

## Problemes amb circumferències.

- 1.- Determineu l'equació de la circumferència de centre l'origen de coordenades i radi  $R = 3$ .
- 2.- Determineu l'equació de la circumferència de centre  $C(2, -3)$  i radi  $R = 7$ .
- 3.- Determineu l'equació de la circumferència que passa per l'origen de coordenades i té centre  $C(6, -8)$ .
- 4.- Determineu l'equació de la circumferència que passa pel punt  $A(2, 6)$  i de centre  $C(-1, 2)$ .
- 5.- Determineu l'equació de la circumferència de diàmetre els punts  $A(3, 2)$  i  $B(-1, 6)$ .
- 6.- Determineu l'equació de la circumferència de centre l'origen de coordenades i la recta  $3x - 4y + 20 = 0$  és tangent a la circumferència.
- 7.- Determineu l'equació de la circumferència de centre  $C(1, -1)$  i la recta  $5x - 12y + 90 = 0$ .
- 8.- Determineu l'equació de la circumferència que passa pels punts  $A(3, 1)$  i  $B(-1, 3)$  i el seu centre pertany a la recta  $3x - y - 2 = 0$ .
- 9.- Determineu l'equació de la circumferència que passa pels punts  $A(1, 1)$ ,  $B(1, -1)$ ,  $C(2, 0)$ .
- 10.- Determineu l'equació de la circumferència que passa pels punts  $M(-1, 5)$ ,  $N(-2, -2)$ ,  $P(5, 5)$ .
- 11.- Digues si les equacions següents són circumferències. En cas afirmatiu determineu el centre i el radi.
  - a)  $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 25$ .
  - b)  $(x + 2)^2 + y^2 = 64$ .
  - c)  $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 0$ .
  - d)  $x^2 + (y - 5)^2 = 5$ .
  - e)  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ .
  - f)  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 14 = 0$ .
  - g)  $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5 = 0$ .
  - h)  $x^2 + y^2 + x = 0$ .
  - i)  $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 14 = 0$ .
  - j)  $x^2 + y^2 + y = 0$ .

12.- Determineu la posició relativa del punt  $A(1, -2)$  i les següents circumferències:

a)  $x^2 + y^2 = 1$ .

b)  $x^2 + y^2 = 5$ .

c)  $x^2 + y^2 = 9$ .

d)  $x^2 + y^2 - 8x - 4y - 5 = 0$ .

e)  $x^2 + y^2 - 10x + 8y = 0$ .

13.- Determineu la posició relativa de la recta i la circumferència en els següents casos:

a)  $y = 2x - 3$  i  $x^2 + y^2 - 3x + 2y - 3 = 0$ .

b)  $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$  i  $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 12 = 0$ .

c)  $y = x + 10$  i  $x^2 + y^2 = 1$ .

14.- Determineu l'equació de la circumferència que passa pel punt  $A(1, 0)$  i és tangent a les rectes paral·leles  $2x + y + 2 = 0$ ,  $2x + y - 18 = 0$ .

15.- Determineu l'equació de la circumferència que té el centre en la recta  $2x + y = 0$  i és tangent a les rectes  $4x - 3y + 10 = 0$ ,  $4x - 3y - 30 = 0$ .

16.- Determineu les coordenades dels extrems del diàmetre de la circumferència  $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 17 = 0$  que és perpendicular a la recta  $5x + 2y - 13 = 0$ .

17.- Determineu la distància mínima del punt  $A(3, 9)$  a la circumferència  $x^2 + y^2 - 26x + 30y - 313 = 0$ .

18.- Determineu l'equació de la recta tangent a la circumferència  $x^2 + y^2 = 5$  que passa pel punt  $A(-1, 2)$ .

19.- Determineu l'equació de la recta tangent a la circumferència  $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$  que passa pel punt  $A(-5, 7)$ .

20.- Determineu l'equació de la circumferència de centre  $C(-4, 3)$  i radi 5.  
Determineu la intersecció de la recta  $x - y = 0$  i la circumferència.  
Determineu les equacions de les rectes tangents paral·leles aquesta recta.

21.- Determineu el lloc geomètric dels punts del pla tal que el quocient de les distàncies als punts  $M(6, 0)$  i  $N(-2, 0)$  és 3 és a dir,  $\frac{PM}{PN} = 3$ .

22.- Determineu les rectes tangents a la circumferència  $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$  en els punts de la circumferència en què  $x = 2$ .

## Problemes amb el·lipses.

1.- Determineu l'equació reduïda de l'el·lipse que té els focus en l'eix d'abscisses sabent que:

- a) Els seu semieixos són iguals a 5 i 2.
- b) L'eix major és 10 i la distància entre els focus és  $2c = 8$ .
- c) L'eix menor és 24 i la distància entre els focus és 6.
- d) La distància entre els focus és 6 i l'excentricitat és  $e = \frac{3}{5}$ .
- e) L'eix major és 20 i l'excentricitat és  $e = \frac{3}{5}$ .
- f) L'eix menor és 10 i l'excentricitat és  $e = \frac{12}{13}$ .

2.- En els exercicis anterior determineu tots els elements (coordenades dels focus, eix major, eix menor, distància focal i excentricitat).

3.- Determineu l'equació reduïda de l'el·lipse que té els focus en l'eix d'ordenades sabent que:

- a) Els seu semieixos són iguals a 7 i 2.
- b) L'eix major és 10 i la distància entre els focus és  $2c = 8$ .
- c) L'eix menor és 16 i la distància entre els focus és 10.
- d) La distància entre els focus és  $2c = 24$  i l'excentricitat és  $e = \frac{12}{13}$ .
- e) L'eix major és 20 i l'excentricitat és  $e = \frac{12}{13}$ .
- f) L'eix menor és 16 i l'excentricitat és  $e = \frac{3}{5}$ .

4.- En els exercicis anterior determineu tots els elements (coordenades dels focus, eixos major, eix menor, distància focal i excentricitat).

5.- Donada l'el·lipse  $9x^2 + 25y^2 = 225$ , determineu:

- a) Els semieixos.
- b) L'excentricitat.
- c) Les coordenades dels focus.

6.- Donada l'el·lipse  $9x^2 + 5y^2 = 45$ , determineu:

- a) Els semieixos.
- b) L'excentricitat.
- c) Les coordenades dels focus.

7.- Determineu l'equació de l'el·lipse reduïda els focus de la qual estan en l'eix d'abscisses, el semieix major és  $a = 4$  i passa pel punt  $A(2, -2)$ .

8.- Determineu l'equació de l'el·lipse reduïda els focus de la qual estan en l'eix d'abscisses, l'excentricitat és  $e = \frac{2}{3}$  i passa pel punt  $A\left(2, -\frac{5}{3}\right)$ .

9.- Determineu l'equació de l'el·lipse reduïda els focus de la qual estan en l'eix d'abscisses, la distància focal és  $2c = 8$  i passa pel punt  $A(-\sqrt{5}, 2)$ .

### Problemes amb hipèrboles.

1.- Determineu l'equació reduïda de a hipèrbola que té els focus en l'eix d'abscisses sabent que:

- Els eixos reals i imaginari són  $2a = 10$ ,  $2b = 8$ , respectivament.
- L'eix imaginari és  $2b = 8$  i la distància entre els focus és  $2c = 10$ .
- La distància entre els focus és  $2c = 10$  i l'excentricitat és  $e = \frac{5}{4}$ .

2.- En l'exercici anterior determineu tots els elements (coordenades dels focus, eix major, eix menor, distància focal i excentricitat). Determineu les rectes asímptotes.

3.- Determineu l'equació reduïda de a hipèrbola que té els focus en l'eix d'ordenades sabent que:

- Els eixos són  $2a = 6$   $2b = 18$ .
- L'eix imaginari és  $2b = 8$  i la distància entre els focus és  $2c = 10$ .
- La distància entre els focus és  $2c = 10$  i l'excentricitat és  $e = \frac{5}{3}$ .

4.- En l'exercici anterior determineu tots els elements (coordenades dels focus, eix major, eix menor, distància focal i excentricitat).

5.- Determineu els semieixos  $a$  i  $b$ , l'excentricitat i els focus en cadascuna de les següents hipèrboles:

a)  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ .

b)  $\frac{x^2}{16} - y^2 = 1$ .

c)  $x^2 - 4y^2 = 16$ .

d)  $x^2 - y^2 = 1$ .

e)  $4x^2 - 9y^2 = 25$ .

f)  $25x^2 - 16y^2 = 1$ .

g)  $9x^2 - 64y^2 = 1$ .

h)  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = -1$ .

i)  $\frac{x^2}{16} - y^2 = -1$ .

j)  $-4x^2 + 9y^2 = 25$ .

k)  $-49x^2 + 16y^2 = 1$ .

### Problemes paràboles.

1.- Determineu l'equació de la paràbola, que té el vèrtex en l'origen de coordenades, en els següents casos:

a) La paràbola situada en el semiplànel dret, simètrica respecte de l'eix OX i el seu paràmetre és  $p = 3$ .

b) La paràbola situada en el semiplànel esquerre, simètrica respecte de l'eix OX i el seu paràmetre és  $p = \frac{1}{2}$ .

c) La paràbola situada en el semiplànel superior, simètrica respecte de l'eix OY i el seu paràmetre és  $p = \frac{1}{4}$ .

d) La paràbola situada en el semiplànel inferior, simètrica respecte de l'eix OX i el seu paràmetre és  $p = 4$ .

2.- En els exercicis anteriors indiqueu el focus i la directriu.

3.- En les paràboles següents indiqueu el paràmetre  $p$ , el focus i la directriu.

a)  $y^2 = 6x$ .

b)  $x^2 = 5y$ .

c)  $y^2 = -4x$ .

d)  $x^2 = -y$ .

4.- Determineu l'equació de la paràbola de focus  $F(7, 2)$  i directriu  $x - 5 = 0$ .  
Determineu el paràmetre  $p$  i el vèrtex.

5.- Determineu l'equació de la paràbola de focus  $F(4, 3)$  i directriu  $y + 1 = 0$ .  
Determineu el paràmetre  $p$  i el vèrtex.

6.- Determineu l'equació de la paràbola de focus  $F(2, -1)$  i directriu  $x - y - 1 = 0$ .  
Determineu el paràmetre  $p$  i el vèrtex.

7.- Siga  $V(6, -3)$  vèrtex de la paràbola de directriu  $3x - 5y + 1 = 0$  determineu el focus i la seua equació.

8.- Determineu en els següents casos la posició relativa entre la recta i la paràbola:

a)  $x - y + 2 = 0$ ,  $y^2 = 8x$ .

b)  $8x + 3y - 15 = 0$ ,  $x^2 = -3y$ .

a)  $5x - y - 15 = 0$ ,  $y^2 = -5x$ .