

Problemes Àlgebra 11

101.- Demostreu que l'expressió $3\left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}\right) - 8\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) + 10$ no és negativa per a qualsevol x, y reals distints de zero. Lidski 97.

102.-

a) Proveu que $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{1}{2}$, per a tot natural $n, n > 1$.

Lidski 102.

b) Proveu que $\frac{1}{m+1} + \frac{1}{m+2} + \dots + \frac{1}{m+2m+1} > 1$ per a tot natural m .

Lidski 103.

103.- Per a quins valors de a es satisfà el sistema de desigualtats:

$$-3 < \frac{x^2 + ax - 2}{x^2 - x + 1} < 2. \text{ Lidski 98}$$

104.-

a) Resoleu la següent equació: $\log_{3x}\left(\frac{3}{x}\right) + (\log_3 x)^2 = 1$

Lidski 127

b) Quines condicions han d'acomplir els nombres reals a i b a fi que l'equació:

$$1 + \log_b(2\log_a - x)\log_x b = \frac{2}{\log_b x} \text{ tinga solució. Determineu les solucions.}$$

Lidski 130

105.- Les arrels r i s de l'equació $x^3 - 3ax + a^2 = 0$ compleixen $r^2 + s^2 = 175$. Determineu a . Lidski 238.

106.- Demostreu que per a tots els valors admissibles de x s'acompleix la igualtat:

$$\operatorname{tg} 3x = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3} + x\right). \text{ Lidski 536.}$$

107.- Resoleu l'equació $\sin^3 x + \cos^3 x = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x$.

Lidski 562.

108.- Resoleu l'equació $\sin^4 \frac{x}{3} + \cos^4 \frac{x}{3} = \frac{5}{8}$.

Lidski 562.

109.- Siguen a i b dos nombres enters.

Demostreu que l'equació $(x-a)(x-b)(x-3) + 1 = 0$ no admet més d'una solució entera.

Oposicions Extremadura 2006.

110.- Determineu a i b a fi que les arrels del polinomi

$p(x) = x^4 - 8x^3 + 14x^2 + ax + b \in \mathbb{R}[x]$ estiguen en progressió aritmètica i calculeu les arrels.

Oposicions Galícia 2006.