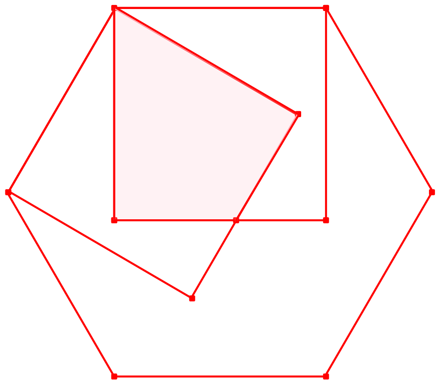
5421.- La figura està formada per un hexàgon regular i dos quadrats sobre dos costats contigus. Calculeu la proporció entre l'àrea de la intersecció dels dos quadrat i l'àrea de l'hexàgon regular.



Solució:

Siga l'hexàgon regular $ABCDEF$ de costat $\overline{AB} = 1$

$\angle FEJ = \angle DEL = 30°$

$\angle JEL = 120° - 2 \cdot 30° = 60°$

El triangle $\overset{\Delta}{EJL}$ és equilàter.

$\overline{JL} = 1$

$\angle KEL = 30°$

$\overline{EK} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

L'àrea del cometa $EJKL$ és:

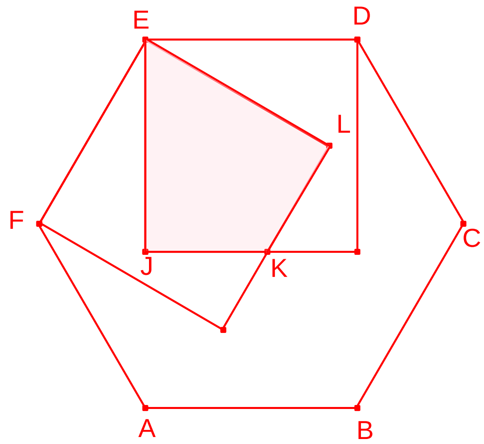
$S_{EJKL} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

L'àrea de l'hexàgon regular és:

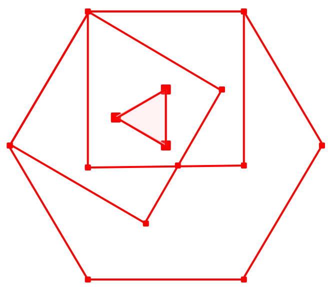
$S_{ABCDEF} = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

La proporció d'àrees és:

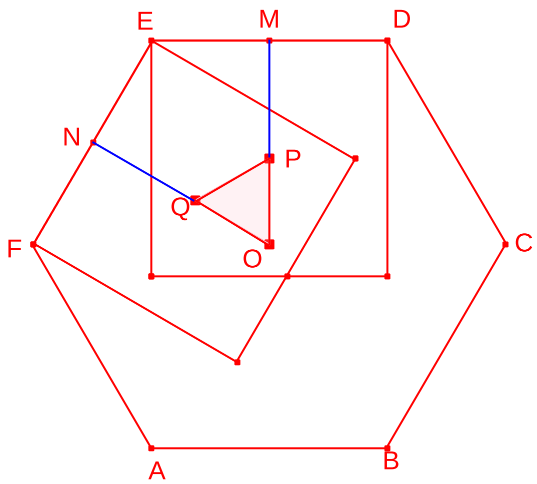
$$\frac{S_{EJKL}}{S_{ABCDEF}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{9}$$



5422.- La figura està formada per un hexàgon regular i dos quadrats sobre dos costats contigus.
Classifiqueu el triangles format pels centres de l'hexàgon i els dos quadrats.
Calculeu la proporció entre l'àrea del triangle anterior i l'àrea de l'hexàgon regular

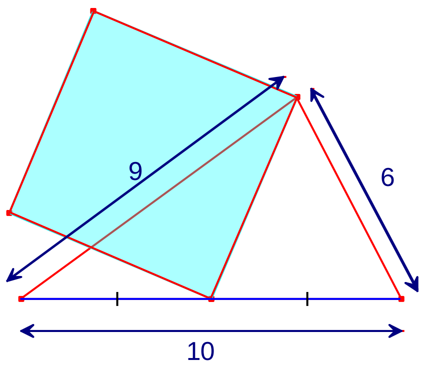


Solució:
Siga l'hexàgon regular $ABCDEF$ de costat $\overline{AB} = 1$
Siguen P, Q els centre dels quadrats de costats $\overline{DE}, \overline{EF}$, respectivament.
Siga O el centre de l'hexàgon regular.
Siga M el punt mig del costat $\overline{DE}$
Siga N el punt mig del costat $\overline{EF}$

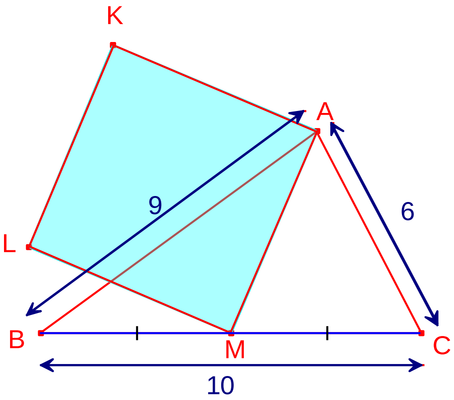


$$\overline{MO} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \overline{MP} = \frac{1}{2}$$
$$\overline{OP} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$
$$\angle NEM = 120°$$
$$\angle EQP = \angle EPQ = 75°$$
$$\angle MPO = \frac{540° - (120° + 90° + 90°)}{2} = 120°$$
Aleshores:
$$\angle QPO = \angle PQO = 60°$$
Aleshores el triangle $\overset{\Delta}{OPQ}$:és equilàter.
$$S_{OPQ} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}-3}{8}$$
L'àrea de l'hexàgon regular és:
$$S_{ABCDEF} = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$
La proporció d'àrees és:
$$\frac{S_{OPQ}}{S_{ABCDEF}} = \frac{\frac{2\sqrt{3}-3}{8}}{\frac{3\sqrt{3}}{2}} = \frac{2-\sqrt{3}}{12}$$

5423.- La figura està formada per un triangle de costats 10, 6, 9.
Calculeu l'àrea del quadrat ombrejat.



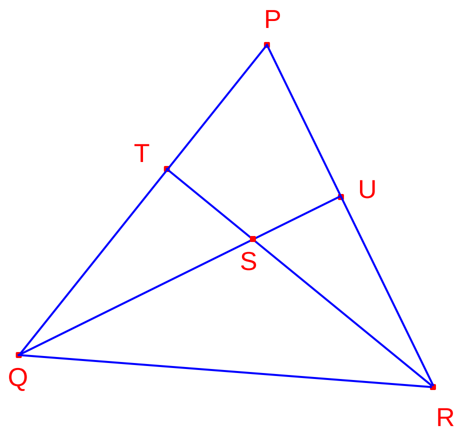
Solució:



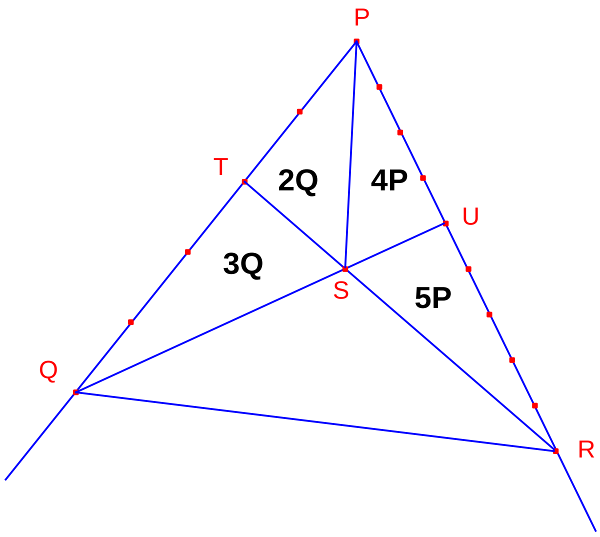
AM mitjana del triangle ABC

$AM^2=[AKLM]=(2\cdot6^2+2\cdot9^2-10^2)/4=67/2$

5434.- En la figura $\overline{PT} : \overline{QT} = 2 : 3, \overline{PU} : \overline{RU} = 4 : 5$
Determineu les raons dels segments:
$\overline{TS} : \overline{RT}, \overline{US} : \overline{QS}$



Solució:



[QRS]=X

X+5P)/(4P+5Q)=5/4

X=(25/4)Q

TS/RS = [QST]/[QRS] = 12/25

[PTS]/[PSR] = [QTS]/[QRS] = TS/RS

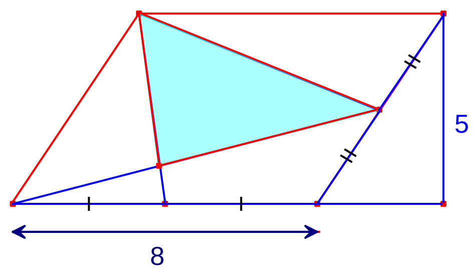
2Q/(9P)=12/25

Q=(54/25)P

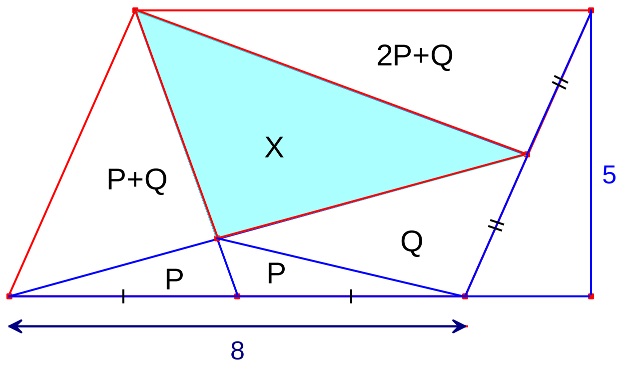
[PUS]/[PQS] = US/QS

US/QS = 4P/(5Q) = 10/27

4525.- La figura està formada per un paral·lelogram de base 8 i altura 5. Calculeu l'àrea del triangle ombrejat.



Solució:



P+Q+X=2(2P+Q)

X=3P+Q

Q/(2P) = X/(P+Q)

2P+Q=40/4=10

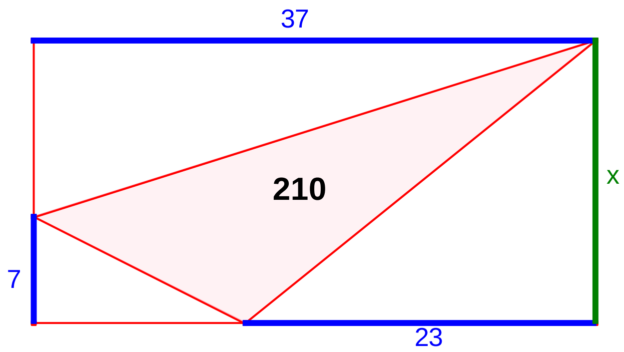
Q^2-PQ-6P^2=0

Q=3P

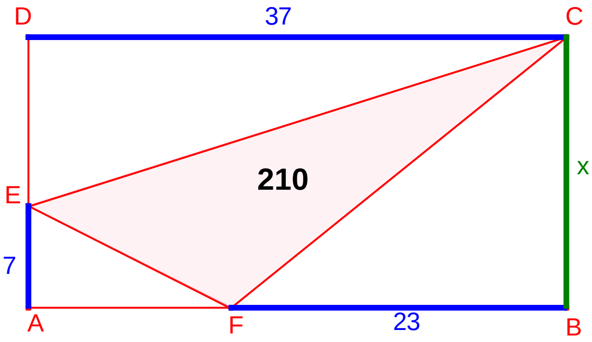
P=2, Q=6

X=12

5426.- La figura està formada per un rectangle que conté un triangle d'àrea 210. Calculeu la mesura del costat x



Solució:



AF=14

[AFE]=49

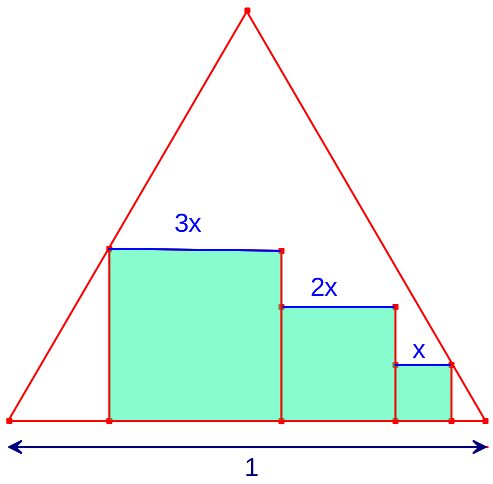
[FBC]=23x/2

[EDC]=37(x-7)/2

[ABCD]=37x = 210+49+(60x-259)/2

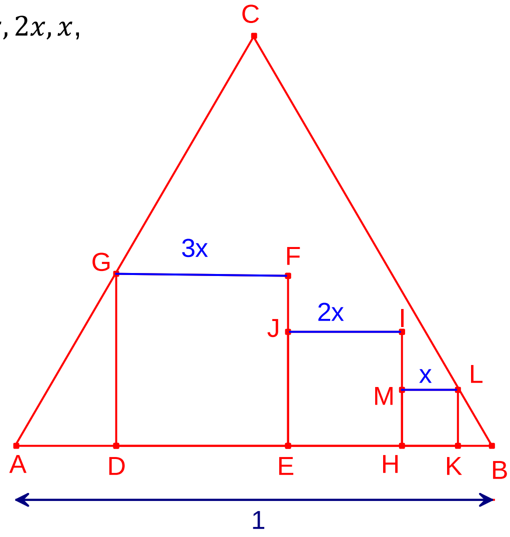
x=259/14=18.5

5427.- La figura està formada per un triangle equilàter de costat 1 i tres quadrats de costats $x, 2, 3x$
Calculeu la mesura x



Solució:

Siga el triangle equilàter $\overset{\Delta}{ABC}$ de costat $\overline{AB} = 1$
Siguen els quadrats $DEFG, EHIJ, HKLM$ de costats $3x, 2x, x$, respectivament.



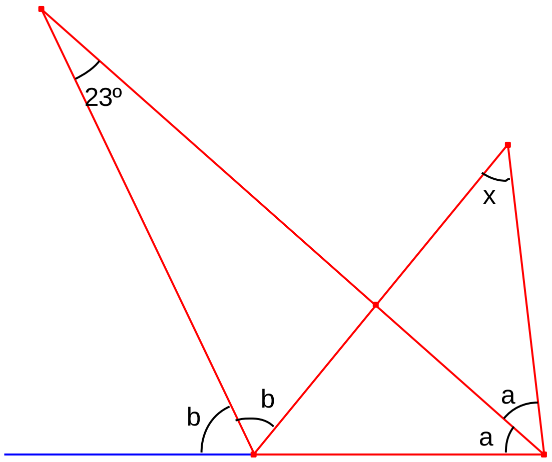
$$\overline{AD} = x\sqrt{3}, \overline{DK} = 6x, \overline{HB} = \frac{\sqrt{3}}{3}x$$

$$\overline{AB} = \frac{4\sqrt{3}}{3}x + 6x = 1$$

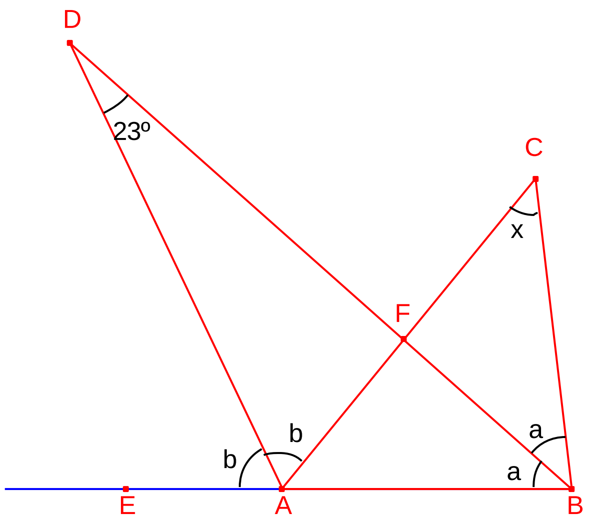
Resolent l'equació:

$$x = \frac{9 - 2\sqrt{3}}{46}$$

5428.- En la figura calculeu la mesura de l'angle x



Solució:

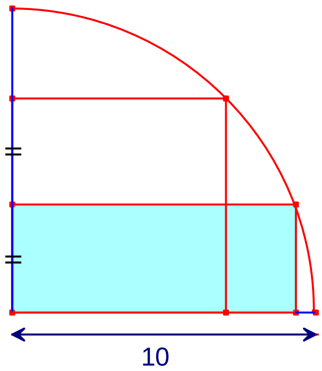


$\angle FAB = 180° - 2b$
$\angle AFB = 23° + b$

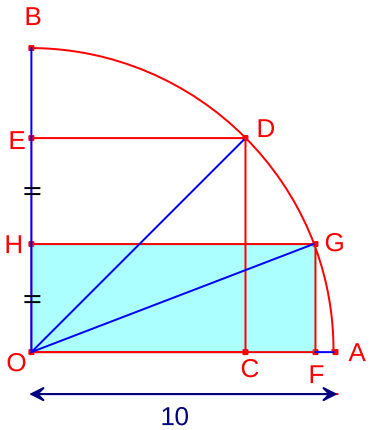
La suma dels angles del triangle $\overset{\Delta}{ABF}$ mesura 180º
$a - b + 23° = 0°$

La suma dels angles del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ mesura 180º
$x + 180° - 2b + 2a = 180°$
$x = 2(b - a) = 2 \cdot 23° = 46°$

5429.- La figura està formada per un quadrant de radi 10 i un quadrat inscrit.
Calculeu l'àrea del rectangle ombrejat.



Solució:

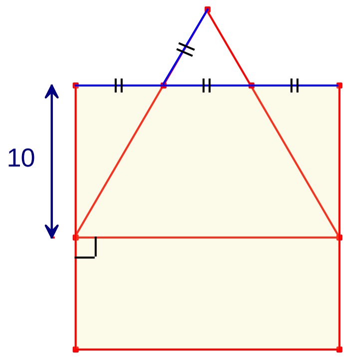


OA=OG=OD=10
OE=5·sqrt(2)
OH=(5/2)·sqrt(2)

Teorema Pitàgores OHG
HG=5·sqrt(7/2)

[OFGH]=(25/2)·sqrt(7)

5430.- La figura està formada per un triangle i un quadrat ombrejat.
Calculeu l'àrea del quadrat.



Solució:
Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = 3c$

El triangle $\overset{\Delta}{EFG}$ és equilàter.
$\overline{DJ} = c, \overline{EJ} = 2c$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{EDJ}$:
$4c^2 = c^2 + 100$
$c^2 = \dfrac{100}{3}$
L'àrea del quadrat ombrejat és:
$S_{ABCD} = 9c^2 = 300$