Problemes d'àlgebra 18

171.- Resoleu el sistema en els conjunt dels nombres reals $\begin{cases} x^3 + 4y = y^3 + 16x \\ \dfrac{1+y^2}{1+x^2} = 5 \end{cases}$.

KöMaL. B4263. Abril 2010.

172.- Siguen x, y nombres reals tal que $x + 3y = 12$ i $x \geq 2y \geq 0$. Entre quins valors està $x + 2y$.

Kömal C1030. Abril 2010.

173.- Siga $x, y, z > 0$ tal que $x + y + z = 1$.

Determineu el màxim de la funció $E(x, y, z) = \dfrac{xy}{x+y} + \dfrac{yz}{y+z} + \dfrac{zx}{z+x}$.

Mathematical reflections J169.

174.- La funció $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, $a, b, c \in R$ té almenys 2 zeros reals, proveu que $a^2 > 3b$.

Kömal C1073.

175.- Si x, y són dos nombres reals diferents que compleixen $2011x - \dfrac{2012}{x} = 2011y - \dfrac{2012}{y}$, determineu el valor de $x \cdot y$.

176.- a) Si a i b són nombres reals tal que $\left|a - b^2\right| + a^2 + a = 0$. Demostreu que $a = b = 0$.

b) Resoleu l'equació $\left|(2x - y)^2 - 3x - 2y + 7\right| + (3x + 2y - 7)^2 + 3x + 2y = 7$.

Olimpíada Bucarest (junior)

177.- Si a i b són dos nombres que verifiquen $-1 < a < 1$, $-1 < b < 1$,

Demostreu que $-1 < \dfrac{a+b}{1+ab} < 1$.

Olimpíada Bucarest (junior).

178.- Siga $a \geq b \geq c > 0$, proveu que $\dfrac{a^2 - b^2}{c} + \dfrac{c^2 - b^2}{a} + \dfrac{a^2 - c^2}{b} \geq 3a - 4b + c$.

KöMaL, B4364.

179.- Determineu tots els nombres positius x que verifiquen l'equació:

$2^x + 2^{1+\frac{1}{\sqrt{x}}} = 6$.

Revista OIM 42. OIM.

180.- Siga $a = 7 + 6 \cdot 7 + 6 \cdot 7^2 + \dots\dots + 6 \cdot 7^{2011}$.

Determineu x tal que $x^2 = a$.

Concurs Nacional Romania 2011. Junior.