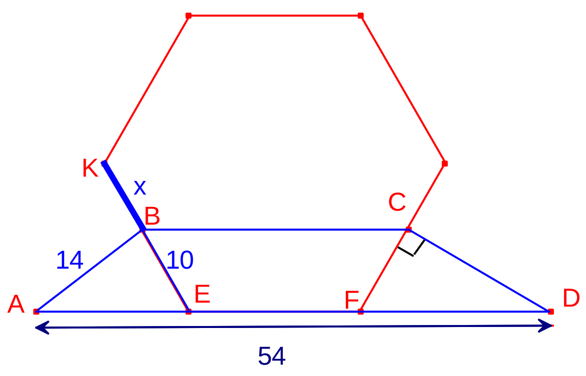
5481.- La figura està formada per un hexàgon regular.
Els segments $\overline{BC}, \overline{AD}$ són paral·lels.
$\overline{AB} = 14, \overline{BE} = 10, \overline{AD} = 54. \angle FCD = 90°$
Calculeu la mesura del segment $x = \overline{BK}$

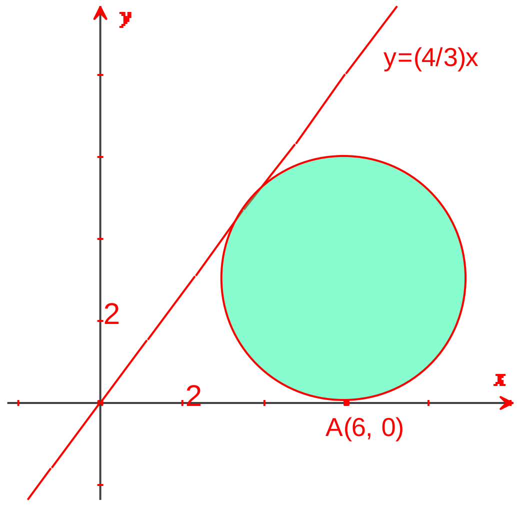



Solució:
$BCFE$ és un trapezi isòsceles.
$\overline{CF} = \overline{BE} = 10$
Siguen $\overline{EF} = \overline{EK} = c, \overline{AE} = a$
Aplicant el teorema del cosinus al triangle $\overset{\Delta}{ABE}$:
$14^2 = 10^2 + a^2 - 2 \cdot 10 \cdot a \cdot \frac{1}{2}$
$a^2 - 10a - 96 = 0$
Resolent l'equació:
$a = 16$
$\overline{FD} = 54 - (16 + c) = 38 - c = 2 \cdot \overline{CF}$
$c = 18$
$x = c - 10 = 8$

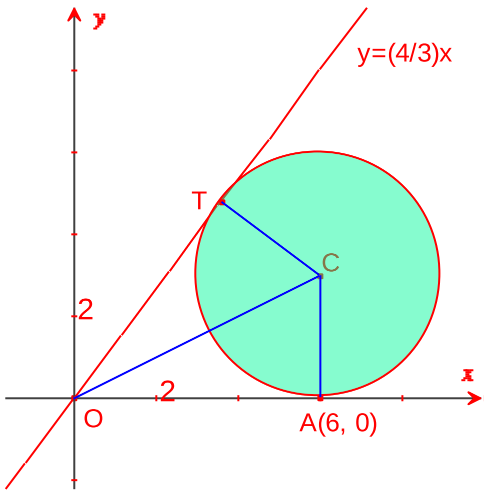
5482.- En la figura, la circumferència és tangent a l'eix d'abscisses en el punt $A(6,0)$ i la recta $y=\frac{4}{3}x$.

a) Determineu el centre i l'equació de la circumferència.

b) Calculeu l'àrea del cercle.



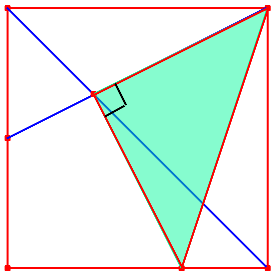

Solució 1:
Siga $r$ radi de la circumferència.
Siga $C(6,r)$ centre de la circumferència.
Siga $\angle COA=\alpha$
$\angle TOA=2\alpha$
$\tan 2\alpha=\frac{4}{3}$, pendent de la recta tangent.



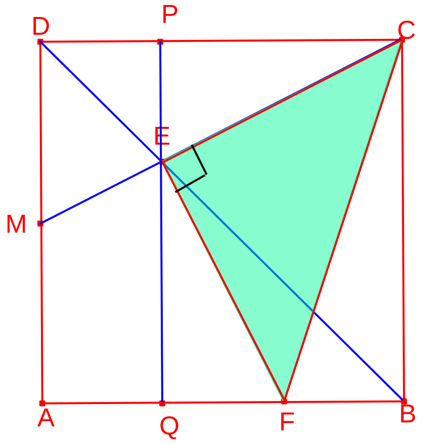

$$\tan 2\alpha=\frac{4}{3}=\frac{2\cdot\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$
$$2\cdot\tan^2\alpha+3\cdot\tan\alpha-2=0$$
$$\tan\alpha=\frac{1}{2}$$
$$\frac{r}{6}=\tan\alpha=\frac{1}{2}$$
$$r=3$$
El centre de la circumferència és $C(6,3)$
L'equació de la circumferència és:
$$(x-6)^2+(y-3)^2=3^2$$
L'àrea del cercle és:
$$S_{cercle}=\pi\cdot 3^2=9\pi$$

Solució 2:
Siga $r$ radi de la circumferència.
Siga $C(6,r)$ centre de la circumferència.
Siga $t\equiv 4x-3y=0$ equació de la recta tangent a la circumferència.
$$d(C,t)=r$$
$$\left|\frac{4\cdot 6-3\cdot r}{\sqrt{4^2+3^2}}\right|=r$$
$$|24-3r|=5r$$
$$24-3r=5r$$
$$r=3$$
El centre de la circumferència és $C(6,3)$
L'equació de la circumferència és:
$$(x-6)^2+(y-3)^2=3^2$$
L'àrea del cercle és:
$$S_{cercle}=\pi\cdot 3^2=9\pi$$

5483.- La figura està formada per un quadrat, dos segments i un triangle rectangle.
Calculeu la proporció entre l'àrea del triangle rectangle i l'àrea del quadrat.



Solució 1:




AB=2

CM=sqrt(5)

ME=a

angleDCM=x

a/sin 45º = 1/sin(135º-x)

a=(1/3)sqrt(5), CE=(2/3)sqrt(5)

PE=(1/sqrt(5))CE=2/3

QE=2-PE=4/3

angleAFE=90º-x

angleQEF=x

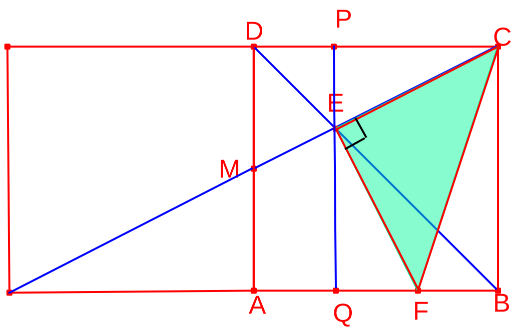
EF=(2/3)sqrt(5)

[CEF]=(1/2)EF²=10/9

[ABCD]=4

[CEF]/[ABCD]=5/18

Solució 2:




AB=2
CM=sqrt(5)

DE : BE = 1 : 2

DP : CP = 1 : 2

PE : PQ = 1 : 2
els triangles CPE, EQF iguals

CE=EF

ME :CE = 1 : 2

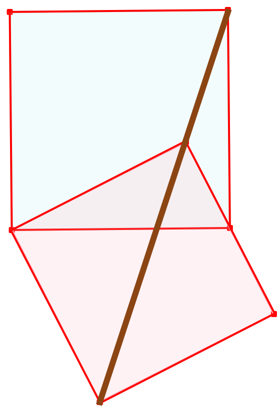
CE=(2/3)sqrt(5)

[CEF]=(1/2)CE²=10/9

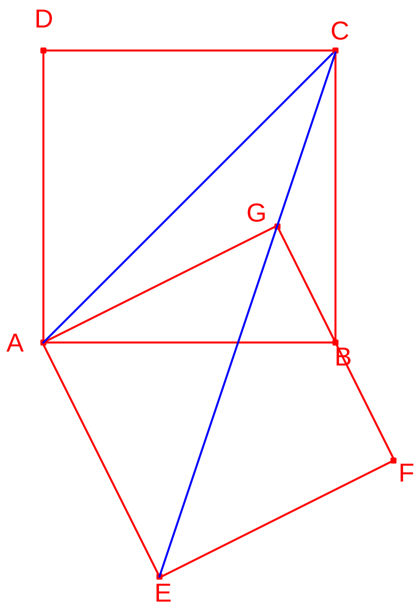
[ABCD]=4

[CEF]/[ABCCD]=5/18

5484.- La figura està formada per dos quadrats que tenen un vèrtex comú i tres vèrtexs alineats. Calculeu la proporció entre l'àrea del quadrat rosa i l'àrea del quadrat blau.



Solució:




AB=1

AG=c

angleCGB=angleAGC=135º

angleGAB=angleGBC=x

angleCAG=45º-x=angleGCB

BGC, CGA semblants

BG=d, CG=e

1/sqrt(2)=d/e=e/c

$e^2=2d^2$   $e^2=dc$

c=2d

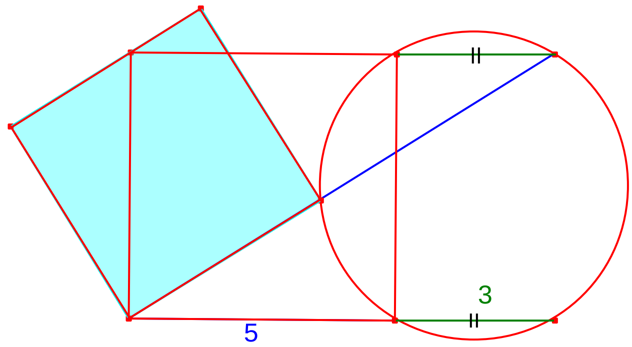
teorema Pitàgores AGB

$1=c^2+d^2$

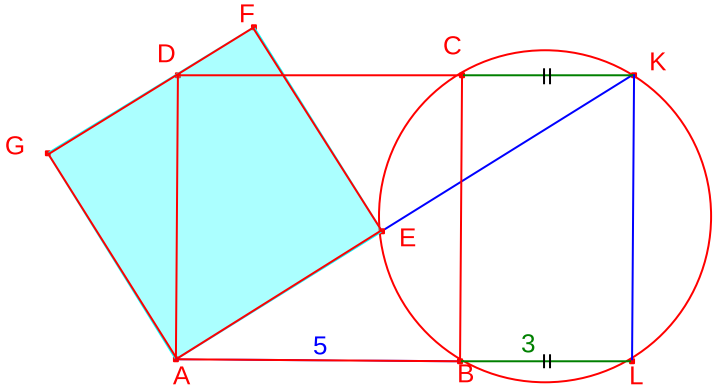
$c^2=4/5$

[AEFG]/[ABCD]=4/5

4585.- La figura està formada per dos quadrats, el gran de costat 5.
Calculeu l’àrea del quadrat ombrejat.




Solució:

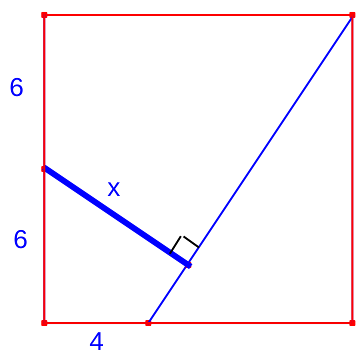



AE=c
AK=sqrt(89)
Potència A respecte de la circum.
c·sqrt(89)=5·8
[AEFG]=c²=1600/89

AG/AD= 8/sqrt(89) = AL/AK

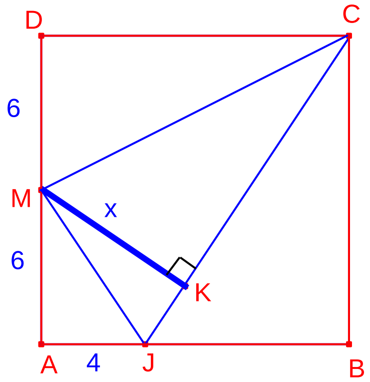
D pertany a GF

5486.- La figura està formada per un quadrat i dos segments.
Calculeu la mesura del segment $x$



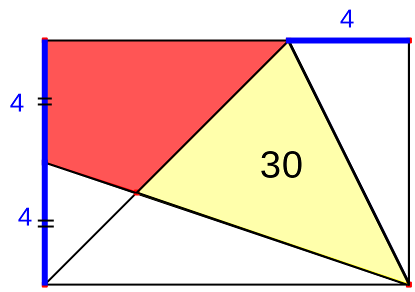

Solució:
Siga el quadrat $ABCD$ de costat $\overline{AB} = 12$

Aplicant el teorema de Pitàgores als triangles rectangles $\overset{\Delta}{MAJ}, \overset{\Delta}{MDC}, \overset{\Delta}{JBC}$:
$\overline{MJ} = 2\sqrt{13}, \overline{CM} = 6\sqrt{5}, \overline{CJ} = 4\sqrt{13}$
Siga $\overline{CK} = y$
Aplicant el teorema de Pitàgores als triangles rectangles $\overset{\Delta}{MKJ}, \overset{\Delta}{MKC}$



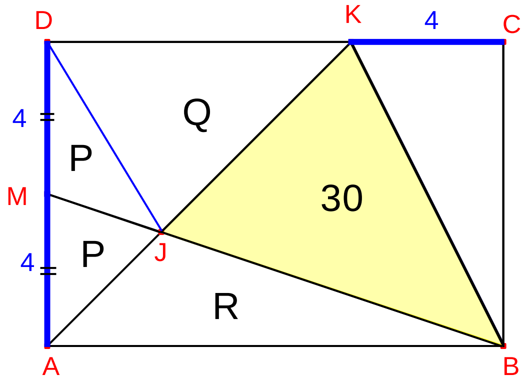

$180 - y^2 = 52 - \left(4\sqrt{13} - y\right)^2$
Resolent l'equació:
$y = \frac{42}{\sqrt{13}}$
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle $\overset{\Delta}{MKC}$
$x^2 = 180 - y^2 = \frac{576}{13}$
$x = \frac{24}{\sqrt{13}}$

5487.- La figura està formada per un rectangle i tres segments que l'han dividit en 5 parts.
Si el triangle groc mesura 30, calculeu l'àrea del quadrilàter roig.




Solució:
Siga el rectangle $ABCD$, $\overline{AD} = 8, \overline{AM} = \overline{DM} = \overline{CK} = 4$
Siguen $S_{AMJ} = S_{DMJ} = P, S_{DKJ} = Q, S_{ABJ}$
$S_{CKB} = 16$

$$\frac{Q}{2P} = \frac{30}{R} = \frac{\overline{KJ}}{\overline{AJ}}$$



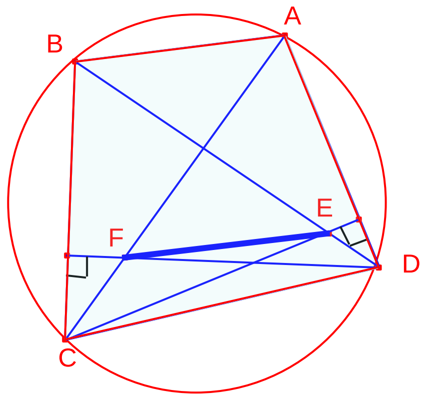

$S_{DKA} + S_{CKB} = 2 \cdot S_{ABM}$
$2P + Q + 16 = 2(P + R)$
$Q = 2R - 16$

$S_{DKA} + S_{CKB} = S_{ABK}$
$2P + Q + 16 = 30 + R$
$2P = 30 - R$

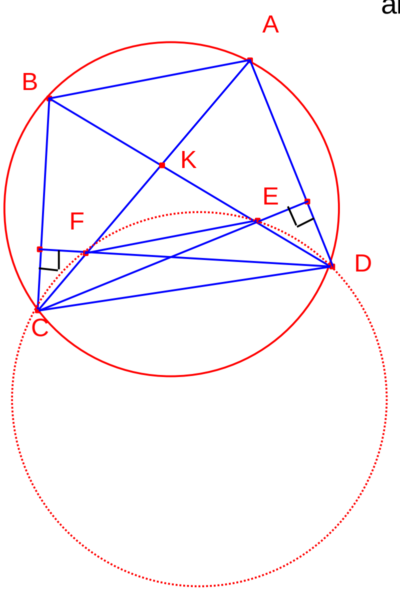
$$\frac{2R - 16}{30 - R} = \frac{30}{R}$$

Simplificant:
$R^2 + 7R - 450 = 0$
Resolent l'equació:
$R = 18, Q = 20, P = 6$
L'àrea del quadrilàter roig és:
$S_{MJKD} = P + Q = 6 + 20 = 26$

5488.- La figura està formada per un quadrilàter $ABCD$ inscrit en la circumferència. Proveu que el segment $\overline{FE}$ és paral·lel al costat $\overline{AB}$




Solució:




angleBAC=a, angleABD=b, angleBCA=c

angleFAC=b, angleEDC=a

angleCFD=angleCED=90º+c

CDEF és cíclic

angleECD=90º-c-a

angleCDF=90º-c-b

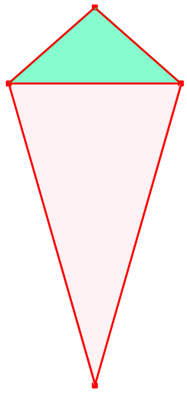
angleFCE=a+b+c-90º

angleKFE=angleFCE+angleCDF=a+b+c-90º+90º-c-b=a

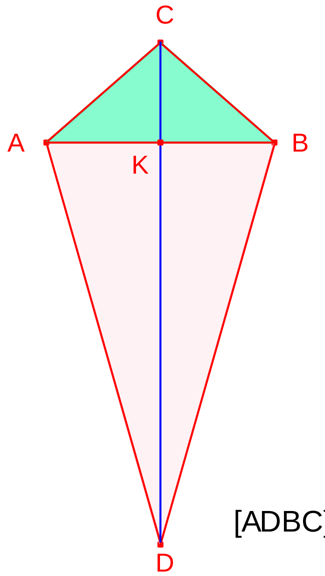
angleKEF=b

FE, AB paral·lels

5489.- La figura està formada per dos triangles isòsceles amb costat desigual comú als dos triangles de 30.
Si la raó entre els perímetres és 2 i la raó entre als altres dos costats és 4/11, calculeu el perímetre i l'àrea del cometa.



Solució:




AB=30

AC=BC=a

AD=BD=b

(2a+30)/(2b+30)=1/2

a/b=4/11

a=20, b=55

perim.ADBC = 2a+2b=150

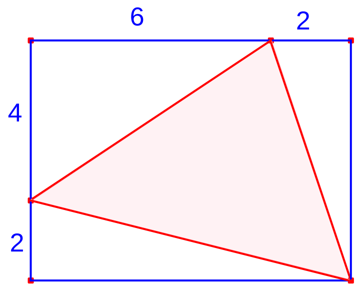
CK=5·sqrt(7)

DK=20·sqrt(7)

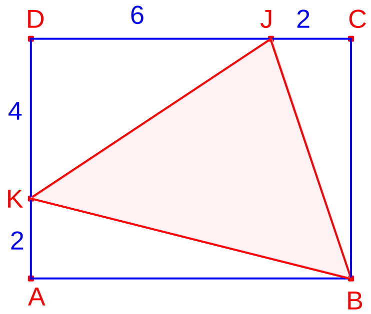
CD=25·sqrt(7)

[ADBC]=(1/2)30·25·sqrt(7)=375·sqrt(7)

5490.- La figura està formada per un rectangle que conté un triangle.
Calculeu l'àrea del triangle.




Solució:




[BJK]=[ABCD]-([ABK]+[BCJ]+[JDK]=8·6-(1/2)(8·2+6·2+6·4)=22