

## Problemes Olímpics de Geometria per a l'ESO

71.- Siguen  $A(0,0), B(6,0), C(6,4)$  i  $D(0,4)$  els vèrtexs d'un rectangle.

Pel punt  $P(4,3)$  tracem dues rectes: una recta horitzontal que talla  $BC$  en  $M$  i  $AD$  en  $N$  i una altra recta vertical que talla la  $AB$  en  $Q$  i  $CD$  en  $R$ .

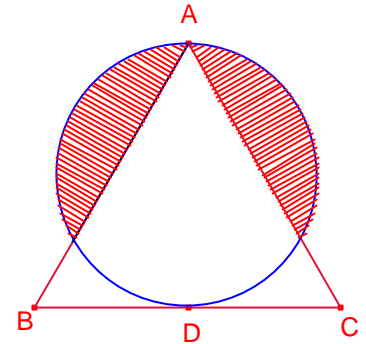
Demostreu que les rectes  $AP$ ,  $DM$  i  $BR$  passen per un mateix punt.

CruX Mathematicorum M369.

72.- Un segment  $\overline{AB}$  de longitud 3 conté un punt  $C$  tal que  $\overline{AC} = 2$ . Sobre el mateix costat del segment  $\overline{AB}$  s'han construït els triangles equilàters  $\triangle ACF$  i  $\triangle CBE$ .

Determineu l'àrea del triangle  $\triangle AKE$  si  $K$  és el punt mig de  $\overline{FC}$ .

CruX Mathematicorum M371.



73.- En la següent figura  $\triangle ABC$  és un triangle equilàter,  $\overline{BC} = 4$ .

$D$  és el punt mig del costat  $\overline{BC}$ .

La circumferència té diàmetre  $\overline{AD}$ . Calculeu l'àrea de regió ombrejada.

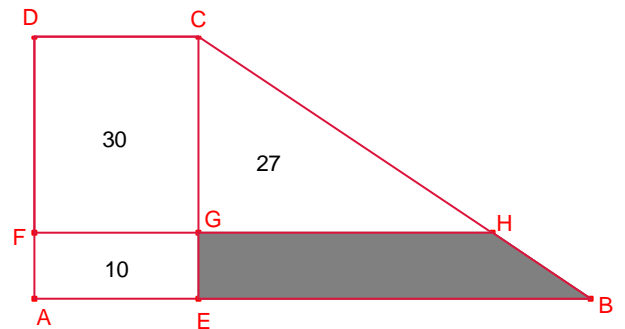
74.- Siga el triangle rectangle  $\triangle ABC$ ,  $A = 90^\circ$ . Siga  $\overline{AH}$  l'altura sobre la hipotenusa.

La suma dels radis de les circumferències inscrites als triangles  $\triangle ABC$ ,  $\triangle AHC$ ,  $\triangle AHB$  és igual a  $\overline{AH}$ .

75.- El trapezi  $ABCE$  està dividit en dos rectangles  $AEGF$  i  $FGCD$ , un triangle  $GHC$  i un trapezi  $EBHG$ . Les àrees dels dos rectangles i del triangle en  $\text{cm}^2$  estan indicades en la figura.

Calculeu l'àrea del trapezi  $EBHG$ .

Olimpíada Matemàtica del Brasil 2008.



76.- Determineu la longitud del segment d'una recta paral·lela a les bases d'un trapezi, la qual passa pel punt intersecció de les diagonals, si les bases del trapezi són  $a$ ,  $b$ .  
Shariguin I40.

77.- L'àrea d'un trapezi isòsceles d'àrea  $S$  està circumscrit a una circumferència i la seua altura és igual a la meitat dels costats no paral·lels. Determineu el radi de la circumferència.

Shariguin I 44.

78.- Una recta perpendicular a dos costats d'un paral·lelogram divideix aquest en dos trapezis, tal que en cadascun dels quals es pot inscriure una circumferència.

Determineu l'angle agut del paral·lelogram, si els seus costats són iguals a  $a$  i  $b$ ,  $a < b$ .  
Shariguin I48.

79.- Siga un semicercle de diàmetre  $\overline{AB}$ . Pel punt mig de la semicircumferència es tracem dues rectes que divideixen el semicercle en tres parts d'igual àrea. En quina raó divideixen aquestes rectes el diàmetre  $\overline{AB}$ .

Shariguin I49.

80.- Donat el quadrat  $ABCD$  de costat  $a$ , s'han construït la circumferència tangent als costats  $\overline{AB}$  (en el punt  $E$ ),  $\overline{BC}$  i a la diagonal  $\overline{AC}$  i la circumferència de centre  $A$  que passa pel punt  $E$ . Determineu l'àrea de la part comuna als dos cercles limitats per aquestes circumferències.

Shariguin I50