

## Problemes àlgebra 17

161.- Demostreu que  $\operatorname{arctg}\frac{1}{5} + \operatorname{arctg}2 + \operatorname{arctg}3 + \operatorname{arctg}\frac{2}{3} = \pi$ .

162.- Resoleu la següent equació  $(x + 3\sqrt{x} + 2)(x + 9\sqrt{x} + 18) = 168x$ .  
*Mathscope 259.1*

163.- Si  $a \geq 0, b \geq 0$  demostreu que  $a^3 - 3ab^2 + 2b^3 \geq 0$ .  
*Kömal C1011, desembre 2009*

164.- Suposem que  $a, b$  i  $c$  són tres nombres reals positius. Suposem, a més a més, que  $a^n + b^n = c^n$  per a un cert nombre natural  $n, n \geq 2$ .  
Demostreu que si  $k$  en un natural  $1 \leq k < n$ , aleshores,  $a^k, b^k, c^k$  són les longituds dels costats d'un triangle.  
*Crux Mathematicorum M400.*

165.-

a) Siguen  $r, s$  i  $t$  les arrels de l'equació cúbica  $w^3 - bw^2 + cw - d = 0$ .  
Determineu  $b, c$  i  $d$  en termes de  $r, s$  i  $t$ .

b) Suposem que  $a$  és un nombre real. Determineu totes les solucions del sistema d'equacions

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ xy + yz + zx = -1 \\ xyz = -a \end{cases}$$

*Crux mathematicorum M398.*

166.- Simplifiqueu

a)  $\sqrt{\sin^4 x + 4\cos^2 x} + \sqrt{\cos^4 x + 4\sin^2 x}$ .

b)  $\sqrt{\sin^4 x + 4\cos^2 x} - \sqrt{\cos^4 x + 4\sin^2 x}$ .

167.- Resoleu el sistema  $\begin{cases} xyz = 4104 \\ x + y + z = 77 \end{cases}$  en els nombres naturals.

*Olimpiada argentina Mayo 2004.*

168.- Siga  $[x]$  part entera de  $x$ . Resoleu l'equació:

$$\left[\frac{1}{x}\right] + \left[\frac{3}{x}\right] = 4.$$

*Crux Mathematicorum M421.*

169.- Siga  $\{a_n\}$  una successió geomètrica i de Fibonacci. Calculeu la raó de proporcionalitat.

170.- Resoleu el sistema  $\begin{cases} \cos x + \cos y + \cos z = \frac{3\sqrt{3}}{2} \\ \sin x + \sin y + \sin z = \frac{3}{2} \end{cases}$ .

*Kömal març 2010. B4260.*