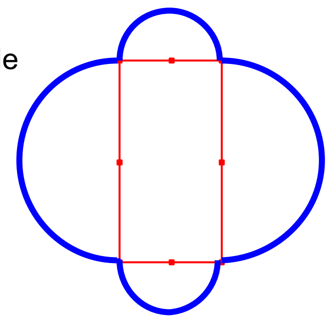
Problema 1

Donat el triangle rectangle $\overset{\Delta}{ABC}$, $A = 90^\circ$ de catets constants.
Siga el punt M del catet $\overline{AB}$ i el punt N de la hipotenusa $\overline{BC}$ tal que $\overline{MN}$ és perpendicular a $\overline{AB}$.

Determineu el valor de $\overline{AM}$ a fi que l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{CMN}$ siga màxima.

Problema 2

En un rectangle de perímetre 8, es substitueixen els costats per semicircumferències exteriors. Determineu les dimensions que han de tindre els costats a fi que l'àrea de la figura resultant siga mínima.
Temes de grau. Problema 1977.



Problema 3

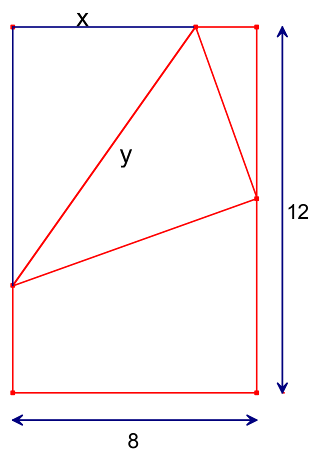
Siguen $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3$, $x \in [0, 1]$.

a) Determineu la distància màxima entre dos punts, cadascun en una de les funcions, que formen una recta vertical.

b) Determineu la distància màxima entre dos punts, cadascun en una de les funcions, que formen una recta horitzontal.

Problema 4

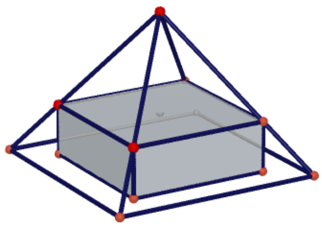
Una fulla de paper de 8cm per 12cm es doblega pel vèrtex esquerre superior sobre el costat de la dreta (veure figura) Quin és el plegat que fa el plec més curt possible, és a dir, com escollir x per fer mínim y.



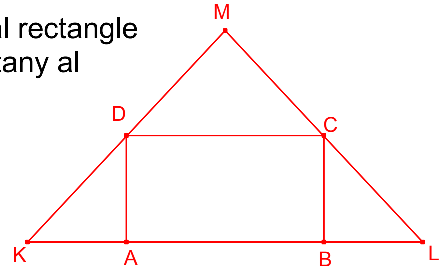
Problema 5

Quines dimensions ha de tenir un cassó en forma de cilindre d'un litre de capacitat perquè la superfície total siga mínima. Calculeu la superfície mínima

Problema 6
Una piràmide quadrangular regular té totes les arestes iguals.
Determineu el volum del prisma inscrit en la piràmide (la base del prisma pertany a la base de la piràmide) de volum màxim.

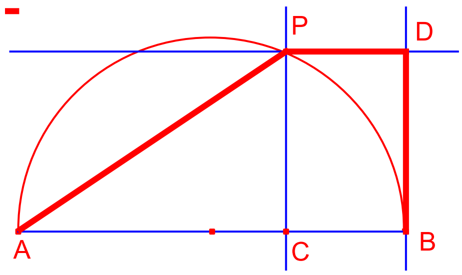


Problema 7
Determineu el triangle isòsceles d'àrea mínima circumscrit al rectangle ABCD de base a i altura b, tal que la base del rectangle pertany al costat desigual del triangle.



Problema 8
Determineu les mesures d'una piràmide regular quadrangular de volum V i superfície mínima.

Problema 9
Des d'un punt P d'una semicircumferència de diàmetre $\overline{AB} = 2$ es dibuixen perpendiculars $\overline{PC}$ i $\overline{PD}$ al diàmetre i a la tangent a la semicircumferència en el punt B.
Siga $x = \overline{AC}$. Determineu l'àrea del trapezi ABDP en funció de x.
Determineu el valor de x que fa màxima l'àrea del trapezi.
Temes de grau. Problema 1972.



Problema 10
La base menor d'un trapezi rectangular és 12 i el costat oblic 6.
Quin angle ha de tindre el costat oblic i la base a fi que l'àrea siga màxima.
Calculeu aquesta àrea.
Proves de grau. Problema 1954.

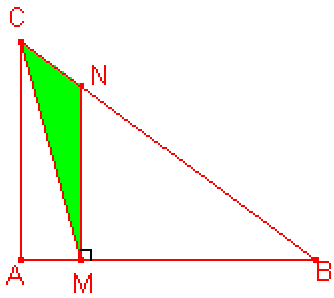
Problema 1

Donat el triangle rectangle $\overset{\Delta}{ABC}$, $A = 90^{o}$ de catets constants.
Siga el punt M del catet $\overline{AB}$ i el punt N de la hipotenusa $\overline{BC}$ tal que $\overline{MN}$ és perpendicular a $\overline{AB}$.

Determineu el valor de $\overline{AM}$ a fi que l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{CMN}$ siga màxima.

Solució:

Siga el triangle rectangle $\overset{\Delta}{ABC}$ de catets $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$.
Siga $\overline{AM} = x$.
$\overline{MB} = c - x$.



Els triangles $\overset{\Delta}{ABC}$, $\overset{\Delta}{MBN}$ són semblants.
Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{\overline{MN}}{c-x} = \frac{b}{c}.\ \overline{MN} = \frac{b}{c}(c-x).$$

L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{CMN}$ és:

$$S_{CMN} = \frac{1}{2}\overline{MN} \cdot \overline{AM}.$$

$$S(x) = \frac{1}{2}\frac{b}{c}(c-x)x,\ x \in [0, c].$$

$S(x) = \dfrac{b}{2c}\left(-x^2 + cx\right)$, la funció és una paràbola convexa.
El màxim s'assoleix en el vèrtex.
El vèrtex de la paràbola és:

$x = \dfrac{-c}{2(-1)} = \dfrac{c}{2}$, és a dir en el punt mig del catet $\overline{AB}$.

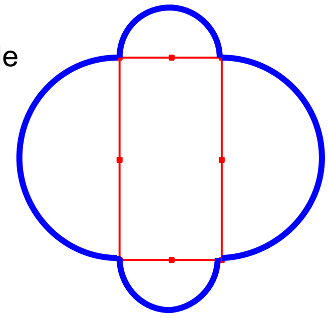
La superfície màxima és:

$S\left(\dfrac{c}{2}\right) = \dfrac{1}{8}bc$, és a dir, la quarta part de l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$.

Problema 2

En un rectangle de perímetre 8, es substitueixen els costats per semicircumferències exteriors. Determineu les dimensions que han de tindre els costats a fi que l'àrea de la figura resultant siga mínima.

Temes de grau. Problema 1977.



Solució:

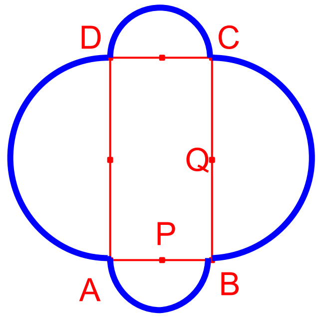
Siga el rectangle ABCD de costat $\overline{AB} = x$, $\overline{BC} = 4 - x$.

El radi de les semicircumferències de diàmetres $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ és:

$$r = \frac{x}{2}.$$

El radi de les semicircumferències de diàmetres $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ és:

$$R = \frac{4-x}{2}.$$



L'àrea de la figura és igual a la suma de les àrees del rectangle i de dos cercles de radis r i R.

$$S(x) = x(4-x) + \pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \pi\left(\frac{4-x}{2}\right)^2, \ x \in [0, 4].$$

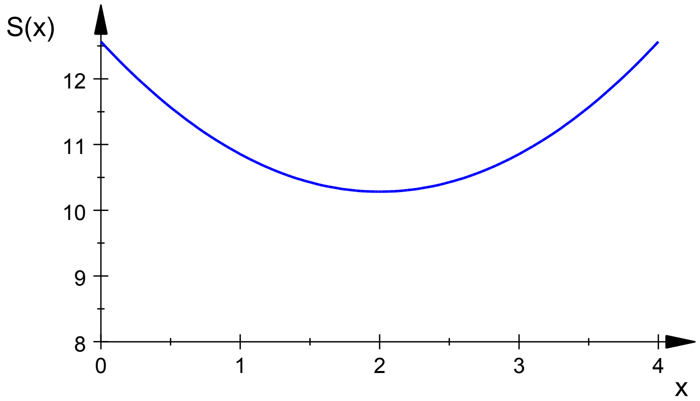
$$S(x) = \left(-1 + \frac{\pi}{2}\right)x^2 + (4-2\pi)x + 4\pi.$$

La funció és una paràbola còncava. El mínim s'assoleix en el vèrtex.

$$x = \frac{-(4-2\pi)}{2\left(-1+\frac{\pi}{2}\right)} = 2.$$

Aleshores, la superfícies mínima s'assoleix quan $x = y = 2$ (quadrat).

La superfície mínima és $S(2) = 4 + 2\pi \approx 10.28$.



Problema 3

Siguen $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3$, $x \in [0, 1]$.

a) Determineu la distància màxima entre dos punts, cadascun en una de les funcions, que formen una recta vertical.

b) Determineu la distància màxima entre dos punts, cadascun en una de les funcions, que formen una recta horitzontal.

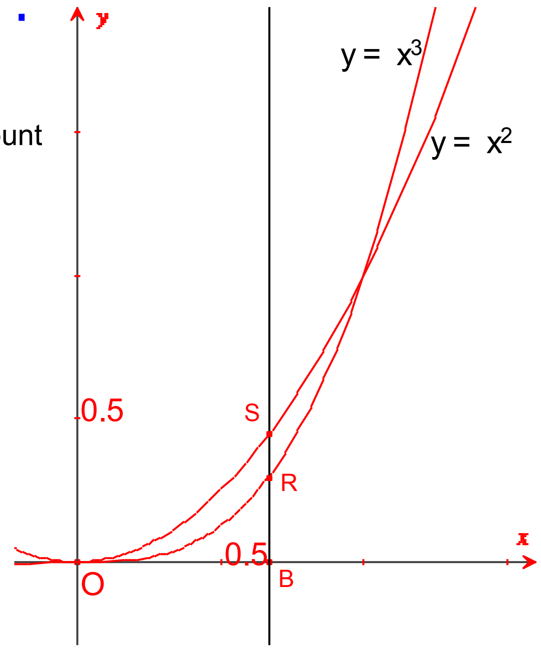
Solució:

a)

Siga B un punt de l'interval $[0, 1]$ de l'eix d'abscisses.

Siga $\overline{OB} = x$

La recta perpendicular a l'eix d'abscisses que passa pel punt B talla les corbes $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3$ en els punts S, R, respectivament.



La distància entre R i S és:

$d(x) = f(x) - g(x)$.

$d(x) = x^2 - x^3$, $x \in [0, 1]$.

$d'(x) = 2x - 3x^2$.

$d'(x) = 0$. Resolent l'equació:

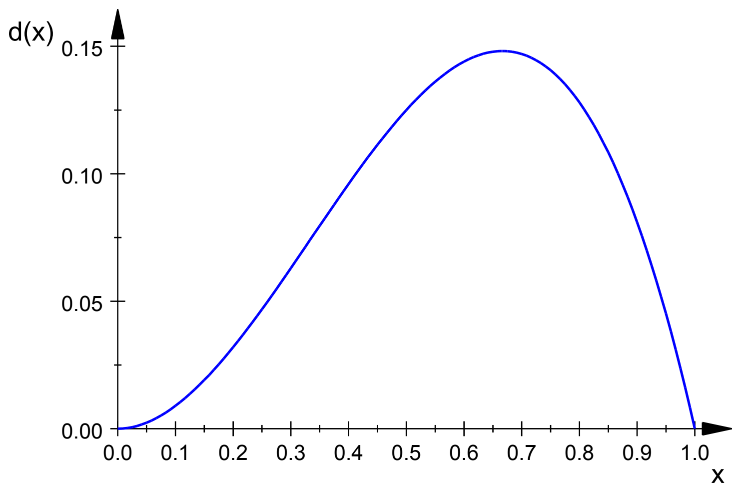
$x = \frac{2}{3}$.

$d''(x) = 2 - 6x$.

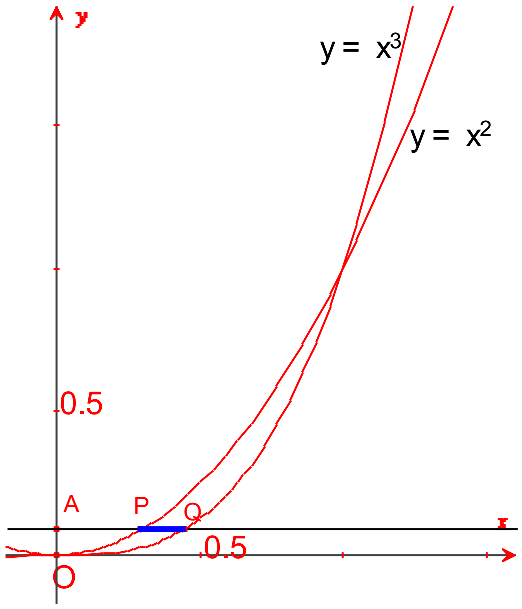
$d''\left(\frac{2}{3}\right) = -2 < 0$. Aleshores, $x = \frac{2}{3}$ és un màxim relatiu estricte.

La distància màxima entre els dos punts s'assoleix quan $x = \frac{2}{3}$ i la distància màxima és:

$d\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{27}$.



b)
Siga A un punt de l'interval $[0, 1]$ de l'eix d'ordenades.
Siga $\overline{OA} = t$.
La recta perpendicular a l'eix d'ordenades que passa pel punt A talla les corbes $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3$ en els punts P, Q, respectivament.
Les abscisses dels punts P i Q són $\sqrt{t}$, $\sqrt[3]{t}$, respectivament.
La distància entre P i Q és:



$d(t) = \sqrt[3]{t} - \sqrt{t}$, $t \in [0, 1]$.

$d'(t) = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{t^2}} - \dfrac{1}{2\sqrt{t}}$.

$d'(t) = 0$.

$\dfrac{1}{3\sqrt[3]{t^2}} = \dfrac{1}{2\sqrt{t}}$. Resolent l'equació:

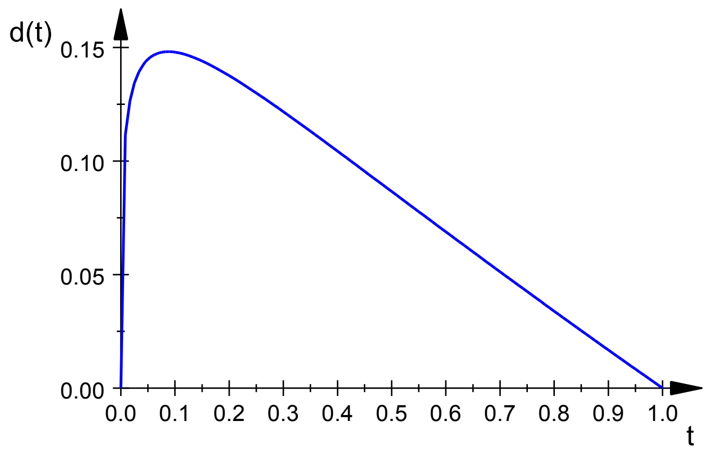
$t = \left(\dfrac{2}{3}\right)^6$.

$d''(t) = -\dfrac{2}{9\sqrt[3]{t^5}} + \dfrac{1}{4\sqrt{t^3}}$, $d''\left(\left(\dfrac{2}{3}\right)^6\right) < 0$

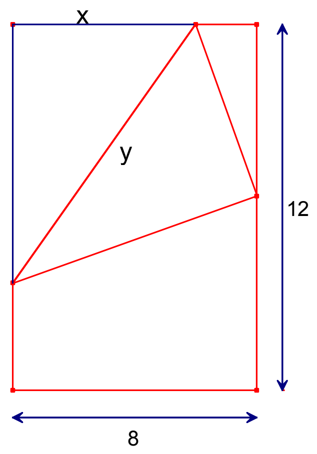
Aleshores, $t = \left(\dfrac{2}{3}\right)^6$ és un màxim relatiu estricte.

La distància màxima entre els dos punts s'assoleix quan $t = \left(\dfrac{2}{3}\right)^6$ i la distància màxima és

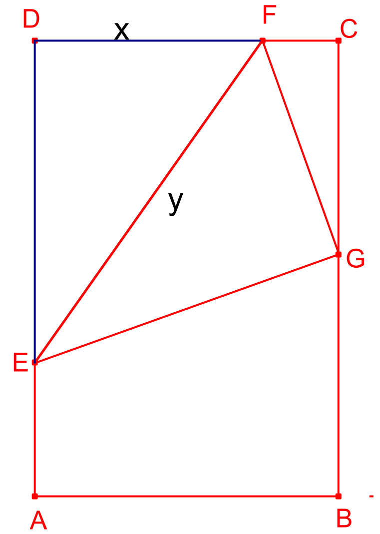
$d\left(\left(\dfrac{2}{3}\right)^6\right) = \dfrac{4}{27}$.



Problema 4
Una fulla de paper de 8cm per 12cm es doblega pel vèrtex esquerre superior sobre el costat de la dreta (veure figura) Quin és el plegat que fa el plec més curt possible, és a dir, com escollir x per fer mínim y.



Solució:



Siga el rectangle ABCD $\overline{AB} = 8$, $\overline{AD} = 12$.
Siga $\overline{DF} = \overline{FG} = x$, $\overline{EF} = y$.
Siga $\angle DEF = \angle FEG = \alpha$.
$\angle GFC = 2\alpha$, $\overline{CF} = 8 - x$.

Aplicant raons trigonomètriques al triangle rectangle $\overset{\Delta}{DEF}$:

$\sin\alpha = \dfrac{x}{y}$.

Aplicant raons trigonomètriques al triangle rectangle $\overset{\Delta}{CFG}$:

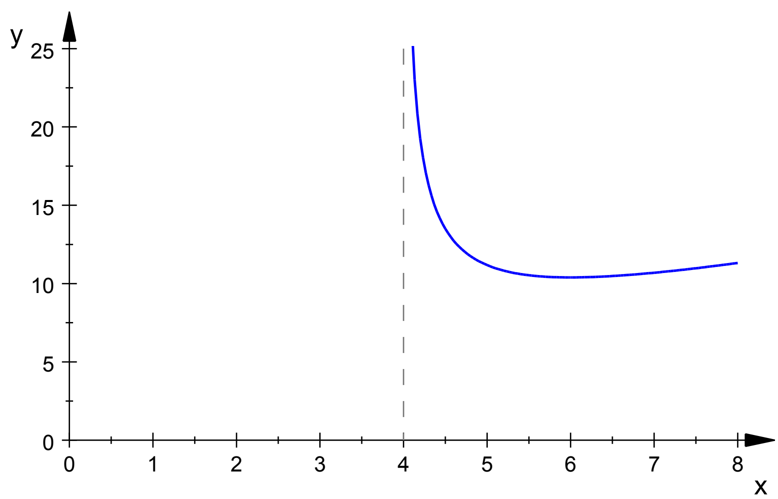
$$\frac{8-x}{x} = \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha.$$

$$\frac{8-x}{x} = 1 - 2\left(\frac{x}{y}\right)^2.$$

$$y = \sqrt{\frac{x^3}{x-4}}, \quad x \in [4, 8]$$

$$y' = \frac{x^3 - 6x^2}{(x-4)^2\sqrt{\frac{x^3}{x-4}}}.$$

$y' = 0$. Resolent l'equació: $x = 6$.



Estudiant el signe de la primera derivada. La funció és decreixent en $x \in \left]4, 6\right[$ i creixent en $x \in \left]6, 8\right[$, aleshores, $x = 6$ és un mínim relatiu estricte de la funció.

Per tant, el plec mínim s'assoleix quai

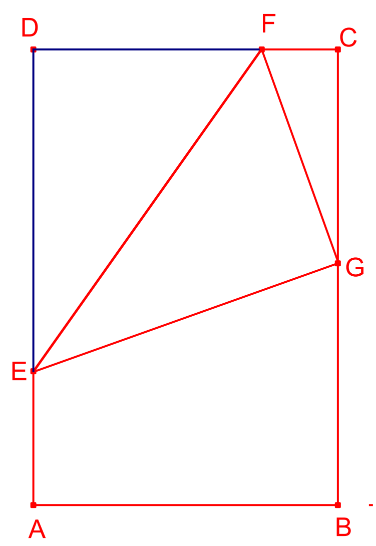
$y(6) = 6\sqrt{3} \approx 10.39\text{cm}$.

Solució 2:

Siga el rectangle ABCD $\overline{AB} = 8$, $\overline{AD} = 12$.

Siga $\overline{DF} = \overline{FG} = x$, $\overline{EF} = y$.

$\overline{CF} = 8 - x$.



Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{CFG}$:

$\overline{CG} = \sqrt{x^2 - (8-x)^2} = 4\sqrt{x-4}$.

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{CDG}$:

$\overline{DG} = \sqrt{8^2 + \left(4\sqrt{x-4}\right)^2} = 4\sqrt{x}$.

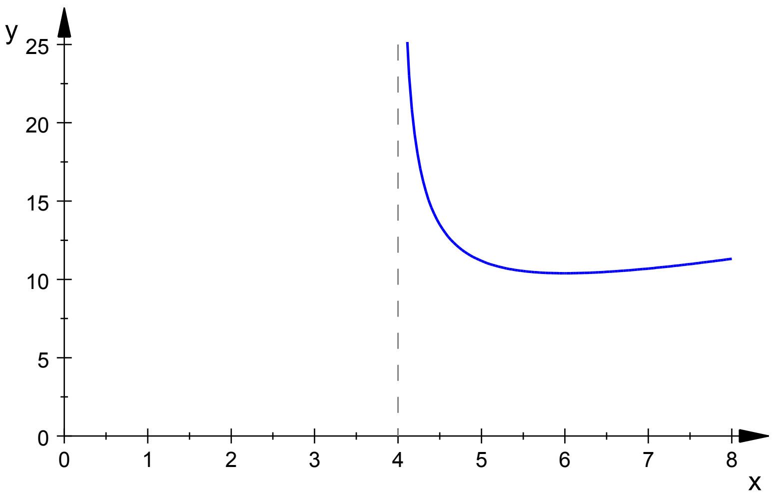
Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{DEF}$, $\overset{\Delta}{CDG}$ són semblants, aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{y}{x} = \frac{4\sqrt{x}}{4\sqrt{x-4}}.$$

$$y = \sqrt{\frac{x^3}{x-4}}, \quad x \in [4, 8]$$

$$y' = \frac{x^3 - 6x^2}{(x-4)^2 \sqrt{\frac{x^3}{x-4}}}.$$

$y' = 0$. Resolent l'equació: $x = 6$.



Estudiant el signe de la primera derivada. La funció és decreixent en $x \in \left]4, 6\right[$ i creixent en $x \in \left]6, 8\right[$, aleshores, $x = 6$ és un mínim relatiu estricte de la funció.

Per tant, el plec mínim s'assoleix quai

$y(6) = 6\sqrt{3} \approx 10.39\text{cm}$.

Problema 5

Quines dimensions ha de tenir un cassó en forma de cilindre d'un litre de capacitat perquè la superfície total siga mínima. Calculeu la superfície mínima

Solució:

$1\text{litre} \equiv 1000\text{cm}^3$.

Siga r el radi del cilindre i h l'altura.

El volum del cilindre és:

$V = \pi r^2 \cdot h$.

$\pi r^2 h = 1000$.

$$h = \frac{1000}{\pi r^2} \qquad (1)$$

La superfície del cassó està formada per un cercle de radi r i un rectangle de base $2\pi r$ i altura h. Aleshores l'àrea total del cilindre és:

$$S(r,h) = \pi r^2 + 2\pi r h \qquad (2)$$

Substituint l'expressió (1) en l'expressió (2), la funció a optimitzar és:

$S(r) = \pi r^2 + 2\pi r \dfrac{1000}{\pi r^2}$, $r > 0$.

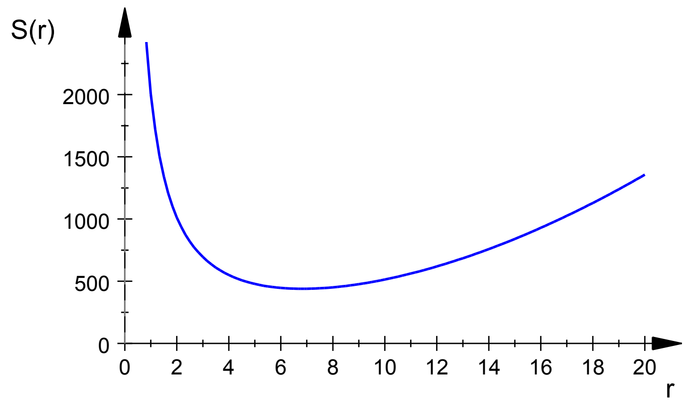
$S(r) = \pi r^2 + \dfrac{2000}{r}$, $r > 0$.

$S'(r) = 2\pi r - \dfrac{2000}{r^2}$.

$S'(r) = 0$, $2\pi r^3 - 2000 = 0$. Resolent l'equació

$r = \sqrt[3]{\dfrac{1000}{\pi}} \approx 6.83\text{cm}$.

$S''(r) = 2\pi + \dfrac{4000}{r^3}$



$S''\left(\sqrt[3]{\dfrac{1000}{\pi}}\right) > 0$, aleshores, $r = \sqrt[3]{\dfrac{1000}{\pi}} \approx 6.83\text{cm}$ és un mínim relatiu estricte.

Les dimensions del cilindre de superfície mínima són:

$$r = \sqrt[3]{\frac{1000}{\pi}},\ h = \frac{1000}{\pi \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{1000}{\pi}\right)^2}} = \sqrt[3]{\frac{1000}{\pi}}.$$

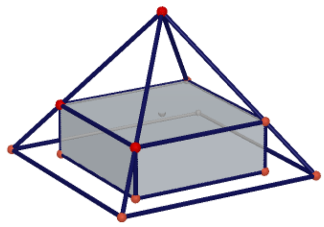
La superfície mínima és:

$$S\left(\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}\right) = \pi \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{1000}{\pi}\right)^2} + \frac{2000}{\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}} = 300 \cdot \sqrt[3]{\pi} \approx 439.38\text{cm}^2.$$

Notem que $\dfrac{r}{h} = 1$.

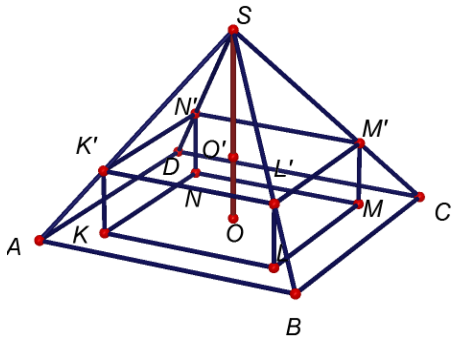
Problema 6

Una piràmide quadrangular regular té totes les arestes iguals.
Determineu el volum del prisma inscrit en la piràmide (la base del prisma pertany a la base de la piràmide) de volum màxim.



Solució:
Siga la piràmide quadrangular regular ABCDS que té totes les arestes iguals a $a = \overline{AB}$

$\overline{AC} = a\sqrt{2}$, $\overline{AS} = \overline{CS} = a$.



Aleshores, el triangle $\overset{\Delta}{ACS}$ és rectangle i isòsceles, $\angle ASC = 90^o$.

Siga $\overline{OS} = H$ altura de la piràmide.

$\overline{OS} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}a$.

Siga KLMNK'L'M'N' el prisma inscrit en la piràmide.
Siga $\overline{KL} = x$ aresta de la base, $\overline{KK'} = h$ altura del prisma.
Les piràmides ABCDS, KLMNS són semblants.

L'altura de la piràmide KLMNS és $\overline{O'S} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}x$.

L'altura del prisma és: $h = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(a - x)$.

El volum del prisma és: $V = x^2 \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2}(a - x)$.

$V(x) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(-x^3 + ax^2\right),\ x \in [0, a]$.

$V'(x) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(-3x^2 + 2ax\right)$.

$V'(x) = 0$. Resolent l'equació: $x = \dfrac{2a}{3}$.

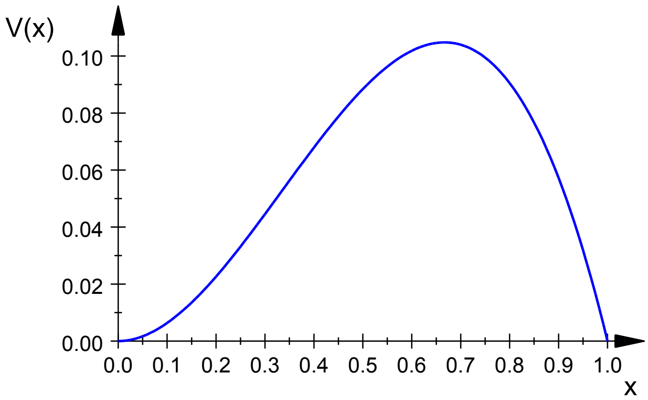
$V''(x) = \sqrt{2}(-3x + a)$.

$V''\left(\dfrac{2a}{3}\right) = -a\sqrt{2} < 0$. Aleshores, $x = \dfrac{2a}{3}$ és un màxim relatiu estricte.

El volum màxim del prisma s'assoleix quan

$x = \dfrac{2a}{3}$, $h = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\dfrac{a}{3} = \dfrac{1}{3}H$ i el volum màxim

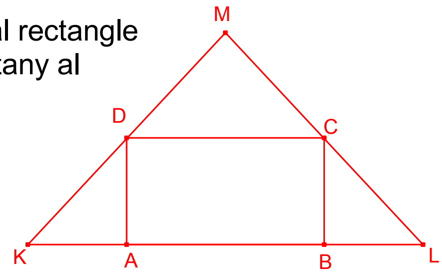
és $V\left(\dfrac{2a}{3}\right) = \dfrac{2\sqrt{2}}{27}a^3$



Per a $a = 1$, $V(x) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(-x^3 + x^2\right)$.

Problema 7

Determineu el triangle isòsceles d’àrea mínima circumscrit al rectangle ABCD de base a i altura b, tal que la base del rectangle pertany al costat desigual del triangle.



Solució:

Siga el rectangle ABCD $\overline{AB}=a$, $\overline{AD}=b$.

Siga el triangle $\overset{\Delta}{KLM}$ circumscrit al rectangle.

Siga $\overline{KA}=x$.

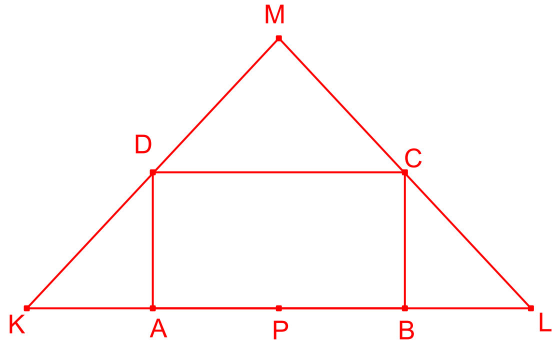
Siga $\overline{PM}=h$ altura del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$ sobre la base $\overline{KL}$.

Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{KAD}$, $\overset{\Delta}{KPM}$ són semblants.

Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{h}{x+\frac{a}{2}}=\frac{b}{x}.$$

$$h=\frac{b}{x}\left(x+\frac{a}{2}\right).$$



L’àrea del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$:

$$S=\frac{1}{2}(a+2x)\frac{b}{x}\left(x+\frac{a}{2}\right).$$

$$S(x)=\frac{b}{4}\frac{4x^2+4ax+a^2}{x},\ \ x>0.$$

$$S'(x)=\frac{b}{4}\frac{4x^2-a^2}{x^2}.$$

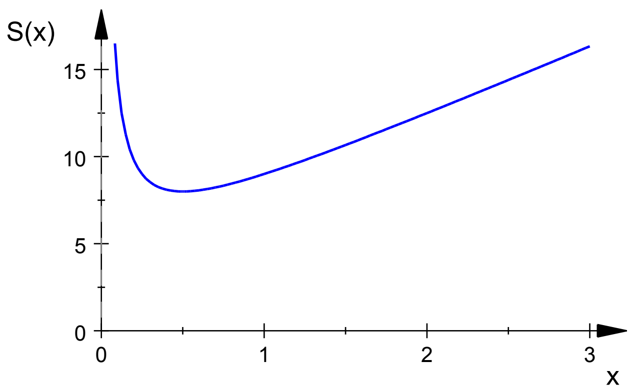
$S'(x)=0$. Resolent l’equació:

$$x=\frac{a}{2}.$$

$S''(x)=\dfrac{ba^2}{2x^3}$. $S''\left(\dfrac{a}{2}\right)=\dfrac{4b}{a}>0$, aleshores, $x=\dfrac{a}{2}$ és un mínim relatiu estricte.

El triangle isòsceles d’àrea mínima circumscrit al rectangle ABCD s’assoleix quan $x=\dfrac{a}{2}$, és a dir, quan la base és $\overline{KL}=2a$ i l’altura $\overline{PM}=2b$ i l’àrea màxima és:

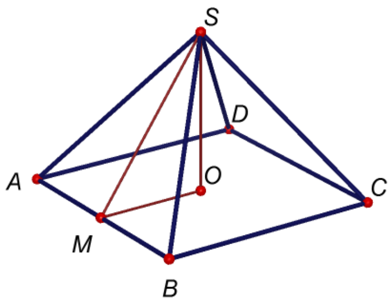
$$S\left(\frac{a}{2}\right)=2ab.$$



Gràfica per a $a=1, b=4$, $S(x)=\dfrac{4x^2+4x+1}{x}$.

Problema 8
Determineu les mesures d'una piràmide regular quadrangular de volum V i superfície mínima.

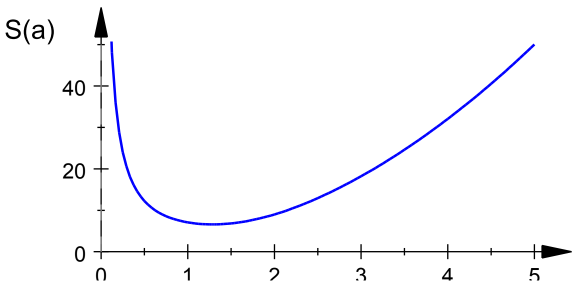
Solució:
Siga la piràmide regular ABCDS de base el quadrat ABCD de costat $\overline{AB} = a$, i altura $h = \overline{OS}$.
El volum de la piràmide és:
$V = \frac{1}{3}a^2h$. $h = \frac{3V}{a^2}$.



Siga M el punt mig de l'aresta $\overline{AB}$.
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{MOS}$:
$\overline{MS} = \frac{1}{2}\sqrt{4h^2 + a^2}$.
L'àrea de la piràmide és:
$S = a^2 + 4\left(\frac{1}{2}a\frac{1}{2}\sqrt{4h^2 + a^2}\right)$.

$S(a) = a^2 + \sqrt{\frac{36V^2}{a^2} + a^4}$, $a > 0$.

$$S'(a) = 2a + \frac{\frac{-36V^2}{a^3} + 2a^3}{\sqrt{\frac{36V^2}{a^2} + a^4}}.$$



Per a $V = 1$, $S(a) = a^2 + \sqrt{\frac{36}{a^2} + a^4}$.

$S'(a) = 0$.

$a \cdot \sqrt{\frac{36V^2}{a^2} + a^4} = \frac{18V^2}{a^3} - a^3$. Resolent l'equació:

$a^3 = \frac{3\sqrt{2}}{2}V$. $a = \sqrt[3]{\frac{3\sqrt{2}}{2}V}$.

Estudiant el signe de la primera derivada,
$a = \sqrt[3]{\frac{3\sqrt{2}}{2}V}$ és un mínim relatiu estricte.
Les dimensions de la piràmide de superfície mínima i volum V són:
$a = \sqrt[3]{\frac{3\sqrt{2}}{2}V}$ aresta de la base, i altura $h = \sqrt[3]{\frac{3}{4}V}$.

En aquest cas les arestes laterals són iguals a $\overline{AS} = a = \sqrt[3]{\frac{3\sqrt{2}}{2}V}$.

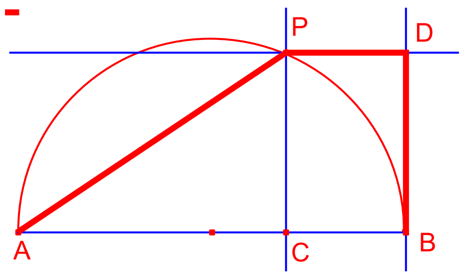
Problema 9

Des d'un punt P d'una semicircumferència de diàmetre $\overline{AB} = 2$ es dibuixen perpendiculars $\overline{PC}$ i $\overline{PD}$ al diàmetre i a la tangent a la semicircumferència en el punt B.

Siga $x = \overline{AC}$. Determineu l'àrea del trapezi ABDP en funció de x.

Determineu el valor de x que fa màxima l'àrea del trapezi.

Temes de grau. Problema 1972.



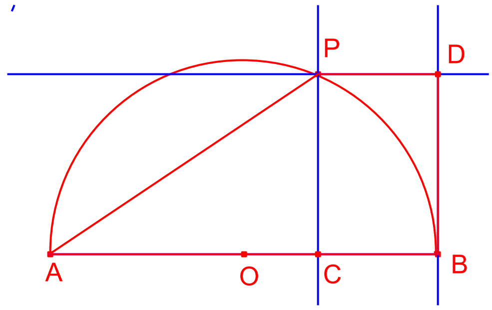
Solució:

Siga O el centre de la semicircumferència.

$\overline{OC} = |x-1|$, $\overline{PD} = \overline{CB} = 2 - x$.

$\overline{OP} = 1$.

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{OCP}$:

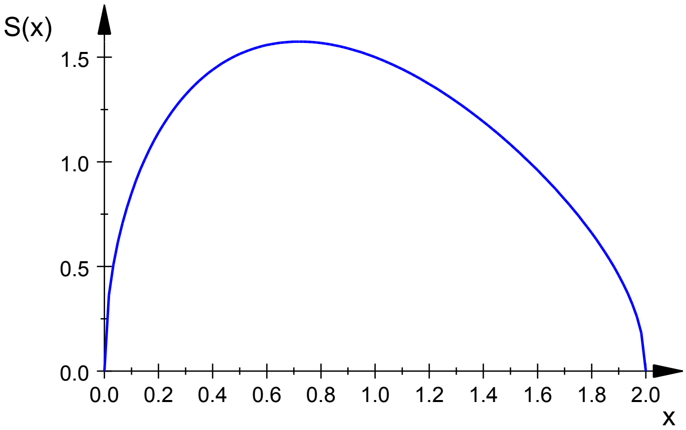


$\overline{BD} = \overline{PC} = \sqrt{2^2 - (x-1)^2} = \sqrt{-x^2 + 2x}$.

L'àrea del trapezi ABDP és:

$S_{ABDP} = \frac{1}{2}\left(\overline{AB} + \overline{PD}\right)\overline{BD} = \frac{1}{2}(4-x)\sqrt{-x^2+2x}$.

$S(x) = \frac{1}{2}(4-x)\sqrt{-x^2+2x}$, $x \in [0, 2]$.



$S(x) = \frac{1}{2}\sqrt{\left(-x^2+2x\right)(4-x)^2}$.

Derivem la funció:

$S(x) = \frac{1}{2}\frac{-(x-4)(2x-7x+4)}{\sqrt{\left(-x^2+2x\right)(4-x)^2}}$.

$S(x) = 0$. Resolent l'equació:

$x = \frac{7-\sqrt{17}}{4}$ les altres dues solucions no pertanyen a l'interval $[0, 2]$.

Estudiant el signe de la primera derivada en l'interval $[0, 2]$.

La funció és estrictament creixent en $\left]0, \frac{7-\sqrt{17}}{4}\right[$.

La funció és estrictament decreixent en $\left]\frac{7-\sqrt{17}}{4}, 2\right[$.

Aleshores $x = \frac{7-\sqrt{17}}{4}$ és un màxim de la funció.

El valor màxim de l'àrea del trapezi s'assoleix quan $x = \frac{7-\sqrt{17}}{4} \approx 0.7192$.

L'àrea màxima del trapezi és aproximadament:

$S(0.7192) \approx 1.5744$.

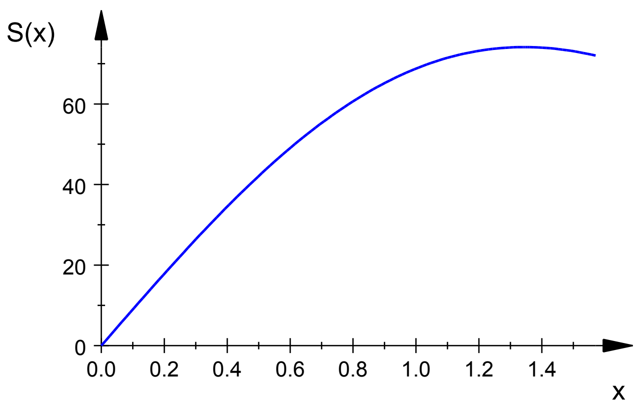
Problema 10
La base menor d'un trapezi rectangular és 12 i el costat oblic 6.
Quin angle ha de tindre el costat oblic i la base a fi que l'àrea siga màxima.
Calculeu aquesta àrea.
Proves de grau. Problema 1954.

Solució:

Siga el trapezi ABCD de costats paral·lels $\overline{AB}$, $\overline{CD}=12$, $\overline{AD}=6$.
Siga $x=\angle DAB$ entre el costat oblic i la base (en radians).
Siga P la projecció de D sobre el costat $\overline{AB}$.
$\overline{PB}=12$, $\overline{AP}=6\cos x$, $\overline{DP}=\overline{BC}=6\sin x$.
L'àrea del trapezi ABCD és:

$$S(x)=\frac{1}{2}(12+12+6\cos x)\,6\sin x\,,\ x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right].$$

$$S(x)=18(4+\cos x)\sin x\,.$$



Derivem la funció:

$$S'(x)=18\left(2\cos^2 x+4\cos x-1\right).$$

$$S'(x)=0\,.$$

Resolent l'equació:

$$\cos x=\frac{-2+\sqrt{6}}{2}.\ x=\arccos\left(\frac{-2+\sqrt{6}}{3}\right)\approx 1.3441\text{r}$$

(en graus sexagesimals aproximadament 77º).

$S''\left(\arccos\left(\frac{-2+\sqrt{6}}{2}\right)\right)<0$, aleshores, $x=\arccos\left(\frac{-2+\sqrt{6}}{2}\right)$ és un màxim relatiu estricte.

Aleshores, l'àrea màxima del trapezi ABCD s'assoleix quan $x=\arccos\left(\frac{-2+\sqrt{6}}{2}\right)$ i l'àrea màxima és:

$$S\left(\arccos\left(\frac{-2+\sqrt{6}}{2}\right)\right)\approx 74.10\,.$$