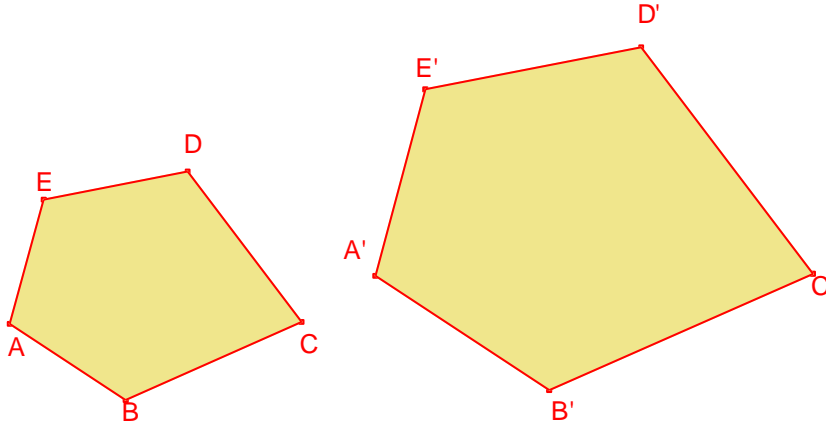


# Semblança

Dues figures són semblants si els costats corresponents són proporcionals, i els angles corresponents iguals.



$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{C'D'}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{D'E'}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{E'A'}}{\overline{EA}} = k, \text{ el valor } k \text{ s'anomena raó de semblança.}$$

Exemple 1:

Proveu que els quadrilàters ABCD i A'B'C'D' són semblants i determineu la raó de semblança.

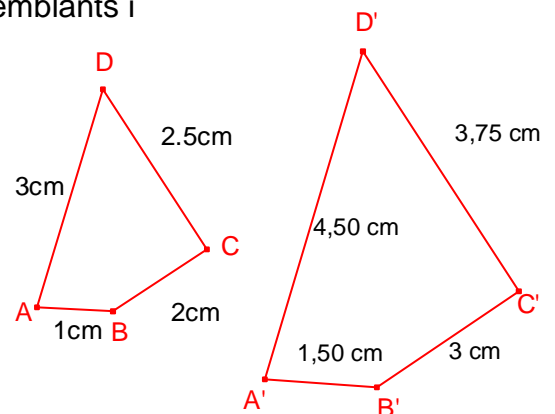
Solució:

$$\text{Provem que } \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{C'D'}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{D'A'}}{\overline{DA}} = k.$$

$$\frac{1.5}{1} = \frac{3}{2} = \frac{3.75}{2.5} = \frac{4.5}{3} = \frac{3}{2}.$$

Els angles corresponents són iguals ja que són paral·lels.

Els dos quadrilàters són semblants i la raó de semblança és  $k = \frac{3}{2}$ .



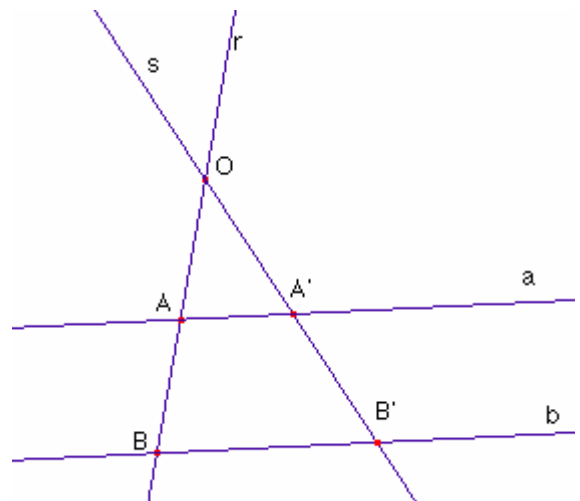
## Teorema de Tales.

Si dues rectes secants  $r$ ,  $s$  són tallades per paral·leles  $a$ ,  $b$ , els segments que determinen sobre una de les secants són proporcionals als segments que determinen en l'altra secant.

$$a) \frac{\overline{OA}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{A'B'}}$$

També s'acompleix:

$$b) \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OB'}} \quad c) \frac{\overline{OA}}{\overline{AA'}} = \frac{\overline{OB}}{\overline{BB'}}.$$



## Criteris de semblança de triangles.

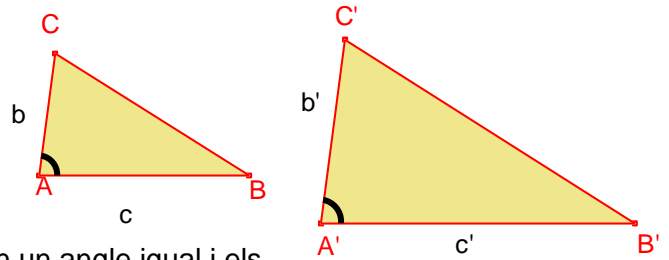
Siguen els triangles  $\triangle ABC$ ,  $\triangle A'B'C'$

### Criteri 1.

Si  $\hat{A} = \hat{A}'$ ,  $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$ , aleshores,

$$\triangle ABC \approx \triangle A'B'C'$$

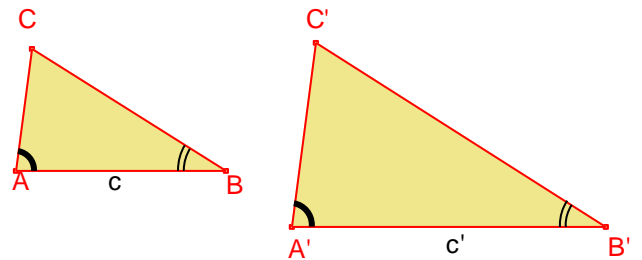
És a dir, dos triangles són semblants si tenen un angle igual i els costats corresponents que formen l'angle proporcionals.



### Criteri 2.

Si  $\hat{A} = \hat{A}'$ ,  $\hat{B} = \hat{B}'$ , aleshores,  $\triangle ABC \approx \triangle A'B'C'$

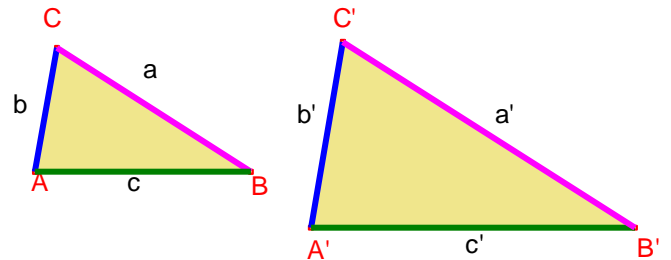
És a dir, dos triangles són semblants si tenen dos angles corresponents iguals.



### Criteri 3.

És a dir, dos triangles són semblants si tenen els tres costats corresponents proporcionals.

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$$



Exemple 2:

En la següent figura, determineu el valor de x.

Solució:

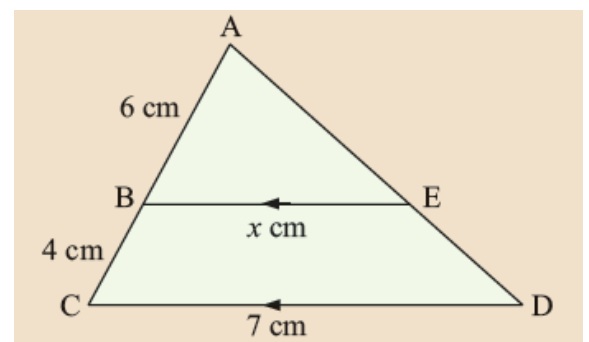
Els segments  $\overline{BE}$ ,  $\overline{CD}$  són paral·lels.

Aleshores, els triangles  $\triangle ABE$ ,  $\triangle ACD$  són semblants.

Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{BE}{CD} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{x}{7} = \frac{6}{10}. \text{ Resolent l'equació: } x = \frac{6}{10} \cdot 7 = 4.2.$$



Exemple 3:

En la següent figura, determineu el valor de  $x$  si els segments  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CE}$  són paral·lels.

Solució:

$$\angle CED = \angle ABD = \alpha, \quad \angle EDC = \angle BDA.$$

Aleshores,  $\angle DCE = \angle DAB$ .

Per tant, els triangles  $\triangle CED$ ,  $\triangle ABD$  són semblants.

Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{\overline{CE}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{BD}}.$$

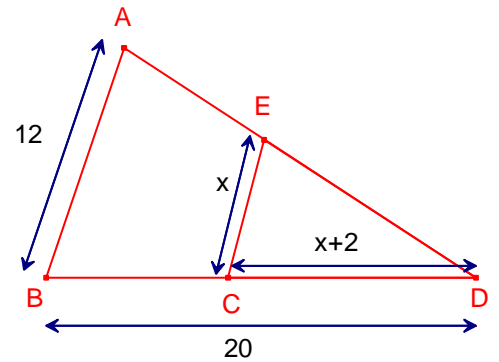
$$\frac{x}{12} = \frac{x+2}{20}. \quad \text{Resolem l'equació:}$$

$$60 \cdot \frac{x}{12} = 60 \cdot \frac{x+2}{20}.$$

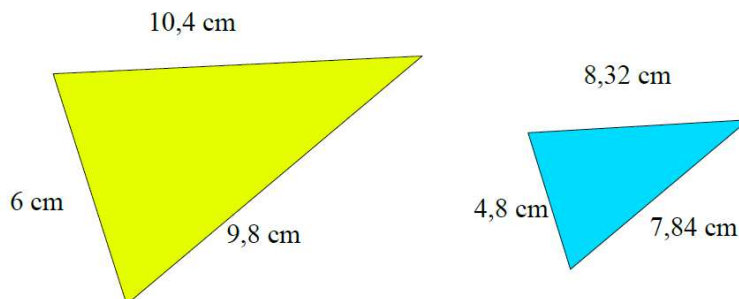
$$5x = 3x + 6.$$

$$2x = 6.$$

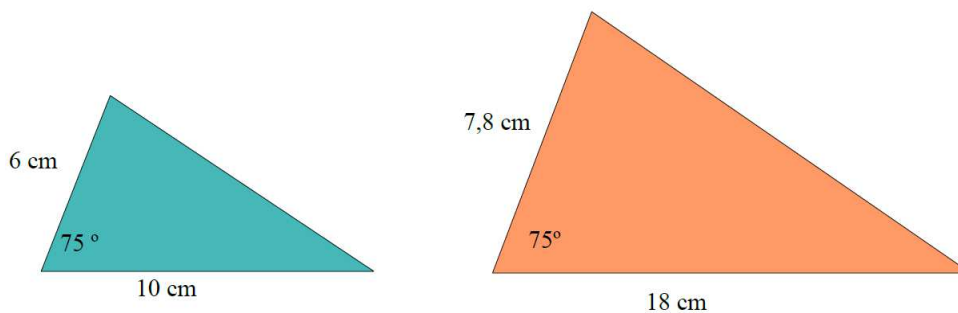
$$x = 3.$$



1.- Els següents triangles són semblants?. En cas afirmatiu determineu la raó de semblança.

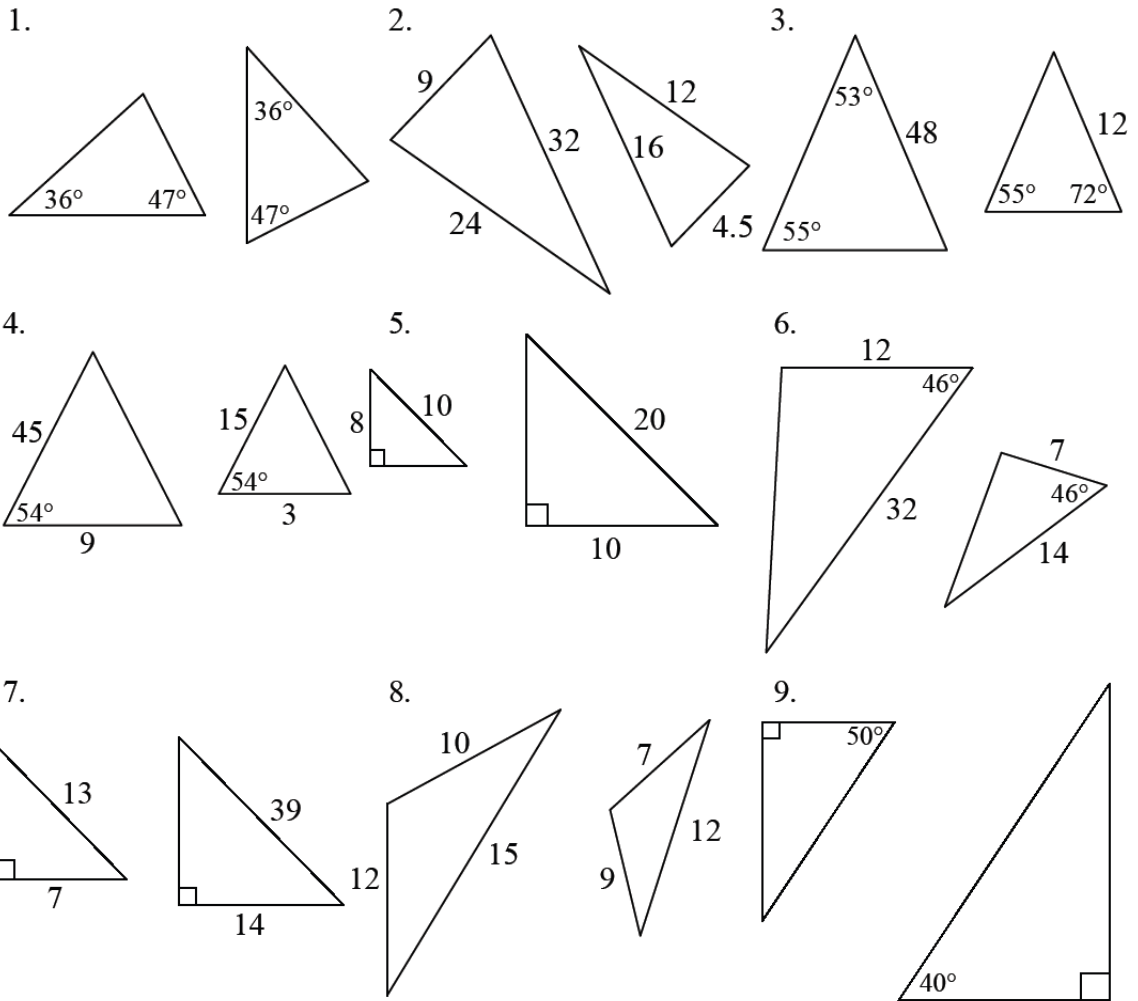


2.- Els següents triangles són semblants?. En cas afirmatiu determineu la raó de semblança.



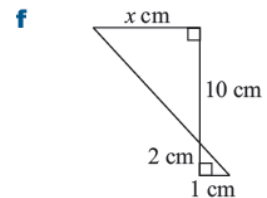
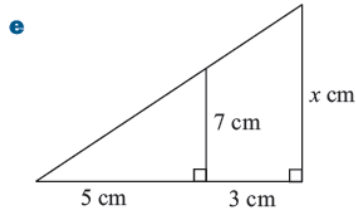
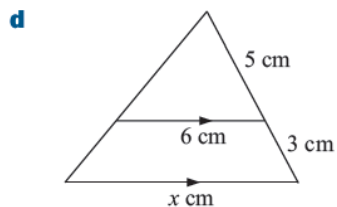
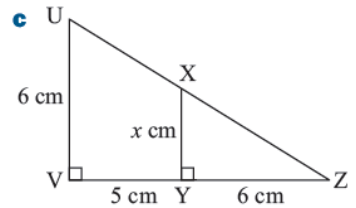
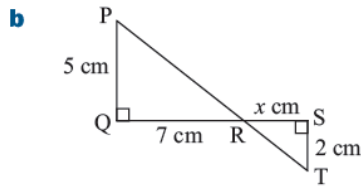
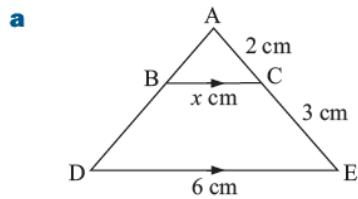
3.- Les següents parelles de triangles són semblants?

En cas possible calculeu la raó de semblança.

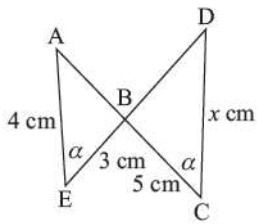


4.- En les següents figures indiqueu els triangles que són semblants.

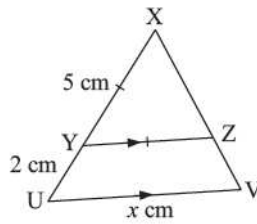
Determineu el valor de x:



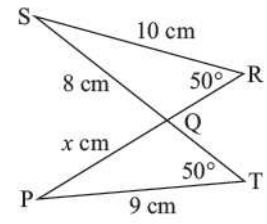
**g**



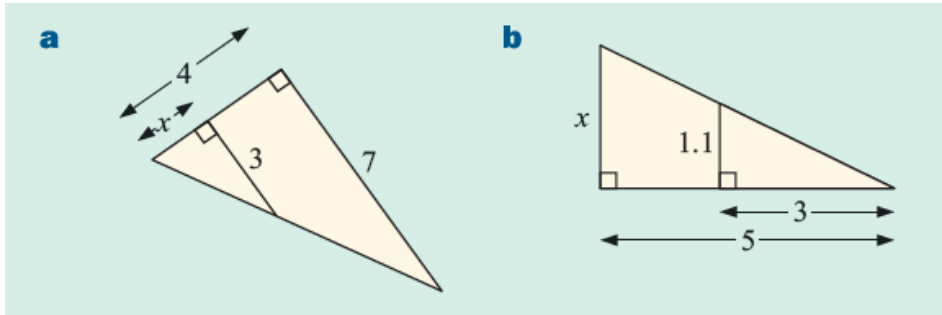
**h**



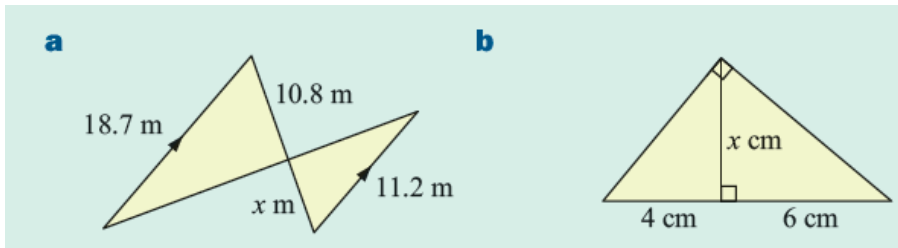
**i**



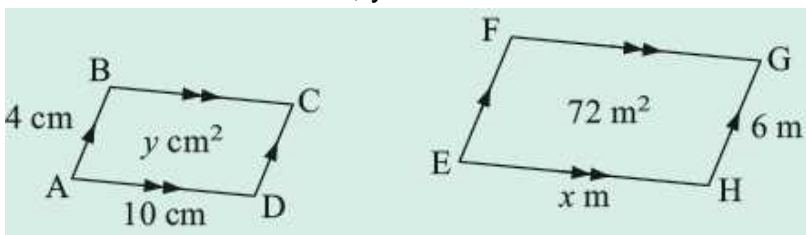
5.- Determineu el valor de x:



6.- Determineu el valor de x:

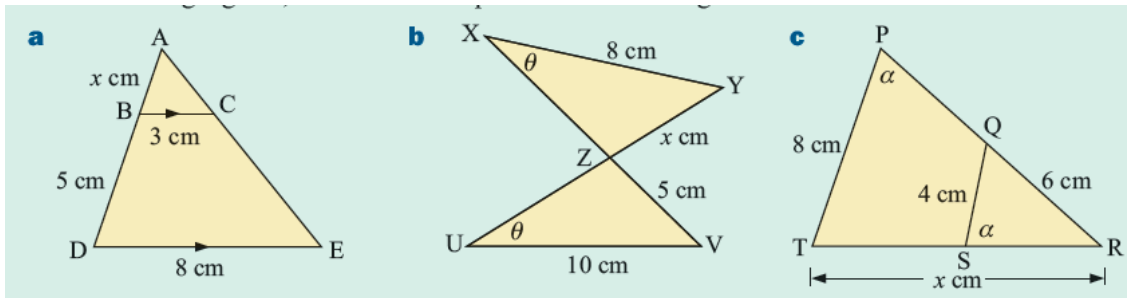


7.- En la següent figura els paral·lelogram ABCD i EFGH són semblants. Determineu el valor de x, y.



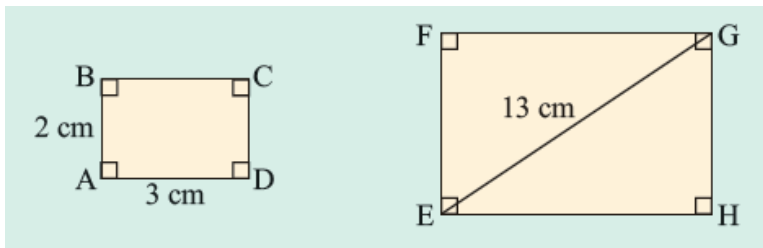
8.- En les següents figures indiqueu els triangles que són semblants.

Determineu el valor de  $x$ :

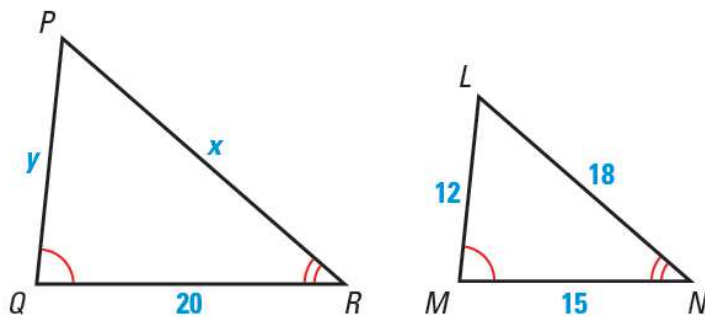


9.- En la següent figura els paral·lelogram  $ABCD$  i  $EFGH$  són semblants.

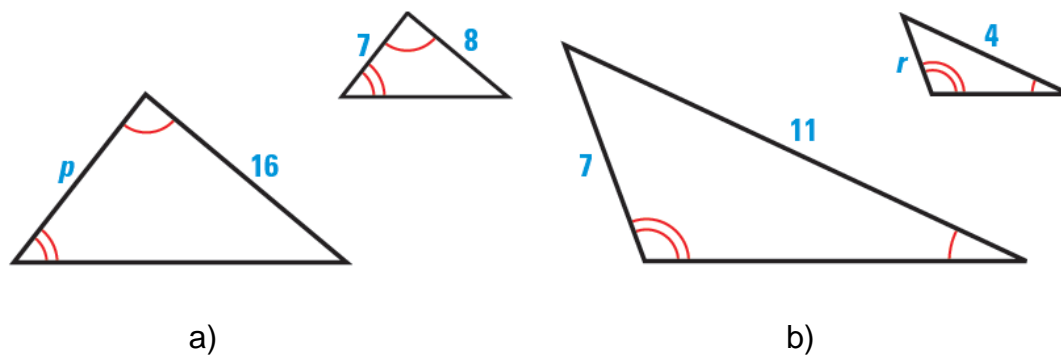
Determineu les dimensions del paral·lelogram  $EFGH$ .

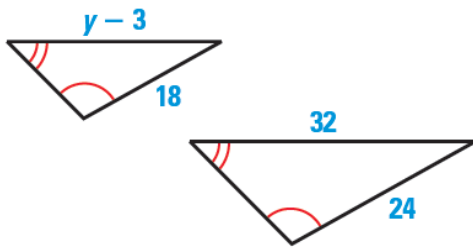


10.- Determineu  $x$ ,  $y$ .

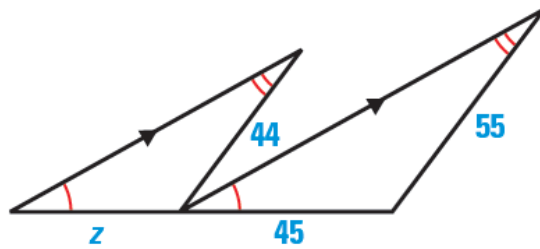


11.- Determineu els valors desconeguts en les següents figures.



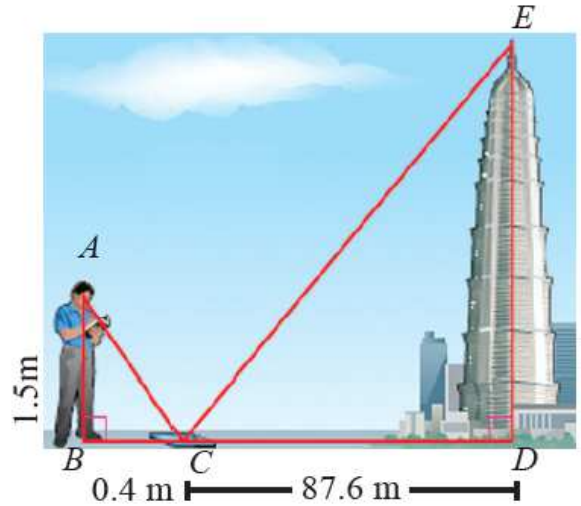


c)



d)

12.- Calculeu l'altura de la torre.  
En el punt C hi ha un espill i l'observador veu el cim de la torre.



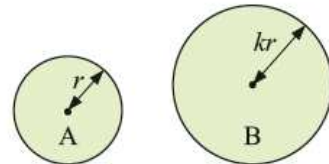
**Proporció entre les àrees de figures semblants.**

a) Dos cercles sempre són semblants:

L'àrea dels cercles és:

$$S_A = \pi r^2, S_B = \pi(k \cdot r)^2 = k^2 \cdot \pi r^2.$$

Aleshores:  $\frac{S_B}{S_A} = k^2.$



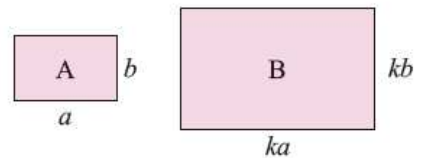
b) Siguen dos rectangles semblants i k la seua

raó de semblança:

L'àrea dels rectangles és

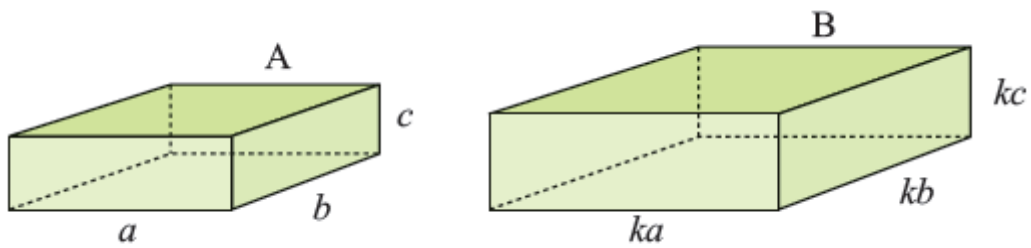
$$S_A = ab, S_B = ka \cdot kb = k^2 \cdot ab$$

Aleshores:  $\frac{S_B}{S_A} = k^2.$



Aleshores dues figures que són semblants les seues àrees són proporcionals al quadrat de la raó de semblança.

**Proporció entre els volums de cossos semblants.**



Siguen dos ortoedres semblants i  $k$  la seua raó de semblança:

El volum dels dos ortoedres és:

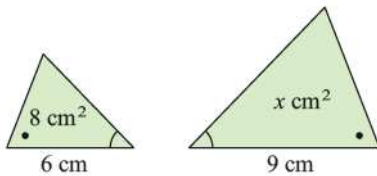
$$V_A = abc, \quad V_B = ka \cdot kb \cdot kc = k^3 \cdot abc$$

Aleshores:  $\frac{V_B}{V_A} = k^3.$

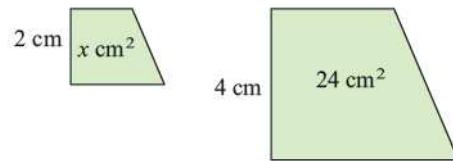
Aleshores dos cossos que són semblants els seus volums són proporcionals al cub de la raó de semblança.

13.- En les següents figures semblants, determineu el valor de  $x$ .

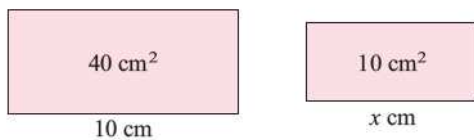
**a**



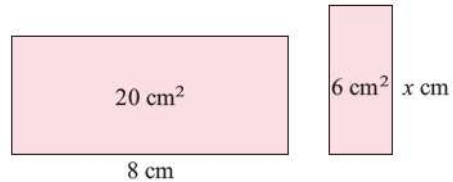
**b**



**c**

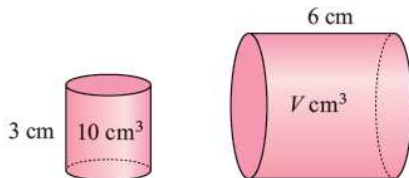


**d**

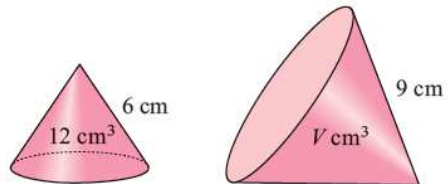


14.- En els següents cossos geomètrics semblants, determineu el valor de  $x$ .

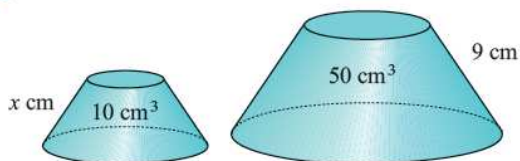
**a**



**b**



**c**



**d**

