

## Vectors

- 1.- Calculeu les components del vector  $\overrightarrow{AB}$  essent  $A(3, 4)$  i  $B(-2, 1)$ .
- 2.- Siga el vector fix  $\overrightarrow{AB} = (2, 3)$  i  $B(0, 1)$  calculeu les coordenades del punt A.
- 3.- Siga el vector fix  $\overrightarrow{AB} = (3, -3)$  i  $A(1, -1)$  calculeu les coordenades del punt B.
- 4.- Siguen els punts  $A(5, 3)$ ,  $B(0, -3)$ ,  $C(1, 1)$  i  $D(-4, -5)$ . Són equipol·lents els vectors  $\overrightarrow{AB}$  i  $\overrightarrow{CD}$ .
- 5.- Donats els punts  $P(1, 0)$ ,  $Q(5, 7)$  i  $M(0, 1)$ , calculeu les coordenades del punt N tal que  $\overrightarrow{PQ}$  i  $\overrightarrow{MN}$  siguin equipol·lents.
- 6.- Considerem els punts  $A(2, 2)$ ,  $B(1, 3)$  i  $C(-1, -2)$ .
  - a) Formen un triangle? Justifica la resposta.
  - b) Calculeu els mòduls dels vectors  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BC}$  i  $\overrightarrow{CA}$ .
- 7.- Considerem els vectors  $u = (2h - 3, h + k)$  i  $v = (1 - k, 3)$ .  
Determineu h i k a fi que  $u = v$ .
- 8.- Siguen els vectors  $u = (1, 1)$ ,  $v = (0, -5)$  i  $w = (3, 1)$ . Calculeu:
  - a)  $3u - \frac{1}{2}v$ .
  - b)  $u + 2v + 3w$
  - c)  $-4(u + w) + 2(v + 3w)$ .
- 9.- Siguen  $a = (-1, 3)$  i  $b = (7, -2)$ .  
Determineu el vector c tal que  $b = 3a - \frac{1}{2}c$ .
- 10.- Siguen  $a = (3, -2)$ ,  $b = (-1, 2)$  i  $c = (0, -5)$ .  
Determineu els reals  $\alpha, \beta$  a fi que  $c = \alpha a + \beta b$ .
- 11.- Donat el vector  $\overrightarrow{AB} = (x, 3)$ , determineu el valor x a fi que:
  - a)  $\|\overrightarrow{AB}\| = 5$ .
  - b)  $\overrightarrow{AB}$  siga unitari.
- 12.- Determineu els vectors unitaris en la direcció del vector  $w = (12, -5)$ .

## Producte escalar

1.- Dos vectors distints de zero són ortogonals si el seu producte escalar és zero.  
Dos vectors són ortonormals si són ortogonals i unitaris.

Proveu que els vectors  $u = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ ,  $v = \left(\frac{-2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$  són ortonormals.

2.- Siguen els vectors  $u, v$  tal que  $\|u\| = 2$ ,  $\|v\| = 5$  i formen  $60^\circ$ . Calculeu:

- a)  $u \cdot v$ .
- b)  $(3u + 2v) \cdot (2u - v)$ .

3.- Calculeu  $a \cdot b$  en els següents casos:

- a)  $a = (0, 1)$ ,  $b = (6, -2)$ .
- b)  $a = (-2, 3)$ ,  $b = (3, 2)$ .
- c)  $a = (\sqrt{2}, \sqrt{27})$ ,  $b = (\sqrt{8}, \sqrt{3})$ .

4.- Siguen  $u = (2, -3)$ ,  $v = (1, 5)$ .

Determineu el valor  $k$  a fi que els vectors  $ku + v$ ,  $ku - v$  siguin ortogonals.

5.- Determineu l'angle format pels vectors  $a = (\sqrt{3}, 1)$ ,  $b = (0, 1)$

6.- Determineu l'angle format pels vectors  $a = (3, -1)$ ,  $b = (-2, 1)$

7.- Determineu l'angle que formen els vectors  $u, v$  si  $\|u\| = \|v\| = u \cdot v = 2$ .

8.- Siga  $a = (1, 3)$ ,  $\|b\| = 2$ ,  $\angle a, b = 45^\circ$ .

Calculeu  $a \cdot b$ .

9.- Siguen els vectors  $a = (1, -2)$ ,  $b = (3, 5)$  i  $c = (-1, 4)$ .

Calculeu  $a(3b - c)$ .

10.- Siga el vector  $a = (3, -2)$ . Determineu:

- a) Un vector perpendicular al vector  $a$  que tinga mòdul 1 (té dues solucions).
- b) Un vector perpendicular al vector  $a$  que tinga mòdul 5 (té dues solucions).

11.- Siguen els vectors  $a = (4, 1)$  i  $b = (x, 3)$ . Determineu  $x$  a fi que  $a \cdot b = 11$ .

12.- Siguen  $a = (1, x)$  i  $b = (x, 5)$  tal que  $a \cdot b = 18$ .

Calculeu  $\|a\|$  i  $\|b\|$ .

13.- Siguen  $a = (-1, 4)$  i  $b = (x, 5)$  tal que  $a \cdot b = 10$ .

Determineu l'angle que formen els vectors  $a, b$ .

14.- Siguen  $a = (x, 3)$  i  $b = (-1, x)$  i  $\angle a, b = 120^\circ$ .

Determineu el valor de  $x$ .

15.- Siguen  $a = (3, 3\sqrt{3})$  i  $b = (x, 2)$  i  $\angle a, b = 60^\circ$ .

Determineu el valor de  $x$ .

16.- Siguen els vectors  $a = (x, -6), b = (4, -3)$ . Determineu  $x$  a fi que :

- a) Els vectors  $a, b$  siguin ortogonals.
- b) El vector  $a$  tinga mòdul 10.
- c) Els vectors  $a, b$  formen  $120^\circ$ .

17.- Siguen els vectors  $a = (6, x), b = (8, 6)$ . Determineu  $x$  a fi que :

- a) Els vectors  $a, b$  siguin ortogonals.
- b) El vectors  $a$  i  $b$  tinguen igual mòdul.
- c) Els vectors  $a, b$  formen  $45^\circ$ .

18.- Si  $\|a\| = 7$ ,  $\|b\| = 5$  i  $\|a - b\| = 12$ , calculeu l'angle que formen els vectors  $a, b$ .

19.- Si  $\|a\| = 3$ ,  $\|b\| = 4$  i  $\|a + b\| = 6$ , calculeu l'angle que formen els vectors  $a, b$ .

## Aplicacions geomètriques dels vectors

1.- Calculeu el punt mig  $M$  del segment  $\overline{AB}$  si  $A(3, -2)$  i  $B(1, 6)$ .

2.- L'extrem del  $\overline{AB}$  és  $A(-2, 4)$  i el punt mig  $M(1, 1)$ . Determineu les coordenades de l'altre extrem  $B$ .

3.- Siga el segment  $\overline{AB}$ ,  $A(5, -2)$  i  $B(1, 5)$ .

Determineu els punts  $M, N$  del segment  $\overline{AB}$  que el divideixen en tres parts iguals.

4.- Determineu el punt simètric  $A'$  del punt  $A(2, 3)$  respecte del punt  $P(1, 0)$ .

5.- Siga el quadrilàter de vèrtexs els punts  $A(0, 0)$ ,  $B(14, 6)$ ,  $C(10, 12)$  i  $D(2, 12)$ .

Determineu les coordenades dels punts migs del quadrilàter.

Comproveu que el quadrilàter format pels punts migs és un paral·lelogram.

6.- Els punts  $A(0, 3)$ ,  $B(1, 2)$ ,  $C(3, 4)$  són vèrtexs consecutius en aquest ordre d'un paral·lelogram  $ABCD$ . Determineu les coordenades del vèrtex  $D$ .

7.- Els vèrtexs d'un triangle són  $A(-2, 1)$ ,  $B(4, -1)$  i  $C(2, 5)$ . Calculeu:

- La mesura dels costats.
- La mesura dels angles.
- Els punts migs dels costats.
- El baricentre.
- La mesura de les tres mitjanes.

8.- Siguen els punts  $A(2, 1)$ ,  $B(6, 3)$ ,  $C(7, 1)$  i  $D(3, -1)$ .

Demostreu que el polígon ABCD és rectangle i calculeu el seu perímetre i la seua àrea.

9.- Siguen els punts  $A(3, -7)$ ,  $B(-1, 4)$  vèrtexs del quadrat ABCD (en sentit positiu).

- Calculeu la seua àrea.
- Determineu els vèrtexs C, D.

10.- Siguen  $P(3, 5)$ ,  $R(1, -3)$  vèrtexs oposats del quadrat PQRS (en sentit positiu)

- Calculeu la seua àrea.
- Determineu els vèrtexs C, D.

11.- Siguen  $A(3, -7)$ ,  $B(5, -7)$ ,  $C(-2, 5)$  vèrtex del paral·lelogram ABCD.

- Determineu les coordenades del vèrtex D.
- Calculeu la mesura de les dues diagonals.
- Calculeu el punt intersecció de les diagonals.
- Calculeu els angles del paral·lelogram.

12.- Determineu un punt M de l'eix d'abscisses tal que la distància al punt  $N(2 - 3)$  siga igual a 5.

13.- Els punts migs dels costats d'un triangle són  $M(2, -1)$ ,  $N(-1, 4)$ ,  $P(-2, 2)$ .

Determineu els vèrtexs del triangle.

14.- Siguen  $A(-3, 5)$ ,  $B(1, 7)$  els vèrtexs del paral·lelogram ABCD. Siga  $M(1, 1)$  la intersecció de les diagonals. Determineu les coordenades dels vèrtexs C, D.

## Equacions de la recta

1.- Escriu Totes les equacions de la recta que passa pel punt  $A(5, -3)$  i té vector director  $v = (-2, 3)$ .

Determineu el pendent, i l'ordenada a l'origen.

2.- Determineu quins dels punts  $A(3, 1)$ ,  $B(2, 3)$ ,  $C(6, 3)$ ,  $D(-3, -3)$ ,  $E(3, -1)$ , pertanyen a la recta  $2x - 3y - 3 = 0$ .

Determineu el pendent i l'ordenada a l'origen de la recta.

3.- Determineu l'equació de la recta que passa pels punts  $M(-12, -13)$ ,  $N(-2, -5)$ .  
Determineu el punt de la recta l'abscissa del qual és 3.

4.- Determineu l'equació de la recta que passa pels punts  $M(2, -3)$ ,  $N(-6, 5)$ .  
Determineu el punt de la recta l'ordenada del qual és -5.

5.- Determineu l'equació de la recta que passa pels punts  $A(7, -3)$ ,  $B(23, -6)$ .  
Determineu el punt de tal de la recta i l'eix d'abscisses.

6.- Determineu l'equació de la recta que passa pels punts  $A(5, 2)$ ,  $B(-4, -7)$ .  
Determineu el punt de tal de la recta i l'eix d'ordenades.

7.- Determineu l'equació explícita de la recta bisectriu del primer i tercer quadrant.

8.- Els vèrtexs d'un quadrilàter ABCD són  $A(-2, 14)$ ,  $B(4, -2)$ ,  $C(6, -2)$  i  $D(6, 10)$ .  
Determineu el punt intersecció de les diagonals.

9.- Estudieu la posició relativa de les següents parelles de rectes:

a)  $r \equiv 3x - 2y - 1 = 0$ ,  $s \equiv -3x + 2y - 1 = 0$ .

b)  $r \equiv 5x + y + 3 = 0$ ,  $s \equiv 2x - y - 1 = 0$ .

c)  $r \equiv 2x + 3y - 6 = 0$ ,  $s \equiv 4x + 6y - 12 = 0$ .

d)  $r \equiv 3x - 15y - 1 = 0$ ,  $s \equiv 3x - y - 2 = 0$ .

10.- Donades les rectes  $r \equiv ax - 2y - 1 = 0$ ,  $s \equiv 6x - 4y - b = 0$ , determineu a i b a fi que:

a) Tinguen un punt comú.

b) Siguen paral·leles.

c) Siguen coincidents.

d) Siguen perpendiculars.

11.- Donades les rectes  $r \equiv mx + 8y + n = 0$ ,  $s \equiv 2x + 4y - 1 = 0$ , determineu m i n a fi que:

a) Siguen paral·leles.

b) Siguen coincidents

12.- Siga el punt  $A(-2, 3)$  i la recta  $r \equiv 2x + 3y - 6 = 0$ .

a) Determineu la recta s que passa per A i és paral·lela a r.

b) Determineu la recta t que passa per A i és perpendicular a r.

13.- Siguen els punts  $A(-3, 2)$ ,  $B(2, 4)$ ,  $C(5, -3)$

a) Determineu la recta que passa per A i és paral·lela al segment  $\overline{BC}$

b) Determineu la recta que passa per A i és perpendicular al segment  $\overline{BC}$

14.- Determineu la recta paral·lela mitjana a les rectes  $r \equiv 3x - 4y - 10 = 0$ ,  
 $s \equiv 6x - 8y + 5 = 0$ .

15.- Determineu el punt projecció del punt  $A(-6, 4)$  respecte de la recta  $r \equiv 4x - 5y + 3 = 0$ .

16.- Determineu l'angle format per les rectes  $r \equiv 5x - y + 7 = 0$ ,  $s \equiv 3x + 2y = 0$ .

17.- Determineu l'angle format per les rectes  $r \equiv 3x - 2y + 7 = 0$ ,  $s \equiv 2x + 3y - 3 = 0$ .

18.- Calculeu la distància del punt  $A(-3, 5)$  a la recta  $r \equiv -4x + 3y - 6 = 0$ .

19.- Calculeu la distància del punt  $A(2, -7)$  a la recta  $r \equiv 5x + 12y + 3 = 0$ .

20.- Calculeu la distància entre les rectes  $r \equiv 3x - 4y - 10 = 0$ ,  $s \equiv 6x - 8y + 5 = 0$ .

21.- Calculeu la distància entre les rectes  $r \equiv 5x - 12y + 26 = 0$ ,  $s \equiv 5x - 12y - 13 = 0$ .

22.- Determineu  $k$  a fi que les rectes  $r \equiv kx + 3y - 1 = 0$ ,  $s \equiv 8x + 4y = 0$  siguin paral·leles. Determineu la distància entre les dues rectes.

23.- Els vèrtexs del triangle  $\triangle ABC$  són  $A(-3, 6)$ ,  $B(-9, -10)$ ,  $C(5, -2)$ .

a) Determineu la mesura dels costats

b) Determineu la mesura dels angles.

c) Determineu les coordenades del baricentre.

d) Determineu les coordenades de l'ortocentre.

e) Determineu les coordenades del circumcentre.

f) Calculeu la seua àrea.

