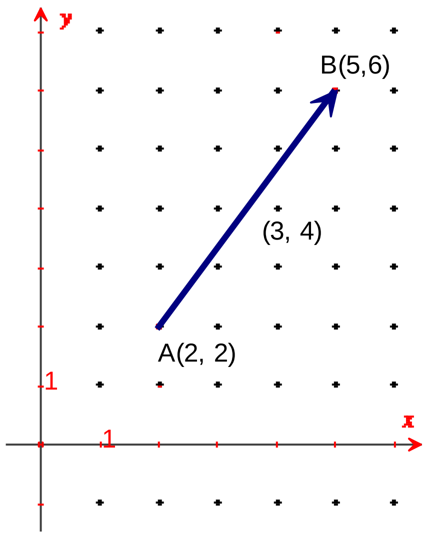
Vectors i la recta en el plànol. Resum teòric.

Vector fix d'origen $A(x_1, y_1)$ i extrem $B(x_2, y_2)$:

$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$.

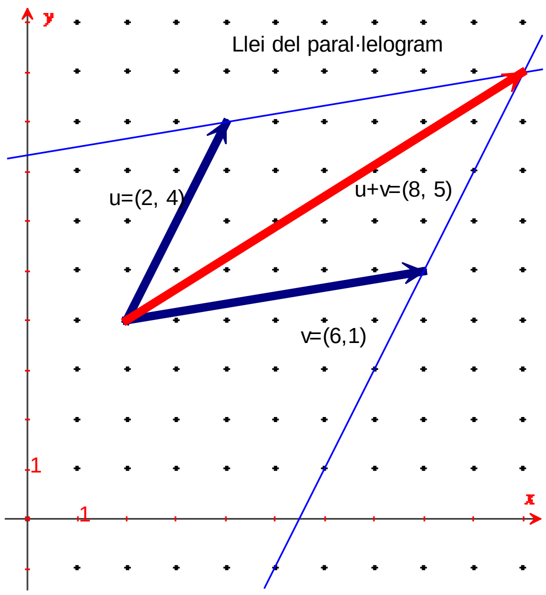


Mòdul del vector $\overrightarrow{AB}$**:**

$\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = +\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Vectors equipol·lents.
Dos vectors són equipol·lents si tenen les mateixes components.

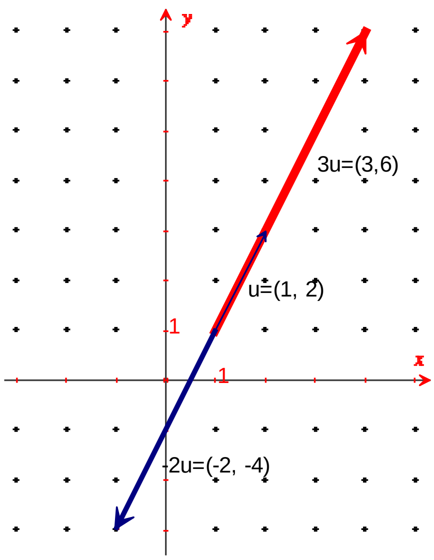
Vector lliure:
Conjunt de vectors equipotents.



$u = (u_1, u_2)$, $v = (v_1, v_2)$.

Suma:
$u + v = (u_1 + v_1, u_2 + v_2)$.

Producte d'un real per un vector:
$\alpha u = (\alpha u_1, \alpha u_2)$.

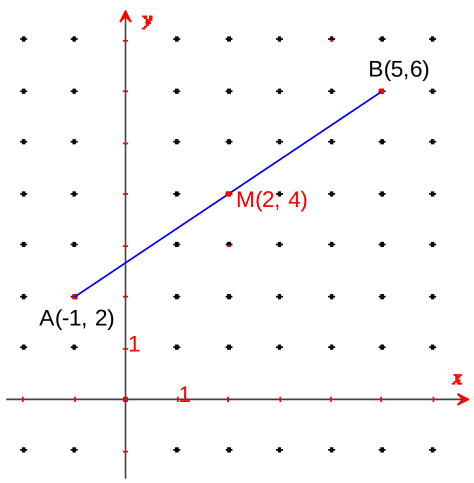


Punt mig d'un segment.

Siguen els punts $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$.

El punt mig del segment $\overline{AB}$ té coordenades:

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right).$$



Distància entre dos punts:

Siguen els punts $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$.

$$d(A,B) = \left\|\overrightarrow{AB}\right\| = +\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}\ .$$

Producte escalar de dos vectors

Producte escalar canònic

Siguen els vectors $u=(u_1, u_2)$, $v=(v_1, v_2)$.

$$u\cdot v = u_1\cdot v_1 + u_2\cdot v_2\,.$$

Producte escalar ordinari

Siga $\alpha = \angle u, v$.

$$u\cdot v = \|u\|\cdot\|v\|\cdot\cos\alpha$$

Els dos productes són iguals.

Propietats:

$$u\cdot u = \|u\|^2\,.$$

$$u(v+w) = u\cdot v + u\cdot w$$

$$u\cdot v \le \|u\|\cdot\|v\|$$

Vectors ortogonals

Dos vectors no nuls són ortogonals si el seu producte escalar és zero.

Vectors ortonormals

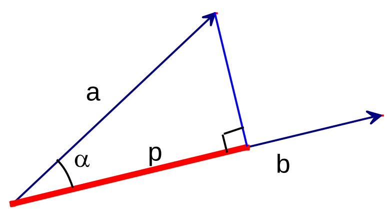
Dos vectors són ortonormals si són ortogonals i unitaris (mòdul 1).

Projecció d'un vector sobre un altre vector

Siguen els vectors a, b.

La projecció p del vector a sobre el vector b és

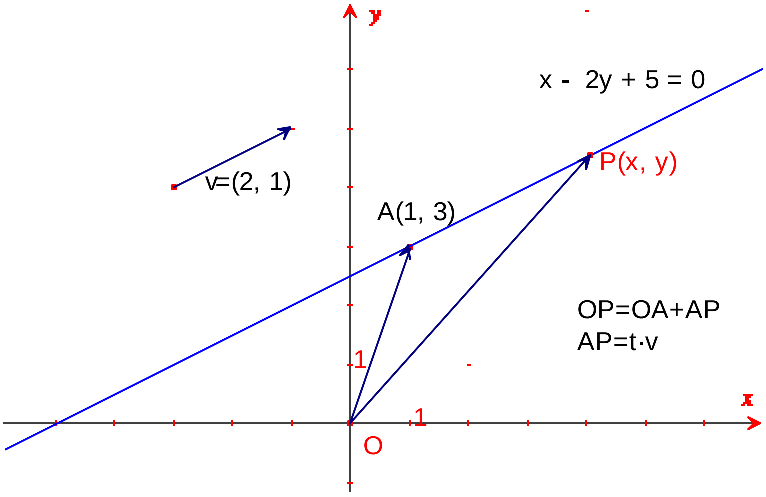
$$\frac{p}{\|a\|} = \cos\alpha = \frac{|a\cdot b|}{\|a\|\cdot\|b\|}$$



És a dir, $p = \left|a\cdot\frac{b}{\|b\|}\right|$.

Equacions de la recta.

Siga el punt $A(x_o, y_o)$ i el vector lliure $v = (v_1, v_2)$.



Equació vectorial:

$r \equiv (x, y) = (x_o, y_o) + t(v_1, v_2)$

Equació paramètrica:

$$r \equiv \begin{cases} x = x_o + v_1 t \\ y = y_0 + v_2 t \end{cases}$$

Equació contínua de la recta:

$$r \equiv \frac{x - x_o}{v_1} = \frac{y - y_o}{v_2}$$

Equació general o implícita:

$r \equiv Ax + By + C = 0$, un vector director és $v = (-B, A)$.

Equació explicita:

$r \equiv y = mx + n$.

m pendent de la recta.

n ordenada a l'origen de la recta.

Un vector director de la recta $v = (1, m)$.

$(0, n)$ punt de tall de la recta i l'eix d'ordenades.

$m = tg\alpha$ on α és l'angle que forma la recta i l'eix d'abscisses.

Equació de la recta punt-pendent:

$r \equiv y - y_o = m(x - x_o)$.

Distància d'un punt a una recta

Siga el punt $P(x_o, y_0)$ i la recta $r \equiv Ax + By + C = 0$.

$$d(P, r) = \left| \frac{Ax_o + By_o + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|.$$

Distància entre rectes paral·leles

Si r i s són dues rectes paral·leles.

Siga P un punt de la recta r.

$d(r, s) = d(P, r)$.

Angle que formen dues rectes

Angle que formen dues rectes és igual a l'angle que formen els seus vectors directors.