

Problema 12

Les bases d'un paral·lelepípede són ABCD i EFGH on $A(2,3,1)$, $B(4,3,1)$, $C(2,7,1)$, $E(8,0,0)$.

- Determineu les coordenades de D, F, G, H.
- Calculeu el volum del paral·lelepípede.
- Calculeu l'altura del paral·lelepípede sobre la base ABCD..

Solució:

$$\vec{AB} = (2,0,0), \vec{BC} = (-2,4,0), \vec{AE} = (6,-3,-1).$$

$$\vec{AD} = \vec{BC}, (x-2, y-3, z-1) = (-2,4,0), \text{ aleshores, } D(0,7,1).$$

$$\vec{EF} = \vec{AB}, (x-8, y-0, z-0) = (2,0,0), \text{ aleshores, } F(10,0,0).$$

$$\vec{EH} = \vec{BC}, (x-8, y-0, z-0) = (-2,4,0), \text{ aleshores, } H(6,4,0).$$

$$\vec{FG} = \vec{BC}, (x-10, y-0, z-0) = (-2,4,0), \text{ aleshores, } G(8,4,0).$$

b)

$$\text{El volum del paral·lelepípede és: } V = \left| [\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{AE}] \right|.$$

$$V = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \\ 6 & -3 & -1 \end{vmatrix} = |-8| = 8u^3.$$

c)

$$\text{El volum del paral·lelepípede és: } V = \left| [\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{AE}] \right| = S_{ABCD} \cdot h = \left\| \vec{AB} \times \vec{BC} \right\| \cdot h.$$

$$\vec{AB} \times \vec{BC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \end{vmatrix} = (0, 0, 8). \quad \left\| \vec{AB} \times \vec{BC} \right\| = \sqrt{0^2 + 0^2 + 8^2} = 8.$$

$$8 = 8 \cdot h. \text{ Aleshores, } h = 1u$$

