Problemes Geometria 39

1.- Siga el paral·lelogram ABCD.
Una recta qualsevol que passa pel vèrtex A talla la recta BC en E i la recta CD en F.

Proveu que les àrees dels triangles $\overset{\Delta}{BCF}$, $\overset{\Delta}{DEF}$ són iguals.
Aref, M.N., Wernick, W. "Problemes and Solutions in Euclidean Geometry". Pàgina 57, problema 16.

2.- Siga el quadrat ABCD inscrit en una circumferència. Siga P un punt de l'arc $\overset{\frown}{BC}$.

Proveu que $\dfrac{\overline{PA}+\overline{PC}}{\overline{PB}+\overline{PD}}=\dfrac{\overline{PD}}{\overline{PA}}$.
A.S. Posamentier, C.T. Salkind "Challenging Problemes in Geometry". Pàg. 35 problema 7-9.

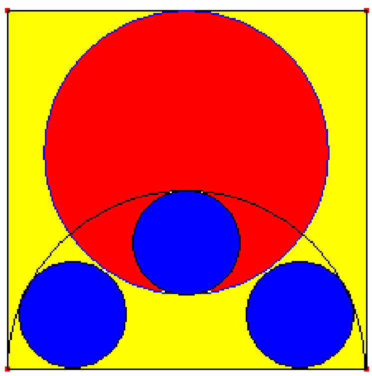
3.- Siga el pentàgon regular ABCDE inscrit en una circumferència. Siga P un punt de l'arc $\overset{\frown}{BC}$.
Proveu que $\overline{PA}+\overline{PD}=\overline{PB}+\overline{PC}+\overline{PE}$.
A.S. Posamentier, C.T. Salkind "Challenging Problemes in Geometry". Pàg. 35 problema 7-10.

4.- Siga ABCD un rectangle tal que $\overline{AB}<\overline{BC}$.
Siga E un punt exterior al rectangle tal que ABEC és un trapezi isòsceles, $\overline{AC}$ i $\overline{BE}$ paral·lels i $\overline{AB}=\overline{CE}$.
Si l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{BCE}$ és la quart part de l'àrea del rectangle ABCD.
Proveu que el triangle $\overset{\Delta}{AED}$ és equilàter.
OMA Rioplatense 2011.

5.- Siguen A, B, C tres punts alineats (en aquest ordre) tal que $\overline{BC}=2\cdot\overline{AB}$.
Siga P un punt qualsevol de la circumferència de diàmetre $\overline{AB}$.
Siga Q el punt simètric de B respecte de P.
Siga R el punt simètric de Q respecte de A.
Les rectes CR i PB s'intersecten en el punt D.
Proveu que els triangles $\overset{\Delta}{RPQ}$, $\overset{\Delta}{CDB}$ són iguals.

6.- Siga el triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ de costats fixs $\overline{AC}$ i $\overline{BC}$, amb angle variable C.
Siga M el punt mig del costat $\overline{AC}$ i N el punt mig del costat $\overline{BC}$.
Siga O el centre del quadrat de costat $\overline{AB}$ exterior al triangle. Determineu el valor de l'angle C tal que la suma de les distàncies $\overline{OM}$, $\overline{ON}$ siga màxima.
KöMaL, B4408.

7.- Siga un quadrat. Sobre un costat dibuixem una semicircumferència de diàmetre el costat.
S'ha construït una circumferència (roja) de radi R centrada en la mediatriu a la mediatriu al costat i tangent al costat oposat i tres cercles (blaus) d'igual radi r.
Els tres cercles tangent a la semicircumferència.
Dos tangents al costat diàmetre de la semicircumferència i l'altre tangent interior al cercle de radi R.



Calculeu $\dfrac{r}{R}$. *Sangaku.*

8.- Donat el paral·lelogram ABCD, determineu el lloc dels punts P interiors al paral·lelogram tal que l'àrea del quadrilàter PBCD siga el doble de l'àrea del quadrilàter PBAD.
Aref, M.N., Wernick, W. "Problemes and Solutions in Euclidean Geometry". Pàgina 169, problema 3.

9.- Siga P un punt interior del rectangle ABCD tal que $\mathrm{tg}\angle PAB = 1$, $\mathrm{tg}\angle PBC = 2$, $\mathrm{tg}\angle PCD = \frac{1}{3}$, $\mathrm{tg}\angle PDA = \frac{3}{2}$.
Calculeu la tangent de l'angle que formen les diagonals del rectangle.
KöMaL, C1113.

10.- Donats dos punts A, B i una recta r.
Determineu el punt de la recta r tal que $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ siga mínim.
Aref, M.N., Wernick, W. "Problemes and Solutions in Euclidean Geometry". Pàgina 60, problema 57.