Problemes d'àlgebra1

1.- Demostreu que la relació $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a+b+c}$, $a,b,c \in R-\{0\}$ es verifica si i només si dos d'aquests nombres són oposats.

2.- Calculeu la suma $1+2x+3x^2+4x^3+..........+(n+1)x^n$.

3.- Demostreu que si $a,b,c>0$ formen un progressió aritmètica (en aquest ordre) aleshores, $\frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}},\frac{1}{\sqrt{c}+\sqrt{a}},\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ formen una progressió aritmètica.

4.-

a) Si a, b són dos nombres reals tals que $ab>0$ aleshores, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$.

b) $tg\alpha+ctg\alpha\geq 2$ si $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$.

c) Si a, b, c són nombres reals positius demostreu la desigualtat
$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq\frac{9}{a+b+c}$.

5.- Si $tg\alpha=\frac{1}{7}$, $\sin\beta=\frac{1}{\sqrt{10}}$, $0<\alpha<90^o$, $0<\beta<90^o$.

Calculeu $\alpha+2\beta$.

6.-

a)

Si $a\geq 0, b\geq 0$, aleshores, $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$ (la mitjana aritmètica és major que la mitjana geomètrica). aquesta desigualtat també s'anomena desigualtat de Cauchy.

b)

Siga $n\in N, n\geq 3$ Determineu el nombre més gran entre $\ln^2(n)$, $\ln(n-1)\cdot\ln(n+1)$.

7.- Demostrem que si $a+b+c>0$ aleshores, $a^3+b^3+c^3\geq 3abc$.

8.- Demostreu que $\cos 36^o > tg36^o$.

9.- Proveu que per a tot n natural n $n\geq 2$, $\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+........+\frac{1}{2n}>\frac{13}{24}$.

10.- Proveu que si $a+b=1$, $a^4+b^4\geq\frac{1}{8}$.