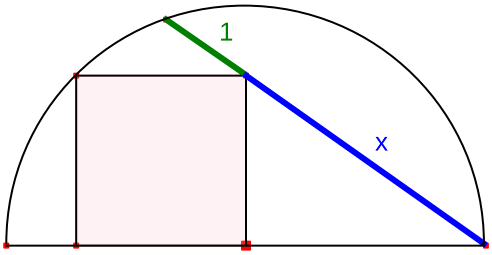
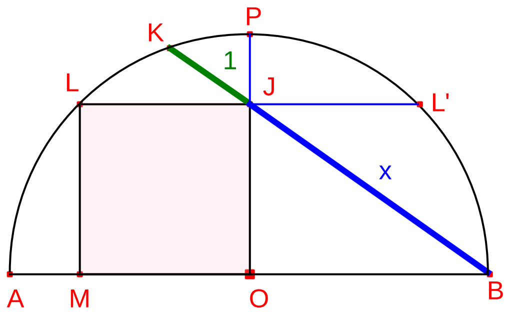
5451.- La figura està formada per una semicircumferència que conté un quadrat amb un vèrtex en el centre.
Calculeu l'àrea del quadrat i la mesura del segment x



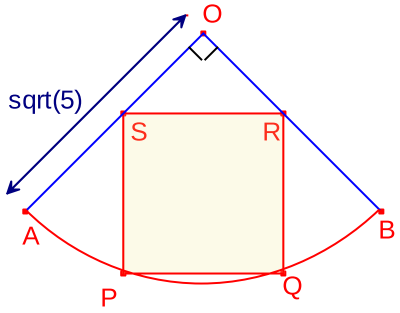
Solució:
Siga el quadrat $OJLM$ de costat $\overline{OJ} = c$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{JOB}$:



$\overline{OB} = \overline{OP} = \sqrt{x^2 - c^2}$
Siga L' el punt simètric de L respecte de J.
L' pertany a la semicircumferència.
$\overline{JL} = \overline{JL'} = c$
Aplicant la potència de J respecte de la circumferència:
$\overline{KJ} \cdot \overline{BJ} = \overline{LJ} \cdot \overline{L'J} = \overline{PJ} \cdot (\overline{AB} - \overline{PJ})$
$x = c^2 = \left(\sqrt{x^2 - c^2} - c\right)\left(\sqrt{x^2 - c^2} + c\right)$
$x = x^2 - 2x$
Resolent l'equació:
$x = 3$
L'àrea del quadrat ombrejat és:
$S_{OJLM} = x = 3$

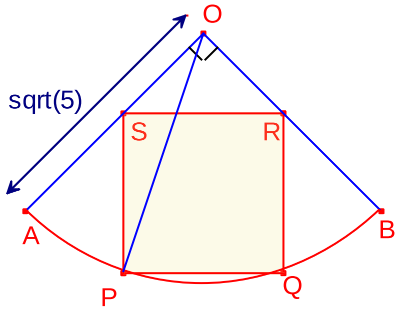
5452.- La figura està formada per un quadrant de radi $\sqrt{5}$ que té inscrit un quadrat.
Calculeu l'àrea del quadrat $PQRS$.
Calculeu l'àrea del quadrat.



Solució:
Siga el quadrat $PQRS$ de costat $\overline{PQ} = c$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle isòsceles $\overset{\Delta}{SOR}$:

$\overline{OS} = \frac{\sqrt{2}}{2}c$



Aplicant el teorema del cosinus al triangle rectangle isòsceles $\overset{\Delta}{PSO}$:

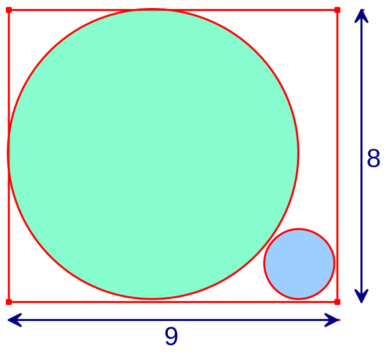
$5 = \frac{1}{2}c^2 + c^2 + 2\frac{\sqrt{2}}{3}c \cdot c \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$c^2 = 2$

L'àrea del quadrat $PQRS$ és:

$S_{PQRS} = c^2 = 2$

5453.- La figura està formada per un rectangle de costats 9 i 8 i dues circumferències tangents. Calculeu l'àrea de la circumferència blava



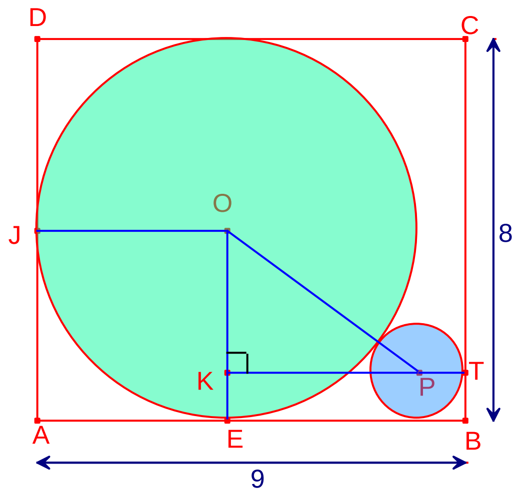
Solució:

Siga el rectangle $ABCD$ de costats $\overline{AB} = 9, \overline{AD} = 8$

Siga la circumferència de centre O i radi $\overline{OJ} = 4$

Siga la circumferència de centre P i radi $\overline{PT} = s$

$\overline{OK} = 4 - r, \overline{KP} = 5 - 5, \overline{OP} = 4 + r$



Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{OKP}$:

$(4 + r)^2 = (4 - r)^2 + (5 - r)^2$

$r^2 - 26r + 25 = 0$

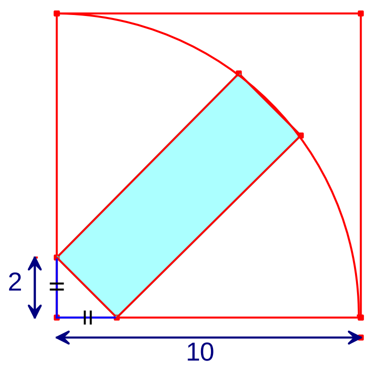
Resolent l'equació:

$r = 1$

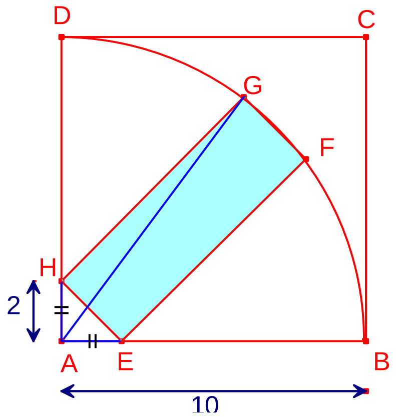
L'àrea de la circumferència blava és:

$S_p = \pi$

5454.- La figura està formada per un quadrat de costat 10 que conté un quadrant i un rectangle ombrejat.
Calculeu l'àrea del rectangle.



Solució:



HE=2·sqrt(2)

HG=a

AG=10

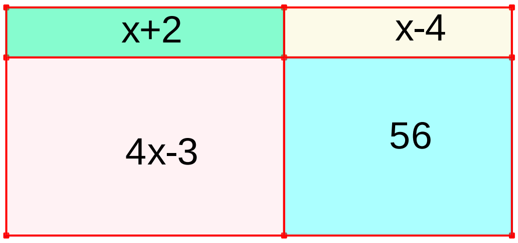
teorema cosinus AHG

100=4+a²+2a·sqrt(2)

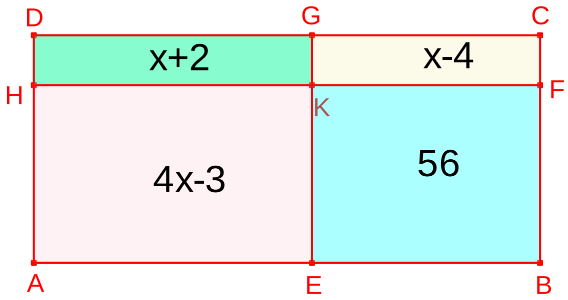
a=6·sqrt(2)

[EFGH]=2·sqrt(2)·6·sqrt(2)=24

5455.- La figura està formada per un rectangle que s’ha dividit en quatre rectangles.
Calculeu l’àrea dels quatre rectangles.



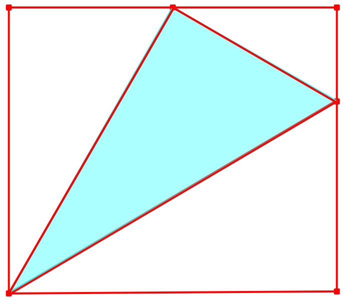
Solució:



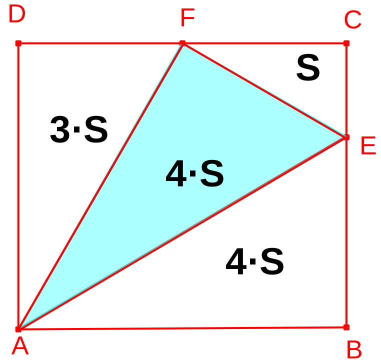
EB=a, BF=b
EF=c, AE=d
b=56/a
d·56/a=4x-3
ac=x-4
cd=(4x-3)(x-4)
cd=x+2
(4x-3)(x-4)=x+2
x=20

[KFCG]=16
[HKGD]=22
[AEKH]=77
[ABCD]=171

5456.- La figura està formada per un rectangle dividit amb quatre triangles semblants.
Calculeu la proporció entre l’àrea del t4riangle ombrejat i l’àrea del rectangle.



Solució:



angleAFE=angleADF=90º

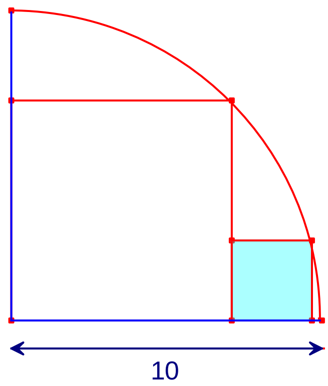
angleDAF=angleFAE)abngleBAE=30º

FE=a, AE=2a, AF=sqrt(3)

[ABCD]=12·S

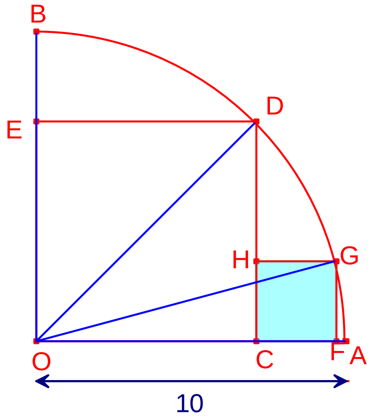
[AFE]/[ABCD]=1/3

5457.- La figura està formada per un quadrant de radi 10 que conté dos quadrats.
Calculeu l'àrea del quadrat ombrejat.

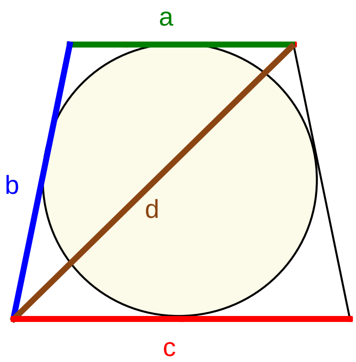


Solució:
Siga el quadrant de centre O i radi $\overline{OA} = \overline{OD} = \overline{OG} = 10$
$\overline{OC} = 5\sqrt{2}$
Siga el quadrat $CFGH$ de costat $\overline{CF} = c$

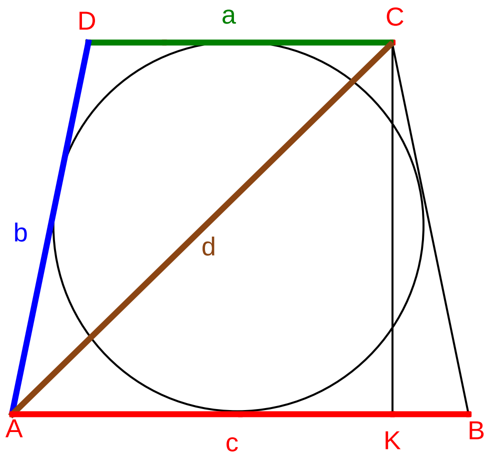
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{OFG}$:
$100 = c^2 + \left(5\sqrt{2} + c\right)^2$
$c^2 + 5\sqrt{2}c - 25 = 0$
Resolent l'equació:
$$c = \frac{-5\sqrt{2} + 5\sqrt{6}}{2}$$
L'àrea del quadrat $CFGH$ és:
$S_{CFGH} = c^2 = 50 - 25\sqrt{3}$



5458.- La figura està formada per un trapezi isòsceles amb una circumferència inscrita.
Si $b - a = c - b = d - c$, calculeu la proporció:
$a : b : c : d$



Solució:



a+c=2b

b+d=2c

BK=(c-a)/2

AK=(a+c)/2

$d^2-((a+c)/2)^2=b^2-((c-a)/2)^2$

2(d-b)=a

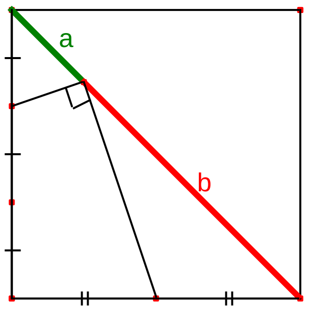
5d=7b

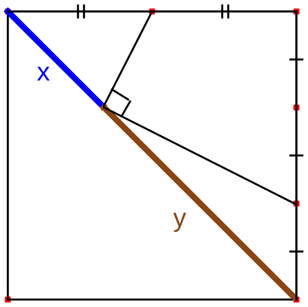
a=(4/5)b

c=(6/5)b

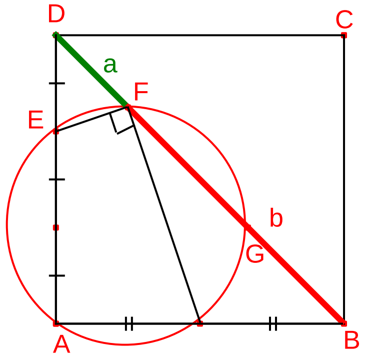
a : b : c : d = 4 : 5 : 6 :7

5459.- La figura està formada per dos quadrats que s'han dibuixat una diagonal en cadascun i dos angles rectes.
Calculeu les proporcions: $a : b, x : y$



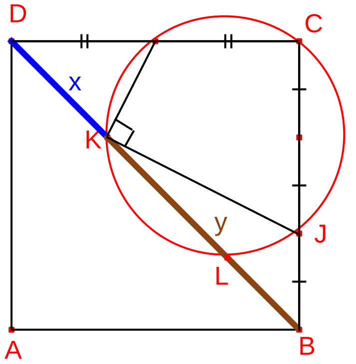


Solució:



AB=6
a+b=6·sqrt(2)
FG=c
Potència D respecte circum.
2·6=a(a+c)

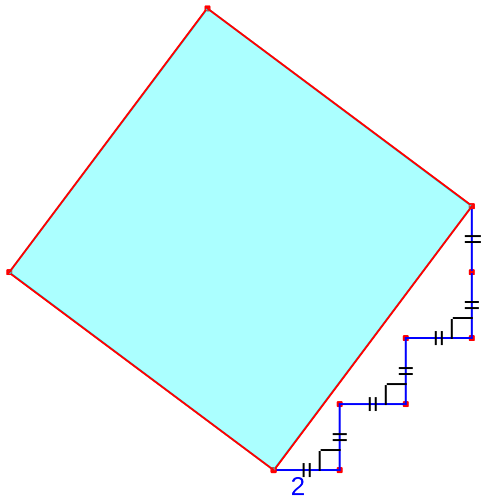
Potència B respecte circum.
3·6=b(b-c)
a=(3/2)·sqrt(2)
b=(9/2)·sqrt(2)
a : b = 1 : 3



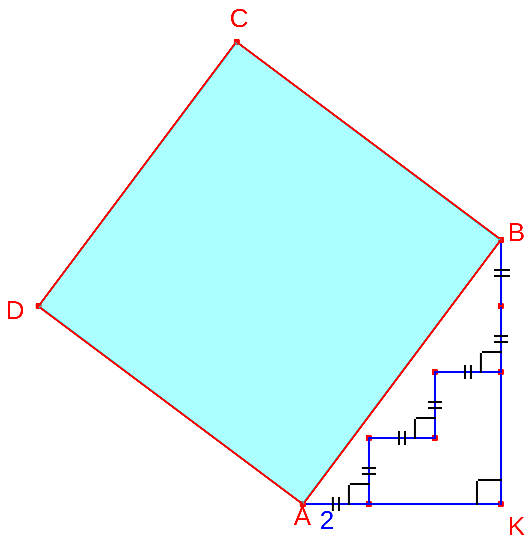
AB=6
x+y=6·sqrt(2)
KL=z
Potència D respecte circum.
3·6=x(x+z)
Potència B respecte circum.
2·6=y(y-z)
y=4·sqrt(2)
x=2·sqrt(2)

x : y = 1 : 2

5459.- En la figura calculeu l'àrea del quadrat ombrejat.



Solució:



AK=6, BK=8

$AB^2=100$

[ABCD]=100