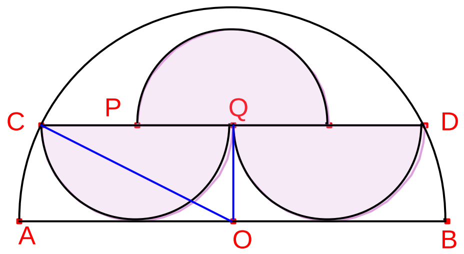
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{AKE}$:
$\overline{AE} = \sqrt{41}$
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{AKD}$:
$\overline{DK} = \sqrt{c^2 - 25}$

Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{AKD}, \overset{\Delta}{DCE}$ són semblants
Aplicant el teorema de Tales:
$$\frac{5}{c} = \frac{c}{4 + \sqrt{c^2 - 25}}$$
Resolent l'equació:
$$c^2 = \frac{5(13 + \sqrt{5})}{2}$$
$$\overline{DK} = \sqrt{c^2 - 25} = \sqrt{\frac{5(3 + \sqrt{5})}{2}}$$
Aplicant el teorema de la altura al triangle rectangle $\overset{\Delta}{ADF}$:
$$\frac{5(3 + \sqrt{5})}{2} = 5 \cdot \overline{KF}$$
$$\overline{KF} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{ABE}$:
$$\overline{BE} = \sqrt{41 - c^2} = \sqrt{\frac{17 - 5\sqrt{5}}{2}}$$
$$S_{DKF} = \frac{1}{2}\sqrt{c^2 - 25} \cdot \frac{3 + \sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2}\frac{5(13 + \sqrt{5})}{2} \cdot \frac{3 + \sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5(9 + 4\sqrt{5}}}{2} = \frac{5 + 2\sqrt{5}}{2}$$
$$S_{ABE} = \frac{1}{2}c \cdot \sqrt{\frac{17 - 5\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{2}\frac{5(13 + \sqrt{5})}{2} \cdot \sqrt{\frac{17 - 5\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5(49 - 12\sqrt{5}}}{2} = \frac{15 - 2\sqrt{5}}{2}$$
$$S_{blava} = S_{DKF} + S_{ABE} = \frac{5 + 2\sqrt{5}}{2} + \frac{15 - 2\sqrt{5}}{2} = 10$$

5296.- La figura està formada per quatre semicircumferències.
Les ombrejades són iguals.
Calculeu la proporció entre l'àrea ombrejada i l'àrea del semicercle exterior.

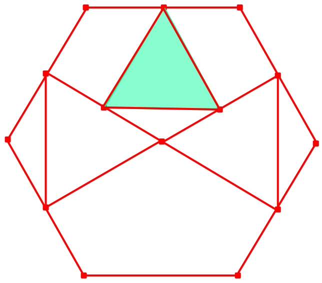


Solució:
Siga $\overline{PC} = \overline{OQ} = 1$
$\overline{CQ} = 2$
Siga $\overline{OC} = r$

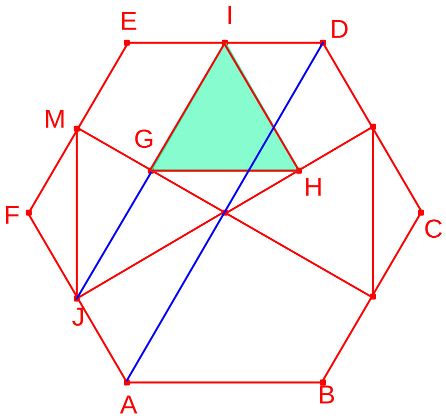


Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{CQO}$:
$r^2 = 5$
La proporció d'àrees és:
$$\frac{S_{ombrejada}}{S_O} = \frac{\frac{3}{2}\pi \cdot 1^2}{\frac{1}{2}\pi \cdot r^2} = \frac{3}{5}$$

5297.- La figura està formada per un hexàgon regular i tres triangles equilàters.
Calculeu la proporció entre l'àrea del triangle equilàter ombrejat i l'àrea de l'hexàgon regular.



Solució:



AB=1

AD=2

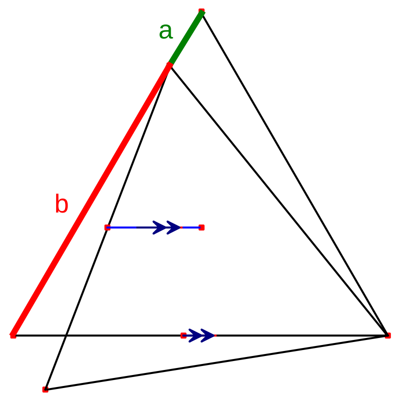
JI=(1+2)/2=3/2

FM=EM

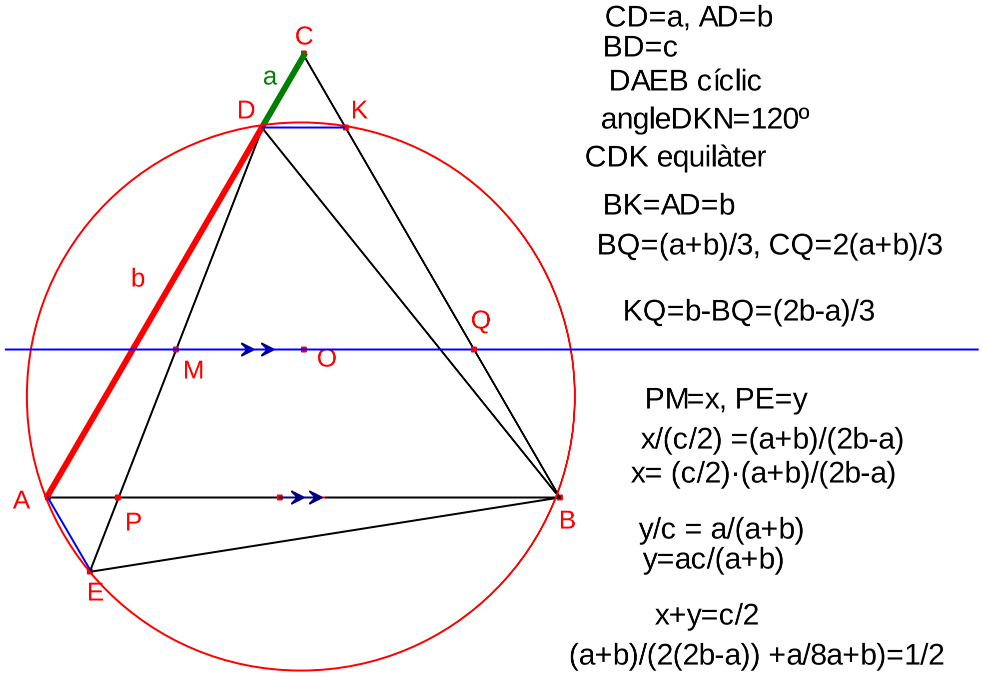
JG=GI=3/4

[GHI]/[ABCDEF] = (GI/AB)²/6=3/32

5298.- La figura està formada per dos triangles equilàters amb un vèrtex comú. La recta que passa pel centre del triangle gran i el punt mitjà del menut és paral·lel al costat del gran.
Calculeu la proporció entre el segment roig i el segment verd.



Solució:



CD=a, AD=b
BD=c
DAEB cíclic
angleDKN=120º
CDK equilàter

BK=AD=b
BQ=(a+b)/3, CQ=2(a+b)/3

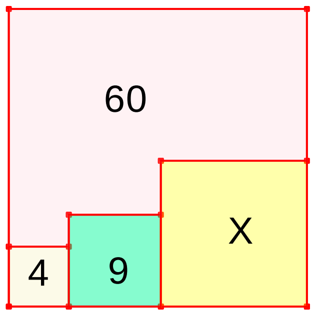
KQ=b-BQ=(2b-a)/3

PM=x, PE=y
x/(c/2) =(a+b)/(2b-a)
x= (c/2)·(a+b)/(2b-a)

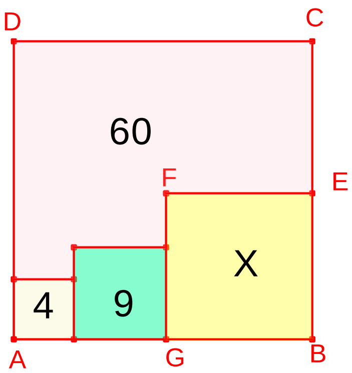
y/c = a/(a+b)
y=ac/(a+b)

x+y=c/2
(a+b)/(2(2b-a)) +a/8a+b)=1/2
b=5a

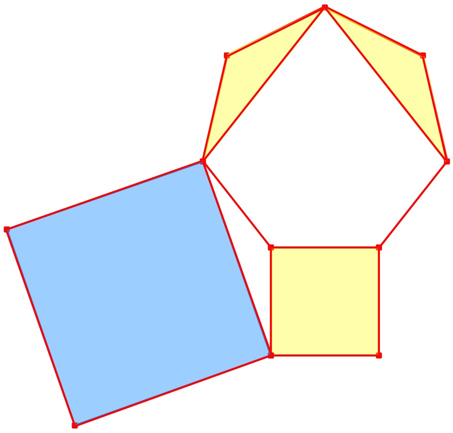
5299.- La figura està formada per un quadrat que conté tres quadrats sobre un costat.
El quadrat s'ha dividit en quatre parts d'àrees 4, 9, 60 i X
Calculeu l'àrea X.



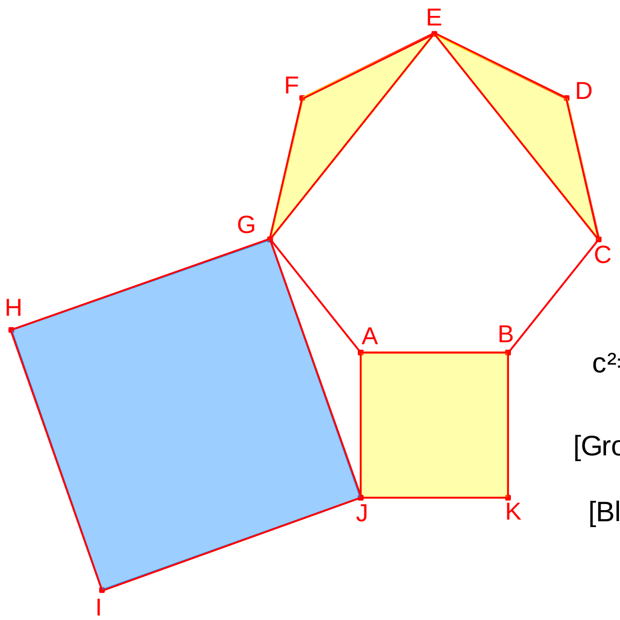
Solució:
Siga el quadrat $BEFG$ de costat $\overline{BE} = c$
Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = c + 5$
L'àrea del quadrat $ABCD$ és:
$(c + 5)^2 = 4 + 9 + 60 + c^2$
$c = \frac{24}{5}$
L'àrea del quadrat $BEFG$ és:
$S_{BEFG} = c^2 = \frac{576}{25}$



5300.- La figura està formada per un heptàgon regular i dos quadrats.
Calculeu la proporció entre l'àrea b lava i l'àrea groga.



Solució:



AB=1

JG=c

angleGAJ=(11/14)Pi

angleGFE=(5/7)Pi

teorema cosinus AGJ

$c^2=2-2\cdot\cos((11/14)PI)=2(1+\sin((5/7)Pi)$

[Groc]=1+sin((5/7)Pi)

[Blau]/[Groc]=2