

131.- Si  $a, b \in \mathbb{R}$  tals que  $a - b = 1$ , aleshores,  $a^3 - b^3 \geq \frac{1}{4}$ .

132.- Proveu que  $10a + b$  és múltiple de 7 si i només si  $a - 2b$  és múltiple de 7.

133.- Discuti i resoleu el següent sistema (en els nombres reals) segons els valors del nombre real  $a$ :

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ (x - a)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

134.- Siguen  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4$ , cinc nombres positius en progressió aritmètica de raó  $d$ . Proveu que:

$$a_2^3 \leq \frac{1}{10}(a_0^3 + 4a_1^3 + 4a_3^3 + a_4^3).$$

Olimpíada espanyola 2007.

135.- Resoleu en els nombres reals l'equació:

$$\log\left(x + \sqrt{5x - \frac{13}{4}}\right) = -\log\left(x - \sqrt{5x - \frac{13}{4}}\right).$$

Crux Mathematicorum 33, 3.

136.- Demostreu que  $\operatorname{ctg}70^\circ + 4 \cos 70^\circ = \operatorname{tg}60^\circ$ .

137.- Resoleu el sistema en els nombres reals:

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 3 \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} + z\sqrt{z} = 3 \\ x^2\sqrt{x} + y^2\sqrt{y} + z^2\sqrt{z} = 3 \end{cases}$$

Crux Mathematicorum M305.

138.- Calcular  $\sum_{1 \leq k \leq 99} \frac{1}{k\sqrt{k+1} + (k+1)\sqrt{k}}$ .

Crux Mathematicorum M316.

139.- Siguen  $x, y, z$  tres nombres reals positius tals que  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ . Proveu que

$$x^2yz + xy^2z + xyz^2 \leq \frac{1}{3}.$$

140.- Determineu les solucions reals  $(x, y)$  de l'equació

$$20 \sin x - 21 \cos x = 81y^2 - 18y + 30.$$

Crux Mathematicorum M323.