Problema A.2. Setembre 2012

En l'espai es té la recta r i el pla Π d'equacions $r \equiv \begin{cases} x+y-z=1 \\ x-y-z=0 \end{cases}$ i $\Pi \equiv x+mz=0$, on m és un paràmetre real. Obteniu raonadament:

a) Un vector director de la recta r.
b) El valor de m per al qual la recta r i el pla Π són perpendiculars.
c) El valor de m per al qual la recta r i el pla Π són paral·lels.
d) La distància entre r i Π quan es dóna a m el valor obtingut en l'apartat c).

Problema B.2. Setembre 2012

En l'espai es donen els plans π, σ i τ d'equacions:
$\pi \equiv 2x-y+z=3$, $\sigma \equiv x-y+z=2$, $\tau \equiv 3x-y-az=b$, essent a i b paràmetres reals, i la recta r intersecció dels plans π, σ. Obteniu raonadament:

a) Un punt, el vector director de i les equacions de la recta r.
b) L'equació del pla que conté la recta r i passa pel punt $(2,1,3)$.
c) Els valors de a i b perquè el pla τ continga la recta r, intersecció els plans π i σ.

Problema A.2. Juny 2012

Es donen les rectes $r_1 \equiv \begin{cases} x=1+2\alpha \\ y=\alpha \\ z=2-\alpha \end{cases}$ i $r_2 \equiv \begin{cases} x=-1 \\ y=1+\beta \\ z=-1-2\beta \end{cases}$, essent α i β paràmetres reals.

Calculeu raonadament:

a) Les coordenades del punt de tall de r_1 i r_2.
b) L'equació del pla que conté aquestes dues rectes.
c) La distància del punt $(0,0,1)$ a la recta r_2.

Problema B.2. Juny 2012

Es dóna la recta r d'equació $r \equiv \begin{cases} x-2y-2z=1 \\ x+5y-z=0 \end{cases}$ i el pla Π d'equació $\Pi \equiv 2x+y+nz=p$, on n i p són paràmetres reals.

Obteniu raonadament:

a) Tots els valors de n per als quals la intersecció de la recta r i el pla Π és un punt.
b) El valor de n i el valor de p per als quals la recta r està continguda en el pla Π.
c) El valor de n i tots els valors de p per al quals la recta r no talla el pla Π.

Problema A.2. Setembre 2011

En l'espai es donen les rectes $r \equiv \begin{cases} x=3+\lambda \\ y=-1+2\lambda \\ z=2+\lambda \end{cases}$ i $s \equiv \begin{cases} x+2y-1=0 \\ 3y-z+2+\alpha=0 \end{cases}$.

Obteniu raonadament:

a) El valor de α perquè les rectes r i s estiguen contingudes en un plànol.
b) L'equació del plànol que conté les rectes r i s per al valor de α obtingut en l'apartat anterior.
c) L'equació del plànol perpendicular a la recta r que conté el punt $(1,2,1)$.

Problema B.2. Setembre 2011

Es dóna la recta $r \equiv \begin{cases} x - 4y = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$ i el pla $\Pi_\alpha \equiv (2 + 2\alpha)x + y + \alpha z - 2 - 6\alpha = 0$ dependent del paràmetre real α.

Obtingueu raonadament:

a) L'equació del pla Π_α que passa pel punt $(1, 1, 0)$

b) L'equació del pla Π_α que és paral·lel a la recta r.

c) L'equació del pla Π_α que és perpendicular a la recta r.

Problema A.2. juny 2011

En l'espai es donen les rectes $r \equiv \begin{cases} x + z = 2 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}$ i $s \equiv \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - y - z = 2 \end{cases}$.

Obteniu raonadament:

a) Un punt i un vector director de cada recta.

b) La posició relativa de les rectes r i s.

c) L'equació del pla que conté a r i és paral·lel a s.

Problema B.2. juny 2011

En l'espai es donen les rectes $r \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 3 \end{cases}$ i $s \equiv x - 1 = y = z - 3$.

Obteniu raonadament:

a) Un vector director de cadascuna de les rectes r i s.

b) L'equació del pla perpendicular a la recta r que passa pel punt $(0, 1, 3)$.

c) El punt intersecció de les rectes r i s i l'equació del pla Π que conté aquestes rectes r i s.

Problema A.2. setembre 2010

Es demana obtenir raonadament:

a) L'equació del pla Π que passa pels punts $O(0, 0, 0)$, $A(6, -3, 0)$ i $B(3, 0, 1)$.

b) L'equació de la recta r que passa pel punt $P(8, 7, -2)$ i és perpendicular a Π.

c) El punt Q del pla Π la distància al punt P del qual és menor que la distància de qualsevol altre punt del pla Π al punt P.

Problema B.2. setembre 2010

Donades les dues rectes r i s d'equacions $r \equiv \frac{x-4}{3} = \frac{y-4}{2} = z - 4$ i $s \equiv x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ es demana calcular raonadament:

a) Les coordenades del punt P d'intersecció de les rectes r i s.

b) L'angle que formen les rectes r i s.

c) L'equació implícita $Ax + By + Cz + D = 0$ del pla Π que conté les rectes r i s.

Problema A.2. juny 2010

Donades les rectes d'equacions $r \equiv \begin{cases} 5x + y - z = 4 \\ 2x - 2y - z = -5 \end{cases}$ i $s \equiv \begin{cases} x - y = -5 \\ z = 4 \end{cases}$, es demana:

a) Justificar que les rectes r i s és creuen.

b) Calcular raonadament la distància entre les rectes r i s.

c) Determinar l'equació del pla Π que és paral·lel i equidistant a les rectes r i s.

Problema B.2. juny 2010
Siga la recta de vector director $(2, -1, 1)$ que passa pel punt $P(0, 3, -1)$, Es demana:
a) Obtenir raonadament la distància del punt $A(0, 1, 0)$ a la recta r.
b) Calcular raonadament l'angle que forma la recta que passa pels punts P i A amb la recta r en el punt P.
c) Si Q és el punt on la recta r talla el pla d'equació $z = 0$, comprovar que el triangle de vèrtexs APQ té angles iguals en els vèrtexs P i Q.

Problema 2.1. setembre 2009
Atesos els punts $P(3, -1, 4)$ i $Q(1, 0, -1)$ i el pla Π d'equació $\Pi \equiv x - 2y + 2z + 5 = 0$ es demana que calculeu raonadament:
a) L'equació de la recta r que passa pel punt P i és perpendicular al pla Π.
b) L'equació dels plans que passen pel punt P i són perpendiculars al pla Π.
c) L'equació del pla Π' que passa pels punts P i Q i és perpendicular al pla Π.

Problema 2.2. setembre 2009
Siga Π el pla d'equació $\Pi \equiv 3x + 2y + 4z - 12 = 0$. Calculeu raonadament:
a) Les equacions dels dos plans paral·lels a Π que disten 5 unitats de Π.
b) Els tres punts A, B, C, intersecció del pla Π amb cadascun dels tres eixos coordenats.
c) Els tres angles del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$.

Problema 2.1. juny 2009
Siguen A, B i C els punts d'intersecció del pla d'equació $x + 4y - 2z - 4 = 0$ amb els eixos coordenats OX, OY, OZ, respectivament. Es demana calcular raonadament:
a) L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$.
b) El perímetre del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$.
c) Els tres angles interiors del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$.

Problema 2.2. juny 2009
Donats els punts $O(0, 0, 0)$, $A(4, 4, 0)$ i $P(0, 0, 12)$, es demana obtenir raonadament:
a) L'equació de la recta que passa per A i és perpendicular al pla d'equació $z = 0$.
b) L'equació del pla que complesca les dues següents condicions:
1) Passe pel punt P i per un punt Q de la recta d'equació $x = y = 4$.
2) Siga perpendicular a la recta que passa per O i Q.

Problema 2.1. setembre 2008
Atesos els dos plans $\Pi_1 \equiv x + y + z = 3$ i $\Pi_2 \equiv x + y - \alpha z = 0$, es demana que calculeu raonadament:
a) El valor de α perquè els plans Π_1 i Π_2 siguen perpendiculars i, per a aquest valor de α obteniu les equacions paramètriques de la recta intersecció d'aquests dos plans.
b) El valor de α perquè els plans Π_1 i Π_2 siguen paral·lels, i per a aquest valor de α obteniu les equacions paramètriques de la recta intersecció d'aquests dos plans Π_1 i Π_2.

Problema 2.2. setembre 2008

Atesos el punt $O(0,0,0)$ i el pla $\Pi \equiv x+y+z=6$, es demana que calculeu raonadament:

a) L'equació de la recta r que passa per O i és perpendicular al pla Π.
b) Les coordenades del punt simètric de O respecte del pla Π.
c) L'equació del pla que conte l'eix OX i la recta r.

Problema 2.1. juny 2008

Es donen els punts $A(2,1,1)$ i $B(1,0,-1)$, i la recta r d'equació $r \equiv x-5=y=\dfrac{z+2}{-2}$.

Es demana que calculeu raonadament:

a) El punt C de r que equidistà de A i B.
b) L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$.

Problema 2.2. juny 2008

Ateses la recta r, intersecció dels plans $y+z=0$ i $x-2y-1=0$ i la recta s d'equació $s \equiv \dfrac{x}{2}=y-1=-z+3$, es demana el següent:

a) Obtenir, raonadament, les equacions paramètriques de r i s.
b) Expliqueu d'un mode raonat quina és la posició relativa de les rectes r i s.
c) Calculeu la distància entre les rectes r i s.

Problema 2.1. setembre 2007

Atès el pla $\Pi \equiv 2x+y+3z-1=0$ i el punt $Q(2,1,3)$, es demana que calculeu:

a) La distància del punt Q al pla Π.
b) L'àrea del triangle els vèrtexs del qual P_1, P_2, P_3 són els punts d'intersecció del pla Π amb els eixos coordenats.
c) El volum de tetraedre de vèrtexs P_1, P_2, P_3 i Q.

Problema 2.2. setembre 2007

Atesos els plans Π_1 i Π_2 d'equacions $\Pi_1 \equiv x+2y+z+3=0$ i $\Pi_2 \equiv 2x+y-z-6=0$, es demana el següent:

a) Calculeu l'angle α que formen els plans Π_1 i Π_2.
b) Calculeu l'equació paramètrica de la recta r, intersecció dels plans Π_1 i Π_2.
c) Comproveu que el pla Π d'equació $\Pi \equiv x+y-1=0$ és el pla bisector de Π_1 i Π_2, és a dir, Π forma un angle $\dfrac{\alpha}{2}$ amb cadascun dels plans Π, on α és l'angle obtingut en l'apartat a).

Problema 2.1. juny 2007

Ateses les dues rectes r i s, que es tallen, d'equacions

$r \equiv \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{2y-1}{-6}=\dfrac{2z-3}{6}$, $s \equiv \dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{2y+3}{2}=\dfrac{z-1}{4}$, es demana que calculeu:

a) El punt P de tall de les rectes r i s.
b) Un vector direccional de r i un altre de s, i l'angle α que formen les rectes r i s en el punt de tall P.
c) L'equació implícita $ax+by+cz+d=0$ del pla Π que conté les rectes r i s.

Problema 2.2. juny 2007

Atesos el punt $Q(3,-1,4)$ i la recta r d'equació paramètrica $r\equiv\begin{cases}x=-2+3\lambda\\ y=-2\lambda\\ z=1+4\lambda\end{cases}$ es demana el següent:

a) Trobeu la distància del punt Q a la recta r.
b) Justifiqueu que la recta s que passa per Q i té $(1,-1,1)$ com a vector direccional no talla a r.
c) Calculeu la distància entre les rectes r i s.

Problema 2.1. setembre 2006

En l'espai es consideren:
La recta r intersecció dels plans d'equacions implícites $2x-2y-z=9$ i $4x-y+z=42$. La recta s que passa pels punts $(1,3,-4)$ i $(3,-5,-2)$. Es demana:
a) Calculeu les equacions paramètriques de la recta r i de la recta s.
b) Justifiqueu que les rectes r i s es creuen.
c) Calculeu un vector direccional de la recta t, perpendicular comuna a les rectes r i s. Calculeu el punt P intersecció de les rectes s i t.

Problema 2.2. setembre 2006

En l'espai es consideren:
El pla Π que passa pels punts $(11,1,2)$, $(5,7,5)$ i $(7,-1,-2)$ i la recta r intersecció dels plans d'equacions implícites $x+y+z=15$ i $2x-7y+2z=3$.
a) Calculeu l'equació paramètrica de r i la equació implícita del pla Π.
b) Calculeu el punt P d'intersecció de r i Π i l'angle α que determinen r i Π.
c) Calculeu els punts M i N de la recta r la distància al pla Π dels quals és igual a 3 u.l.

Problema 2.1. juny 2006

En l'espai es consideren:
La recta r intersecció de dos plans d'equacions: $x+y-z=5$ i $2x+y-2z=2$ i la recta s que passa pels punts $P(3,10,5)$ i $Q(5,12,6)$. Es demana:
a) Calculeu les equacions paramètriques de la recta r i de la recta s.
b) Calculeu el punt H intersecció de r i s i l'angle α que determinen r i s.
c) Calculeu els punts M i N de la recta r que als quals l'àrea de cadascun dels triangles de vèrtexs PQM i PQN és 3 unitats d'àrea.

Problema 2.2. juny 2006

Donats els punts $A(4,-4,9)$, $B(2,0,5)$, $C(4,2,6)$, $L(1,1,4)$, $M(0,2,3)$, $N(3,0,5)$, es demana:
a) Calculeu la distància d del punt C al punt mitjà del segment d'extrems A, B i l'àrea S del triangle de vèrtexs A, B, C.
b) Calculeu les equacions implícites del pla δ que passa pels punts A, B, C i del pla δ' que passa pels punts L, M, N.
c) Calculeu l'equació paramètrica de la recta r intersecció dels plans δ, δ' i l'angle α que determinen els plans δ, δ'.

Problema 2.1. setembre 2005

Un paral·lelepípede rectangular (o ortoedre) té tres de les seues arestes sobre les rectes: $l \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$, $m \equiv \begin{cases} x - 2y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ i $n \equiv \begin{cases} 2x + y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$, i un dels seus vèrtexs és $(12, 21, -11)$. Es demana:

a) Trobar els vèrtexs restants.
b) Calcular el seu volum.

Problema 2.2. setembre 2005

Donats els plans $\pi \equiv 5x - y - z = 0$, $\sigma \equiv x + y - z = 0$ i el punt $P(9, 4, -1)$, determineu:

a) L'equació del pla que passa pel punt P i és perpendicular a π i σ.
b) El punt simètric de P respecte de la recta r, intersecció dels plans π i σ.

Problema 2.1. juny 2005

Es consideren el pla $\Pi \equiv y + z - 12m = 0$ (m paràmetre real) i les rectes: $u \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = z \end{cases}$, $v \equiv \begin{cases} x = 2 \\ y = 2z \end{cases}$, $w \equiv \begin{cases} x = 3 \\ y = 3z \end{cases}$. Siguen A, B i C els punts d'intersecció de Π amb u, v, w, respectivament.

a) Calculeu les coordenades de A, B i C en funció de M.
b) Trobeu els valors de m per als quals l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ és 1u.a.

Problema 2.2. juny 2005

Trobeu les equacions dels plans que passen pel punt $(-7, 2, -3)$ i que les projeccions perpendiculars de l'origen sobre els esmentats plans són punts de la recta $(x, y, z) = (0, 4, 1) + t(1, 0, 0)$.

Problema 2.1. setembre 2004

a) Calculeu el pla que passa pel punt $P(-2, 4, -3)$ i és perpendicular a la recta $r \equiv (x, y, z) = (1, 2, 0) + t(1, -2, 1)$
b) Calculeu la distància entre el punt P i la recta r.

Problema 2.2. setembre 2004

Considerem els punts $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 1)$, $D(2, 1, 2)$. Es demana que:

a) Calculeu l'àrea del triangle de vèrtexs B, C i D.
b) El volum del tetraedre de vèrtexs A, B, C i D.
c) Calculeu la distància del punt A al pla que passa pels punts B, C i D.

Problema 2.1. juny 2004

Donats els plans $\Pi_1 \equiv x + y + z = -5$, $\Pi_2 \equiv x - 3y - z = 3$ i la recta $r \equiv \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{2}$.

a) Determineu raonadament la posició relativa de la recta r i la recta s intersecció dels plans Π_1 i Π_2.
b) Calculeu raonadament l'equació del pla que conté la recta s anterior i és paral·lel a r

Problema 2.2. juny 2004

Tenim la recta $r \equiv (x, y, z) = (t+1, 2t, 3t)$, el pla $\Pi \equiv x - 2y - z = 0$ i el punt $P(1, 1, 1)$

a) Determineu l'equació del pla Π_1 que passa pel punt P i és paral·lel al pla Π.

b) Determineu l'equació del pla Π_2 que conté la recta r i passa pel punt P.

c) Calculeu l'equació paramètrica de la recta intersecció dels plans anteriors, Π_1 i Π_2.

Problema 4.1. setembre 2003

En l'espai R^3 considerem el punt $P(3, 2, 3)$ i la recta r intersecció dels plans d'equacions $x + 3y - 4z = 0$ i $x + 2y - 2z = 1$. Calculeu:

a) La distància d del punt P fins a la recta r.

b) Els punts M i N de la recta r que complisquen que la seua distància al punt P és $\sqrt{5}d$.

c) L'àrea del triangle de vèrtexs P, M, N.

Problema 4.2. setembre 2003

Tenim que Π i Π' són els plans de l'espai R^3, determinats de la manera següent:
El pla Π passa pels punts $(0, 2, 1)$, $(3, -1, 1)$, i $(1, -1, 5)$ i el pla Π' passa pels punts $(3, 0, 2)$, $(2, 1, 1)$, $(5, 4, -2)$. Calculeu:

a) Una equació paramètrica de la recta r intersecció dels plans Π i Π'.

b) L'angle α que formen els plans Π i Π'.

c) L'equació del pla que conté la recta r i forma 90 graus amb el pla Π.

Problema 4.1. juny 2003

Tenim que r i r' són les rectes de l'espai R^3, determinades de la manera següent:
R passa pels punts $A(3, 6, 7)$ i $B(7, 8, 3)$ i r' és la intersecció dels plans d'equacions $x - 4y - z = -10$ i $3x - 4y + z = -2$. Calculeu:

a) De cadascuna de les rectes r, r', una equació paramètrica i determineu la posició relativa de les dues.

b) La distància d entre les rectes r i r'.

c) L'àrea del triangle de vèrtex A, B i C, on C és un punt qualsevol de la recta r'.

Problema 4.2. juny 2003

Tenim que r és la recta i Π de R^3, determinades de la manera següent:
r passa pels punts $(2, 2, 4)$ i $(-1, 2, 1)$ i Π passa pels punts $(1, 0, 1)$, $(1, -1, 0)$ i $(3, 0, 0)$.
Es demana:

a) Demostreu que la recta r no és paral·lela a Π.

b) Calculeu el punt P d'intersecció de r i Π i l'angle que formen la recta r i el pla Π.

c) Determineu els punts S i T de la recta r que complisquen que la seua distància a Π siga 4.