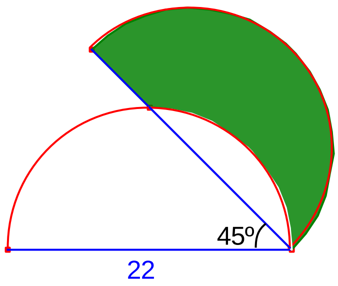
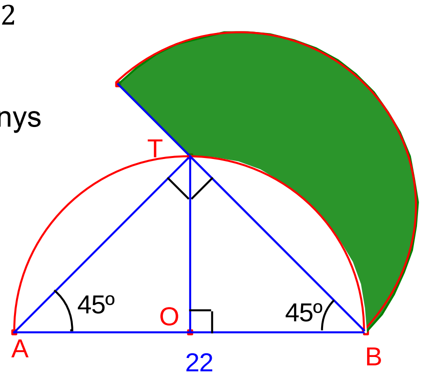
5441.- La figura està formada per dues semicircumferències iguals.
Calculeu l'àrea de la zona ombrejada.

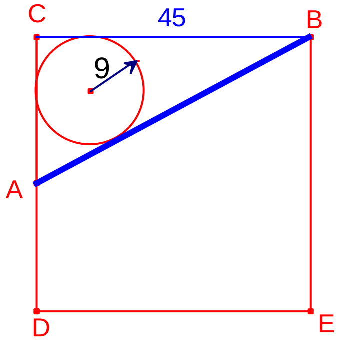


Solució:
Siga la semicircumferència de centre O i diàmetre $\overline{AB} = 22$
Siga T la intersecció de les dues semicircumferències.
T és el punt mig de l'arc.
L'àrea és igual a l'àrea del semicercle de diàmetre 22 menys l'àrea del segment circular de 90º i radi 11.

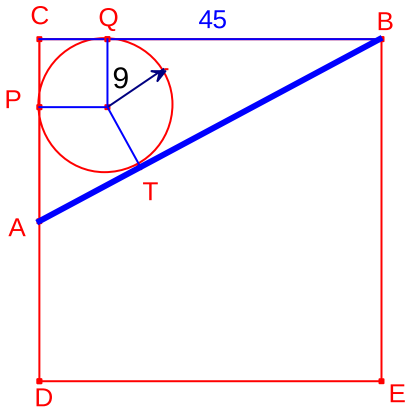


$$S_{ombrejada} = \frac{1}{4}\pi \cdot 11^2 - \frac{1}{2}11^2 = 121\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right)$$

5442.- La figura està formada per un quadrat de costat 45 i un triangle, interior al quadrat, amb una circumferència inscrita de radi 9.
Calculeu la mesura del segment $\overline{AB}$



Solució:



BQ=BT=45-9=36

AP=AT=a

AC=9+a, AB=a+36

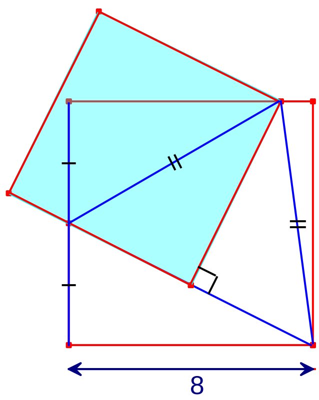
Teorema Pitàgores ACB

$(a+36)^2=45^2+(a+9)^2$

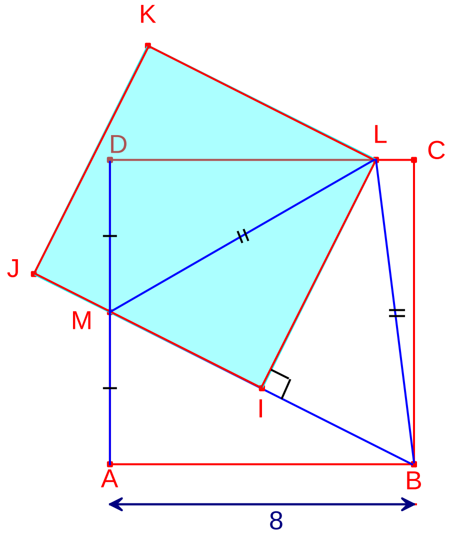
a=15

AB=36+15=51

5443.- La figura està formada per un quadrat de costat 8 que conté un triangle isòsceles, i un quadrat ombrejat.
Calculeu l'àrea del quadrat ombrejat.



Solució:



CL=a

BL=ML=b

IL=c

Teorema Pitàgores MAB

BM=4·sqrt(5), $MI^2=20$

Teorema Pitàgores BCL, LDM

$b^2=64+a^2=16+(8-a)^2$

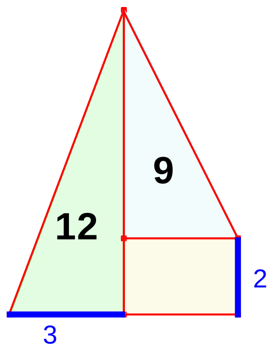
$a=1$, $b^2=65$

Teorema Pitàgores MIL

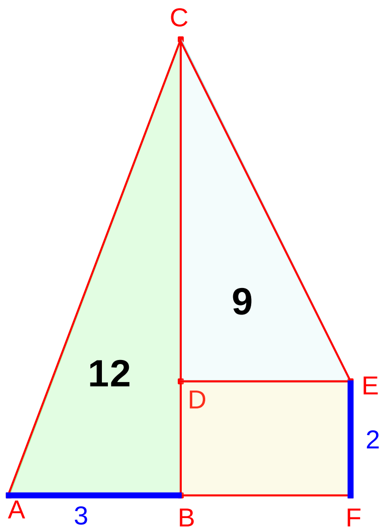
$c^2=65-20=45$

$[ILKJ]=c^2=45$

5444.- La figura està formada per dos triangles rectangles d’àrees 12 i 9 i un rectangle. Calculeu l’àrea del rectangle.



Solució:



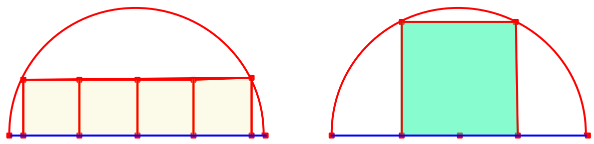
BC=12·2/3=8

CD=8-2=6

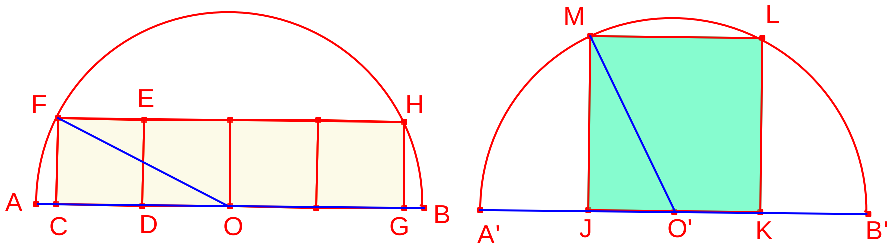
DE=9·2/6=3

[BDEF]=2·3=6

5445.- La figura està formada per dues semicircumferències iguals.
La primera conté quatre quadrat i la segona un.
Quina de les dues figures ombrejades és més gran.



Solució:



$OA=OB=1$

$CD=c$

$OF^2=1=4c^2+c^2$

$c^2=1/5$

$[CGHF]=4\cdot[CDEF]=4/5$

$O'A'=O'B'=1$

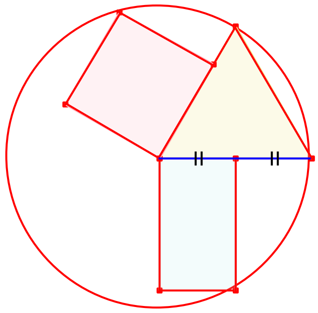
$JK=d$

$O'M^2=1=(1/4)d^2+d^2$

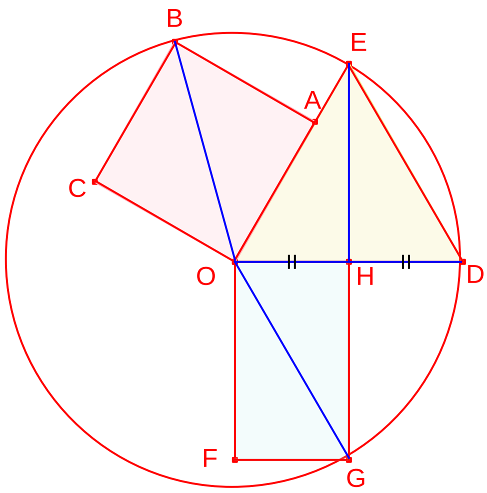
$d^2=4/5$

$[JKLM]=d^2=4/5$

5446.- En l'interior d'una circumferència de radi 2 hi ha dibuixats un quadrat un triangle equilàter i un rectangle que tenen el centre com un vèrtex comú a tots tres.
Calculeu el producte de les àrees del quadrat, el triangle equilàter i el rectangle.



Solució:



OD=OB=OG=2

OC=sqrt(2)

OH=1

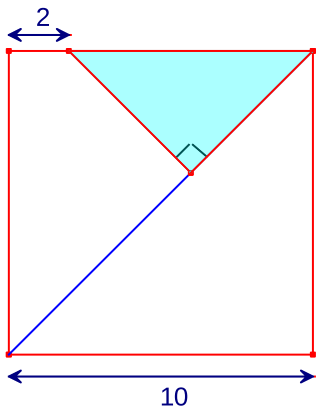
OG=HE=sqrt(3)

[OABC]=2

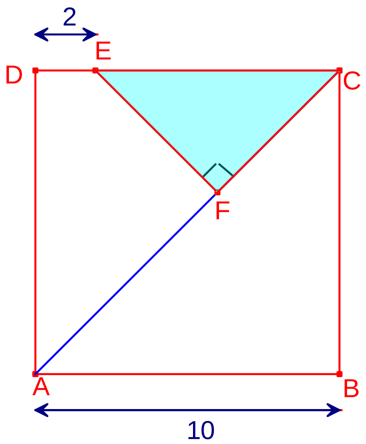
[OFGH]=[ODE]=sqrt(3)

[OABC]·[ODE]·[OFGH]=6

5447.- La figura està formada per un quadrat de costat 10, una diagonal i un triangle rectangle.
Calculeu l'àrea del triangle rectangle.



Solució:

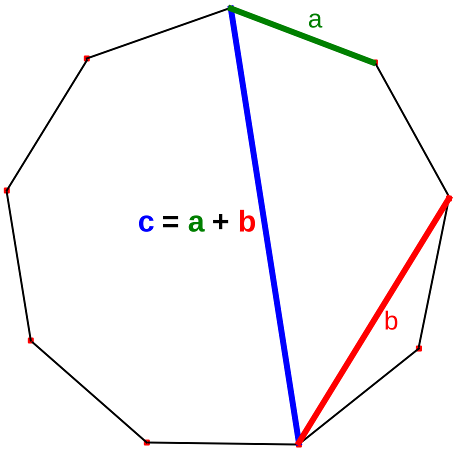


CE=10-2=8

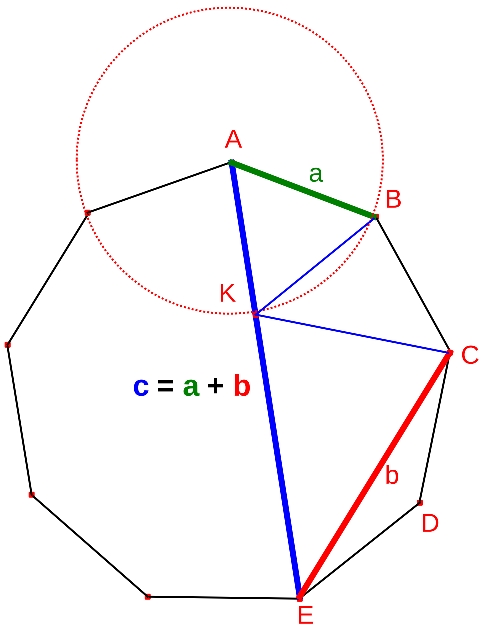
EF=CF=4·sqrt(2

[EFC]=(1/2)·EF²=16

5448.- La figura està formada per un polígon regular de 9 costats i dues diagonals.
Proveu que $c = a + b$



Solució:



AK=a

angleEAB=60º

angleAHB=angleABK=60º

angleBKE=120º

angleKBC=140º-60º=80º

BK=BC=a

angleBKC=angleBCK=50º

angleCKE=70º

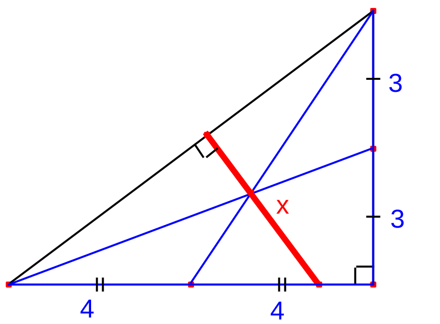
angleBCE=120º

angleKCE=120º-50º=70º

EK=EC=b

c=AE=a+b

5449.- La figura està formada per un triangle rectangle de catets 8, 6
Calculeu la mesura del segment x



Solució:

Siga el triangle rectangle $\overset{\Delta}{ABC}, B = 90°. \overline{AB} = 8, \overline{BC} = 6$

$\overline{AC} = 10$

$\overline{AE}, \overline{CD}$ són mitjanes.

G el baricentre del triangle.

$\overline{AE} = \sqrt{73}, \overline{CD} = \sqrt{52}$

Aplicant la propietat del baricentre:

$\overline{AG} = \frac{2}{3}\sqrt{73}, \overline{CG} = \frac{2}{3}\sqrt{54}$

Siga $\overline{AL} = a, \overline{CL} = 10 - a$

Aplicant el teorema de Pitàgores als triangles rectangles $\overset{\Delta}{ALG}, \overset{\Delta}{CLG}$:

$\frac{4}{9} \cdot 73 - a^2 = \frac{4}{9} \cdot 52 - (10 - a)^2$

Resolent l'equació:

$a = \frac{82}{15}$

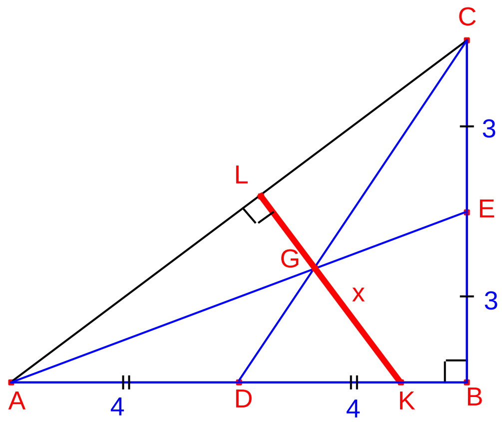
Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{ABC}, \overset{\Delta}{ALK}$ són semblants.

Aplicant el teorema de Tales:

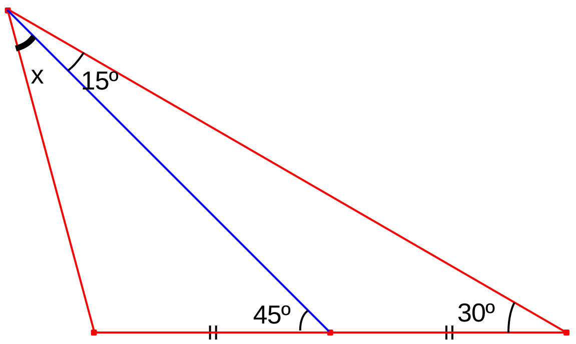
$\frac{\overline{LK}}{\frac{82}{15}} = \frac{3}{4}$

Resolent l'equació:

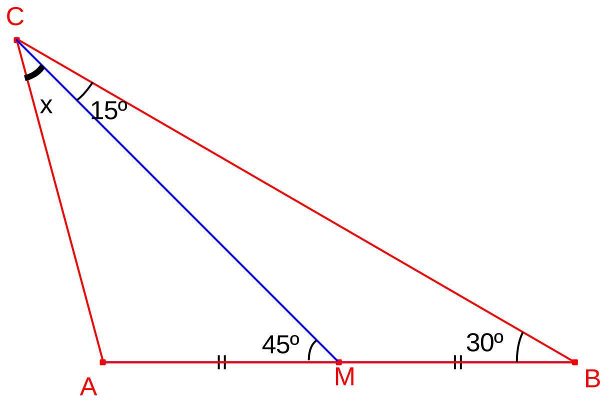
$x = \overline{LK} = \frac{41}{10}$



5450.- En la figura calculeu la mesura de l'angle x



Solució:
Siga $\overline{AM} = \overline{BM} = m$
Siga $\overline{AC} = b$



Aplicant el teorema del sinus al triangle $\overset{\Delta}{AMC}$:

$$\frac{b}{\sin 45°} = \frac{m}{\sin x}$$

Aplicant el teorema del sinus al triangle $\overset{\Delta}{ABC}$:

$$\frac{b}{\sin 30°} = \frac{2m}{\sin(15° + x)}$$

Dividint ambdues expressions:

$$\sin x = \sin 45° \cdot \sin(15° + x)$$

$$\sin x = \frac{1}{2}(\cos(30° - x) - \cos(60° + x))$$

$$2 \cdot \sin x = \cos(30° - x) - \cos(60° + x)$$

$$2 \cdot \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos x + \frac{1}{2} \cdot \sin x - \frac{1}{2} \cdot \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin x$$

$$\left(3 - \sqrt{3}\right) \sin x = \left(\sqrt{3} - 1\right) \cos x$$

$$\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$x = 30°$$