Proves PAU's juny 2016.

Problema A.1.

Es dóna el sistema d'equacions $\begin{cases} ax \quad\quad - z = a \\ 2x + ay + z = 1 \\ 2x \quad\quad + z = 2 \end{cases}$, on a és un paràmetre real.

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

a) Els valors del paràmetre a per als quals el sistema és incompatible.

b) Totes les solucions del sistema quan aquest sistema siga compatible indeterminat.

c) La solució del sistema quan $a = -1$.

Problema A.2.

Es donen les rectes $r \equiv \begin{cases} x - 2y + z + 3 = 0 \\ 3x + y - z + 1 = 0 \end{cases}$ i $s \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 2\alpha \\ z = \alpha - 2 \end{cases}$.

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

a) La recta paral·lela a r que passa pel punt $(0, 1, 0)$.

b) El plànol Π que conté la recta r i és paral·lel a la recta s.

c) La distancia entre les rectes r i s.

Problema A.3.

Es dóna la funció f definida per $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 5x + 6}$.

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

a) Domini i asímptotes de la funció.

b) Intervals de creixement i de decreixement de la funció f.

c) La integral $\int f(x)dx$.

d) el valor $a > 4$ per al qual l'àrea de la superfície limitada per la corba $y = f(x)$ i les rectes $y = 0$, $x = 4$ i $x = a$ és $\ln\dfrac{3}{2}$.

Problema B.1.

Es dóna la matriu $A = \begin{pmatrix} \sqrt{5} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

a) La comprovació que $A^{-1} = 5^{-1}A^t$, sent A^t la matriu transposada de A.

b) Els valors del paràmetre real λ per als quals $A - \lambda I$ no és invertible, sent I la matriu identitat d'ordre 3.

c) El determinant d'una matriu quadrada B, el determinant de la qual és major que 0 i verifica $B^{-1} = B^t$.

Problema B.2.

Es dóna el plànol $\Pi \equiv 6x + 3y + 2z - 12 = 0$ i els punts $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(0\ 0, 3)$.

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

a) L'equació implícita del plànol Φ que passa pels punts A, B i C i la posició relativa dels plànols Π, Φ.

b) L'àrea del triangle de vèrtexs A, B i C.

c) Un punt P del plànol Π i el volum del tetraedre els vèrtexs del qual són P, A, B i C.

Problema B.3.

Cada dia una planta productora d'acer ven x tones d'acer de qualitat baixa i y tones d'acer de qualitat alta. Per restriccions del sistema de producció, ha de succeir que

$y = \dfrac{23 - 5x}{10 - x}$, en què $0 < x < \dfrac{23}{5}$.

El preu d'una tona d'acer de qualitat alta és de 900€, i el preu d'una tona d'acer de qualitat baixa és de 300€.

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

a) Els ingressos obtinguts en un dia en funció de x.

b) Quantes tones de cada tipus d'acer s'han de vendre en un dia perquè els ingressos obtinguts d'aquest dia siguen màxims.

c) L'ingrés màxim que es pot obtenir per les vendes d'acer en un dia.

Problema A.1.

Es dóna el sistema d'equacions $\begin{cases} ax \quad\quad - z = a \\ 2x + ay + z = 1 \\ 2x \quad\quad + z = 2 \end{cases}$, on a és un paràmetre real.

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:
a) Els valors del paràmetre a per als quals el sistema és incompatible.
b) Totes les solucions del sistema quan aquest sistema siga compatible indeterminat.
c) La solució del sistema quan $a = -1$.

Solució:

Siga $A = \begin{pmatrix} a & 0 & -1 \\ 2 & a & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matriu de coeficients, $A' = \left(\begin{array}{ccc|c} a & 0 & -1 & a \\ 2 & a & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right)$ la matriu ampliada.

$$|A| = \begin{vmatrix} a & 0 & -1 \\ 2 & a & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = a^2 + 2a.$$

$|A| = 0$, $a^2 + 2a = 0$. Resolent l'equació: $\alpha = 0, -2$.

Si $\alpha \neq 0, -2$, $\text{rang}A = 3$, $\text{rang}A' = 3$, aleshores, el sistema és compatible determinat.

Si $\alpha = 0$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & a & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right)$.

Considerem el menor format per 1ª, 2ª fila i 1ª, 3ª columna de la matriu A:

$\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 2 \neq 0$, aleshores, $\text{rang}A = 2$.

Considerem el menor format per 1ª, 3ª i 4ª columna de la matriu A':

$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \neq 0$. Aleshores, $\text{rang}A' = 3$.

Per tant, si $\alpha = 0$ el sistema és incompatible..

Si $\alpha = -2$, $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A' = \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 0 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right)$.

Considerem el menor format per 1ª, 2ª fila i 1ª, 2ª columna de la matriu A:

$\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = 4 \neq 0$, aleshores, $\text{rang}A = 2$.

Considerem el menor format per 1ª, 2ª i 4ª columna de la matriu A':

$\begin{vmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 0$. Aleshores, $\text{rang}A' = 2$.

Per tant, si $\alpha = -2$ el sistema és compatible indeterminat.

Podem eliminar la tercera equació que depén de les altres.

$\begin{cases} -2x - z = -2 \\ 2x - 24y + z = 1 \end{cases}$. Utilitzant el mètode de Gauss:

$\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 0 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \end{array}\right) \underset{F_2=F_1+F_2}{\equiv} \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \end{array}\right)$. El sistema és equivalent a:

$\begin{cases} -2x = -2 + z \\ -2y = -1 \end{cases}$. La solució és: $\begin{cases} x = 1 - \frac{1}{2}\lambda \\ y = \frac{1}{2} \\ z = \lambda \end{cases}$ on λ és un valor real.

c)

Si $\alpha = -1$, el sistema és compatible determinat $|A| = (-1)^2 + 2(-1) = -1$.

Aplicant la regla de Cramer: $\begin{cases} x = \dfrac{\begin{vmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{-1} = 1 \\ y = \dfrac{\begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}}{-1} = 1 \\ z = \dfrac{\begin{vmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}}{-1} = 0 \end{cases}$.

Problema A.2.

Es donen les rectes $r \equiv \begin{cases} x-2y+z+3=0 \\ 3x+y-z+1=0 \end{cases}$ i $s \equiv \begin{cases} x=1 \\ y=2\alpha \\ z=\alpha-2 \end{cases}$.

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:
a) La recta paral·lela a r que passa pel punt $(0,1,0)$.
b) El plànol Π que conté la recta r i és paral·lel a la recta s.
c) La distancia entre les rectes r i s.

Solució:

Resolem el sistema $r \equiv \begin{cases} x-2y+z+3=0 \\ 3x+y-z+1=0 \end{cases}$, $r \equiv \begin{cases} x-2y+z=-3 \\ 4x-y=-4 \end{cases}$, $r \equiv \begin{cases} x=\beta \\ y=4+4\beta \\ z=5+7\beta \end{cases}$.

Un punt de la recta r és $A(0,4,5)$ i el vector director és $v_r=(1,4,7)$

Siga la recta $s \equiv \begin{cases} x=1 \\ y=2\alpha \\ z=\alpha-2 \end{cases}$. Un punt de la recta s és $B(1,0,-2)$ i el vector director és $v_s=(0,2,1)$.

a)
La recta paral·lela a r que passa pel punt $(0,1,0)$ té vector director $v_r=(1,4,7)$.

La seua equació paramètrica és $p \equiv \begin{cases} x=0+\beta \\ y=1+4\beta \\ z=0+7\beta \end{cases}$.

b)
Notem que $\{v_r.\,v_s\}$ són linealment independents ja que les components no són proporcionals.
El plànol que conté la recta r i és paral·lel a la recta conté el punt A i els seus vectors directors són $\{v_r.\,v_s\}$. La seua equació implícita és:

$\Pi \equiv \begin{vmatrix} x-0 & y-4 & z-5 \\ 1 & 4 & 7 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$. Simplificant l'expressió:

$\Pi \equiv -10x-y+2z-6=0$.

c)
Les rectes r, s són secants o es creuen ja que els vectors directors d'ambdues $\{v_r.\,v_s\}$ són linealment independents.
La distància entre ambdues rectes és igual a la distància d'un punt qualsevol de la recta s (en particular $B(1,0,-2)$) al plànol $\Pi \equiv -10x-y+2z-6=0$ que conté la recta r i és paral·lel a la recta s:

$$d(r,s)=d(B,\Pi)=\left|\frac{-10\cdot 1-1\cdot 0+2\cdot(-2)-6}{\sqrt{(-10)^2+(-1)^2+2^2}}\right|=\frac{20}{\sqrt{105}}=\frac{4\sqrt{105}}{21}.$$

Podem deduir que les rectes r, s es creuen.

Problema A.3.

Es dóna la funció f definida per $f(x)=\dfrac{1}{x^2-5x+6}$.

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

a) Domini i asímptotes de la funció.

b) Intervals de creixement i de decreixement de la funció f.

c) La integral $\int f(x)dx$.

d) el valor $a>4$ per al qual l'àrea de la superfície limitada per la corba $y=f(x)$ i les rectes $y=0$, $x=4$ i $x=a$ és $\ln\dfrac{3}{2}$.

Solució:

a)

La funció racional no té domini quan del denominador és zero.

$x^2-5x+6=0$. Resolent l'equació:

$x=2,3$.

$\mathrm{Dom}(f)=R\sim(2,3)$.

La funció té asímptotes verticals en els valors de x que el denominador és zero i el numerador és distint de zero.

És a dir quan $x=2,3$.

Estudiem la tendència :

Siga l'asímptota $x=2$:

$\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{1}{x^2-5x+6}=-\infty$, $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{1}{x^2-5x+6}=+\infty$.

Siga l'asímptota $x=3$:

$\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{1}{x^2-5x+6}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{1}{x^2-5x+6}=-\infty$.

La funció té asímptotes horitzontals ja que el grau de polinomi numerador és menor que el grau del polinomi denominador.

$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{1}{x^2-5x+6}=0$, la recta $y=0$ és una asímptota horitzontal quan x s'aproxima a més infinit.

$\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{1}{x^2-5x+6}=0$, la recta $y=0$ és una asímptota horitzontal quan x s'aproxima a menys infinit.

En els dos casos la corba va per dalt de l'asímptota.

b)

$f'(x)=\dfrac{-2x+5}{\left(x^2-5x+6\right)^2}$, $x\in R\sim(2,3)$.

La funció és estrictament creixent quan $f'(x)>0$. Resolent la inequació:

$x<\dfrac{5}{2}$. És a dir, la funció és estrictament creixent quan $x\in\left]-\infty,\dfrac{5}{2}\right[\sim\{2\}$.

La funció és estrictament decreixent quan $f'(x)<0$. Resolent la inequació:

$x > \frac{5}{2}$. És a dir, la funció és estrictament decreixent quan $x \in \left]\frac{5}{2}, +\infty\right[\sim \{3\}$.

Nota: la funció és contínua en $x = \frac{5}{2}$ i passa de ser creixent a decreixent, aleshores, $x = \frac{5}{2}$ és un màxim relatiu de la funció. El punt màxim relatiu és $\left(\frac{5}{2}, f\left(\frac{5}{2}\right)\right)$, és a dir, el punt $\left(\frac{5}{2}, -4\right)$.

c)
Els zeros del denominador de la funció són $x = 2, 3$, reals i distints.

Descompondrem la funció en fraccions simples:

$\frac{1}{x^2 - 5x + 6} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-3} = \frac{A(x-3) + B(x-2)}{x^2 - 5x + 6}$. Igualant els numeradors:

$1 = A(x-3) + B(x-2)$.

Si $x = 2$, aleshores, $1 = -A$. Per tant, $A = -1$

Si $x = 3$, aleshores, $1 = B$.

$$\int \frac{1}{x^2 - 5x + 6} dx = \int \frac{-1}{x-2} dx + \int \frac{1}{x-3} dx = -\ln|x-2| + \ln|x-3| + C = \ln\left|\frac{x-3}{x-2}\right| + C.$$

d)
Si $a > 4$ la funció $f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$ és positiva quan $x \in [4, a]$.

$$\int_4^a \frac{1}{x^2 - 5x + 6} dx = -\ln|x-2| + \ln|x-3|\Big]_4^a = -\ln(a-2) + \ln(a-3) - (-\ln 2 + \ln 1) = \ln \frac{2(a-3)}{a-2}$$

$$\int_4^a \frac{1}{x^2 - 5x + 6} dx = \ln \frac{3}{2}$$

$\ln \frac{2(a-3)}{a-2} = \ln \frac{3}{2}$. Aleshores:

$\frac{2(a-3)}{a-2} = \frac{3}{2}$. Resolent l'equació:

$a = 6$.

Problema B.1.

Es dóna la matriu $A=\begin{pmatrix} \sqrt{5} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

a) La comprovació que $A^{-1}=5^{-1}A^{t}$, sent A^{t} la matriu transposada de A.

b) Els valors del paràmetre real λ per als quals $A-\lambda I$ no és invertible, sent I la matriu identitat d'ordre 3.

c) El determinant d'una matriu quadrada B, el determinant de la qual és major que 0 i verifica $B^{-1}=B^{t}$.

Solució:

a)

Provem que $5^{-1}A^{t}\cdot A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$5^{-1}A^{t}\cdot A=\frac{1}{5}\begin{pmatrix} \sqrt{5} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \sqrt{5} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

b)

Una matriu té inversa si i només si el seu determinant és distint de zero.

$$A-\lambda I=\begin{pmatrix} \sqrt{5} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \sqrt{5}-\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 1-\lambda & -2 \\ 0 & 2 & 1-\lambda \end{pmatrix}.$$

$\det(A-\lambda I)=\det\begin{pmatrix} \sqrt{5}-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 1-\lambda & -2 \\ 0 & 2 & 1-\lambda \end{pmatrix}$. Desenvolupant per la primera fila:

$$\det(A-\lambda I)=\left(\sqrt{5}-\lambda\right)\begin{vmatrix} 1-\lambda & -2 \\ 2 & 1-\lambda \end{vmatrix}=\left(\sqrt{5}-\lambda\right)\left(\lambda^{2}-2\lambda+4\right).$$

La matriu no té inversa si $\det(A-\lambda I)=0$:

$\left(\sqrt{5}-\lambda\right)\left(\lambda^{2}-2\lambda+5\right)=0$. Resolent l'equació: $\sqrt{5}-\lambda=0$, o bé $\lambda^{2}-2\lambda+5=0$.

$\lambda=\sqrt{5}$, la segona equació no té solució real.

c)

Si $\det(B)>0$, aleshores, B té inversa.

$\det(B\cdot B^{-1})=\det(I)=1$.

Aleshores, $\det(B\cdot B^{t})=1$.

Sabem que $\det(B)=\det(B^{t})$.

$\det(B\cdot B^{t})=\det(B)\cdot\det(B^{t})=\left(\det(B)\right)^{2}=1$.

Aleshores, $\det(B)=+\sqrt{1}=1$, ja que $\det(B)>0$.

Problema B.2.

Es dóna el plànol $\Pi \equiv 6x+3y+2z-12=0$ i els punts $A(1,0,0)$, $B(0,2,0)$, $C(0\ 0,3)$.

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

a) L'equació implícita del plànol Φ que passa pels punts A, B i C i la posició relativa dels plànols Π, Φ.

b) L'àrea del triangle de vèrtexs A, B i C.

c) Un punt P del plànol Π i el volum del tetraedre els vèrtexs del qual són P, A, B i C.

Solució:

a)

$\overrightarrow{AB}=(-1,2,0)$, $\overrightarrow{AC}=(-1,0,3)$. Els dos vectors són linealment independents ja que no tenen les components proporcionals.

El plànol Φ que passa pels punts A, B i C, passa pel punt A i té per vectors directors, $\overrightarrow{AB}=(-1,2,0)$, $\overrightarrow{AC}=(-1,0,3)$. La seua equació implícita és:

$\Phi \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y-0 & z-0 \\ -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{vmatrix}=0$. Simplificant: $\Phi \equiv 6x+3y+2z-6=0$.

Estudiem la posició relativa dels plànols Π, Φ.

Estudiem la condició de paral·lelisme, $\frac{A}{A'}=\frac{B}{B'}=\frac{C}{C'}\neq\frac{D}{D'}$.

$\frac{6}{6}=\frac{3}{3}=\frac{2}{2}\neq\frac{-12}{-6}$. Aleshores els dos plànols són paral·lels.

b)

L'àrea del triangle de vèrtexs A, B i C, és $S_{ABC}=\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right\|$.

$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{vmatrix}=6i+3j+2k=(6,3,2)$. $\left\|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right\|=\sqrt{6^2+3^2+2^2}=7$.

$S_{ABC}=\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right\|=\frac{7}{2}$.

c)

Un punt qualsevol del plànol Π satisfà la seua equació:

Siguen $x=0, y=0$, aleshores, $6\cdot 0+3\cdot 0+2z-12=0$, aleshores, $z=6$.

$P(-0\ 0,6)$.

El volum del tetraedre ABCP és $V_{ABCP}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AP}\right]\right|$

$\overrightarrow{AB}=(-1,2,0)$, $\overrightarrow{AC}=(-1,0,3)$, $\overrightarrow{AP}=(-1,0,6)$:

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AP}\right]=\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 6 \end{vmatrix}=6$. $V_{ABCP}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AP}\right]\right|=\frac{1}{6}6=1$.

Nota: El valor del volum del tetraedre ABCP no depén del punt P sobre el plànol Π ja que els plànols Π, Φ són paral·lels. (L'altura sobre el plànol ABC és la distància entre els dos plànols).

Problema B.3.

Cada dia una planta productora d'acer ven x tones d'acer de qualitat baixa i y tones d'acer de qualitat alta. Per restriccions del sistema de producció, ha de succeir que $y = \dfrac{23-5x}{10-x}$, en què $0 < x < \dfrac{23}{5}$.

El preu d'una tona d'acer de qualitat alta és de 900€, i el preu d'una tona d'acer de qualitat baixa és de 300€.

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

a) Els ingressos obtinguts en un dia en funció de x.

b) Quantes tones de cada tipus d'acer s'han de vendre en un dia perquè els ingressos obtinguts d'aquest dia siguen màxims.

c) L'ingrés màxim que es pot obtenir per les vendes d'acer en un dia.

Solució:

La funció ingressos depén de les tones x, y:

$I(x, y) = 300x + 900y$.

$I(x) = 300x + 900\dfrac{23-5x}{10-x}$, $0 < x < \dfrac{23}{5}$

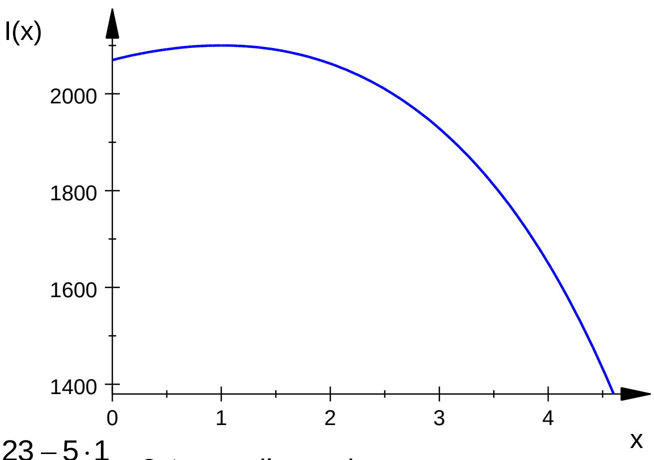
$I(x) = \dfrac{300x^2 + 1500x - 20700}{x-10}$, $0 < x < \dfrac{23}{5}$.

b)

Derivem la funció ingressos:

$$I'(x) = \frac{(600x+1500)(x-10)-\left(-300x^2-1500x-20700\right)1}{(x-10)^2} = \frac{300x^2-6000x+5700}{(x-10)^2}.$$

$I'(x) = 0$.



$300x^2 - 6000x + 5700 = 0$.

Resolent l'equació:

$x = 1, 19$.

La solució $x = 19 \notin \left]0, \dfrac{23}{5}\right[$.

Estudiant el signe de la primera derivada:

$I'(x) > 0$, quan $x \in \left]0, 1\right[$. $I'(x) < 0$, quan $x \in \left]1, \dfrac{23}{5}\right[$.

Aleshores, $x = 1$ és el màxim de la funció.

S'ha de vendre 1 tona d'acer de qualitat baixa i $y = \dfrac{23-5\cdot 1}{10-1} = 2$ tones d'acer de qualitat alta.

c)

El màxim dels ingressos s'assoleix quan $x = 1$.

Els ingressos màxims són:

$I(1) = \dfrac{300\cdot 1^2 + 1500\cdot 1 - 20700}{1-10} = 2100€$.