

## Problemes Àlgebra 10

91.- Siga la matriu d'elements complexos  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Calculeu  $A^n$ .

92.- Siguen  $r, s, t$  les tres arrels de l'equació  $x(x-2)(3x-7) = 2$ .

- a) Proveu que les tres arrels són positives.  
b) Calculeu  $\arctg r + \arctg s + \arctg t$ . Oposicions Agregats València.

93.- Demostreu que si l'equació  $x^3 + x + p = 0$ , on  $p \in \mathbb{R}$  té dues arrels complexos  $z_1, z_2$  i una arrel positiva  $x_0$ , aleshores es verifica  $|z_1| = |z_2| \geq x_0$ . Oposicions Conca 98.

94.- Siga  $f(x)$  un polinomi de tercer grau. Siga  $p(x) = f'(x)^2 - 2f(x) \cdot f''(x)$ . Determineu les arrels de  $p(x)$  si:

- a)  $f(x)$  té 3 arrels reals distintes.  
b)  $f(x)$  té una arrel triple. Oposicions Agregats València.

95.- Siga l'equació  $x^4 - (3m+2)x^2 + m^2 = 0$ .

- a) Determineu el paràmetre  $m$  a fi que l'equació tinga 4 arrels reals en progressió aritmètica.  
b) Estudieu el caràcter real o complex de les arrels de l'equació segons el valor del paràmetre  $m$ .  
Oposicions Agregats València.

96.-

- a) els zeros del polinomi  $p(x) = x^2 - 5x + 2$  donen en centímetres les dimensions d'un rectangle. Determineu el perímetre i l'àrea del rectangle.  
b) Els zeros del polinomi  $q(x) = x^3 - 70x^2 + 1629x - 12600$  donen les dimensions en metres d'una habitació rectangular. Determineu la superfície total i el volum de l'habitació.

97. Proveu que si  $a, b > 0$ ,  $\sqrt{ab} \geq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ .

98.- Siga  $x$  la mesura de l'angle d'un triangle no degenerat.

Determineu  $x$  tal que  $\frac{1}{\sin x} = \frac{1}{\sin 2x} + \frac{1}{\sin 3x}$ .

99.- Siga el polinomi  $p(x) = x^3 - (2k+3)x^2 + hx - 4$  tal que té 3 arrels distintes i  $p(k) = p(k+1) = 0$ .

Determineu els valors de  $h$  i  $k$ .

100.- Determineu les solucions complexes del sistema: 
$$\begin{cases} x^3 + y^3 + z^3 + t^3 = 12 \\ x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 0 \\ xy + zt + (x+y)(z+t) = 0 \\ xyzt = 3 \end{cases}$$